

# **ELECTRONICA ANALOGICA**

**Análisis de circuitos • Amplificación  
Sistemas de alimentación**

# Contenido

Prólogo .....	ix
<b>1. Magnitudes eléctricas .....</b>	<b>1</b>
1.1. Prefijos .....	1
1.2. Magnitudes de electricidad y electrónica .....	1
1.3. Cálculo del valor de la resistencia de un conductor .....	2
1.4. Capacidad de un condensador plano .....	3
1.5. Constante de tiempo en la carga y descarga de un condensador .....	4
1.6. Coeficiente de autoinducción de una bobina .....	5
1.7. Energía almacenada en una bobina o condensador .....	5
Problemas resueltos .....	5
Problemas propuestos .....	18
<b>2. Leyes básicas de la electricidad y asociación de componentes .....</b>	<b>20</b>
2.1. Ley de Ohm .....	20
2.2. Leyes de Kirchoff .....	20
2.3. Ley de Joule .....	21
2.4. Asociación de resistencias .....	21
2.5. Asociación de condensadores .....	22
2.6. Asociación de baterías .....	22
2.7. Convenio de tensiones e intensidades .....	22
Problemas resueltos .....	23
Problemas propuestos .....	49
<b>3. Teoremas de teoría de circuitos en corriente continua .....</b>	<b>54</b>
3.1. Análisis de circuitos por el método de las mallas .....	54
3.2. Regla de Cramer .....	54
3.3. Resolución de determinantes .....	55
3.4. Análisis de circuitos por el método de los nudos .....	57
3.5. Fuentes de tensión e intensidad .....	57
3.6. Teoremas de Thevenin y de Norton .....	58
3.7. Teorema de Kennelly (transformación estrella-triángulo) .....	59
Problemas resueltos .....	60
Problemas propuestos .....	87

<b>4. Corriente alterna</b> .....	<b>90</b>
4.1. Magnitudes y valores característicos .....	90
4.2. Circuitos de corriente alterna con elementos pasivos .....	91
4.3. Potencia en corriente alterna .....	93
4.4. Resonancia serie y paralelo .....	94
Problemas resueltos .....	96
Problemas propuestos .....	114
<b>5. Acoplamiento de bobinas</b> .....	<b>118</b>
5.1. Autoinducción .....	118
5.2. Inducción mutua .....	119
5.3. Coeficiente de acoplo $k$ .....	120
5.4. Regla de los puntos para bobinas con acoplamiento magnético .....	121
5.5. Análisis de circuitos con bobinas acopladas magnéticamente .....	121
Problemas resueltos .....	122
Problemas propuestos .....	134
<b>6. Sistemas lineales de alimentación</b> .....	<b>136</b>
6.1. El diodo como elemento rectificador .....	136
6.2. Parámetros de un diodo rectificador .....	136
6.3. Circuitos recortadores .....	137
6.3.1. Recortador de un nivel con diodo serie no polarizado .....	138
6.3.2. Recortador de un nivel con diodo paralelo no polarizado .....	138
6.3.3. Recortador de un nivel con diodo paralelo polarizado .....	139
6.3.4. Recortador de un nivel con diodo serie polarizado .....	140
6.3.5. Recortador a dos niveles .....	141
6.4. Circuitos rectificadores con diodos .....	142
6.5. Circuito rectificador de media onda .....	142
6.6. Circuito rectificador de doble onda .....	144
6.7. Circuito rectificador con puente de diodos .....	145
6.8. Filtros .....	146
6.8.1. Filtro de condensador en paralelo .....	146
6.8.2. Filtro LC y en $\pi$ .....	147
6.9. Estabilización de tensión con zener .....	147
6.10. Reguladores integrados .....	149
Problemas resueltos .....	150
Problemas propuestos .....	173
<b>7. Transistores</b> .....	<b>176</b>
7.1. Tipos de transistores bipolares .....	176
7.2. Tensiones y corrientes en el transistor .....	176
7.3. Características gráficas para la configuración EC .....	178
7.4. Ecuaciones básicas de un sencillo circuito de polarización .....	179
7.5. Estados del transistor bipolar .....	180
7.6. Hoja de características del transistor bipolar .....	181
7.7. Transistores de efecto de campo .....	182
7.8. FET de unión .....	182

7.9. Características de un FET montaje SC . . . . .	182
7.10. Hoja de características de un FET . . . . .	183
7.11. Transistores MOS . . . . .	184
Problemas resueltos . . . . .	186
Problemas propuestos . . . . .	196
<b>8. Amplificación . . . . .</b>	<b>199</b>
8.1. Amplificación. Magnitudes . . . . .	199
8.2. Diferentes formas de amplificación . . . . .	200
8.3. Comportamiento en bajas y altas frecuencias . . . . .	201
8.4. Realimentación . . . . .	201
Problemas resueltos . . . . .	203
Problemas propuestos . . . . .	212
<b>9. Amplificadores de baja frecuencia . . . . .</b>	<b>214</b>
9.1. Circuitos amplificadores . . . . .	214
9.2. Polarización y estabilización . . . . .	214
9.3. Amplificadores montajes EC, CC y BC . . . . .	216
9.4. Amplificadores realimentados . . . . .	218
9.5. Amplificadores con FET . . . . .	219
9.6. Etapas amplificadoras de potencia . . . . .	221
9.7. Calentamiento de los transistores . . . . .	222
Problemas resueltos . . . . .	223
Problemas propuestos . . . . .	239
<b>10. El transistor bipolar en conmutación . . . . .</b>	<b>243</b>
10.1. Polarización de las uniones de un transistor . . . . .	243
10.2. El estado de corte . . . . .	243
10.3. El estado de saturación . . . . .	245
10.4. El transistor multiemisor . . . . .	245
Problemas resueltos . . . . .	247
Problemas propuestos . . . . .	266
<b>11. Amplificadores operacionales . . . . .</b>	<b>269</b>
11.1. Amplificadores diferenciales . . . . .	269
11.2. Análisis de un amplificador diferencial . . . . .	270
11.3. Estudio en modo diferencial . . . . .	271
11.4. Estudio en modo común . . . . .	274
11.5. Factor de rechazo al modo común . . . . .	276
11.6. Definición de amplificador operacional . . . . .	277
11.7. Circuito equivalente de amplificador operacional . . . . .	277
11.8. Formas de trabajo de un operacional . . . . .	278
11.9. Características comerciales de un operacional integrado . . . . .	278
11.10. Circuitos amplificadores con operacionales . . . . .	282
11.11. Circuitos sumadores con operacionales . . . . .	283
11.12. Integradores y derivadores con operacionales . . . . .	283
11.13. Rectificadores y limitadores . . . . .	284

11.14. Circuitos comparadores .....	285
11.15. Filtros con operacionales (filtros activos) .....	286
Problemas resueltos .....	287
Problemas propuestos .....	308
<b>12. Generadores de señal .....</b>	<b>311</b>
12.1. Osciladores senoidales .....	311
12.2. Tipos de osciladores senoidales .....	311
12.3. Multivibrador astable .....	313
12.4. Generadores de señal integrados .....	315
12.5. Temporizadores .....	316
12.6. Temporizador analógico integrado 555 .....	318
12.7. Temporizadores con contadores .....	319
Problemas resueltos .....	320
Problemas propuestos .....	328
<b>Apéndice: Características del regulador LM78XX .....</b>	<b>331</b>

# CAPITULO 1

## Magnitudes eléctricas

INTRODUCCIÓN A LA ELECTRÓNICA Y LA ELECTRICIDAD PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DE AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL

### 1.1. PREFIJOS

Se utilizan anteponiéndolos al nombre de la unidad base de una magnitud, para formar los nombres de los diferentes múltiplos y submúltiplos de dicha unidad.

Los prefijos más importantes, así como sus símbolos, se muestran en la Tabla 1.1.

**Tabla 1.1.** Prefijos para múltiplos y submúltiplos

GIGA . . . . . (G...)	$\times 1.000.000.000 = 10^9$
MEGA . . . . . (M...)	$\times 1.000.000 = 10^6$
KILO . . . . . (K... k...)	$\times 1.000 = 10^3$
unidad . . . . . (.....)	$\times 1$
mili . . . . . (m...)	$\div 1.000 = 10^{-3}$
micro . . . . . ( $\mu$ ...)	$\div 1.000.000 = 10^{-6}$
nano . . . . . (n...)	$\div 1.000.000.000 = 10^{-9}$
pico . . . . . (p...)	$\div 1.000.000.000.000 = 10^{-12}$

### 1.2. MAGNITUDES DE ELECTRICIDAD Y ELECTRONICA

Muchas son las magnitudes empleadas en la técnica, por lo que vamos a clasificarlas en dos tablas:

- Magnitudes básicas, Tabla 1.2.
- Magnitudes secundarias, Tabla 1.3.

Tabla 1.2. Magnitudes básicas

Magnitud		Unidad básica		Múltiplos y submúltiplos más usuales	Relaciones con otras magnitudes
Cantidad de electricidad	$Q$	Culombio	C	Electrón ( $e^-$ ) $1\text{ C} = 6,3 \cdot 10^{18} e^-$	$Q = I \cdot t$
Intensidad	$I$	Amperio	A	mA    $\mu$ A    nA	$I = Q/t$
Fuerza electromotriz Tensión Diferencia de potencial	Fem $U$ D.d.p.	Voltio	V	MV    KV    mV    $\mu$ V	$V = I \cdot R$ Ley de Ohm
Resistencia	$R$	Ohmio	$\Omega$	M $\Omega$    K $\Omega$    m $\Omega$	$R = V/I$
Capacidad	$C$	Faradio	F	mF    $\mu$ F    nF    pF	$C = Q/V$
Autoinducción	$L$	Henrio	H	mH    $\mu$ H	—
Frecuencia	$f$	Hercio	Hz	GHz    MHz    KHz	$f = 1/T$

Tabla 1.3. Magnitudes secundarias

Magnitud		Unidad básica		Múltiplos y submúltiplos más usuales	Relaciones con otras magnitudes
Densidad de corriente	$\delta$	Amperio/m <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>	A/mm <sup>2</sup>	$\delta = \frac{I}{S}$
Energía eléctrica	$E$ $T$	Watio·segundo	W · s	Kw · h	$E = P \cdot t$
Potencia	$P$	Watio	W	Mw    Kw    mW    $\mu$ W caballo (CV) $1\text{ CV} = 736\text{ W}$	$P = V \cdot I$
Conductancia	$G$	Mh0	$\mathfrak{U}$	1 Siemens = 1 mho	$G = 1/R$

### 1.3. CALCULO DEL VALOR DE LA RESISTENCIA DE UN CONDUCTOR

El valor de la resistencia de un conductor depende de su geometría, del material del que está formado y de la temperatura a la que se encuentra. Para calcular dicho valor se emplean las fórmulas de la Tabla 1.4.

Tabla 1.4. Fórmulas de la resistencia de un conductor

	Resistencia a 0°C	Variación de la resistencia con la temperatura
Fórmula	$R = \rho_{0^\circ\text{C}} \cdot \frac{l}{S}$	$R_t = R_{0^\circ\text{C}} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t)$
Unidades	$\rho_{0^\circ\text{C}}$ = Resistividad en $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ $l$ = Longitud en metros $S$ = Sección del conductor en $\text{mm}^2$ $R$ = Resistencia en $\Omega$	$R_t$ = Resistencia a una temperatura $t$ $R_{0^\circ\text{C}}$ = Resistencia a 0°C $\Delta t$ = Incremento de temperatura $\alpha$ = Coeficiente de temperatura $\Omega/^\circ\text{C}$
Comentarios	—	El coeficiente de temperatura puede ser positivo o negativo, según el material

Para poder realizar los anteriores cálculos, es preciso conocer el valor de la resistividad y el coeficiente de temperatura de los principales materiales conductores; dichos valores se encuentran en la Tabla 1.5.

Tabla 1.5. Valores de  $\rho$  y  $\alpha$  a 0°C

Sustancia	$\rho (\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m})$	$\alpha (\Omega/^\circ\text{C})$
Aluminio	$2,8 \cdot 10^{-2}$	0,0042
Carbón	$3.500 \cdot 10^{-2}$	-0,0005
Constantán	$49 \cdot 10^{-2}$	Despreciable
Cobre	$1,8 \cdot 10^{-2}$	0,0042
Hierro	$12 \cdot 10^{-2}$	0,0062
Latón	$7 \cdot 10^{-2}$	0,002
Manganina	$43 \cdot 10^{-2}$	Despreciable
Mercurio	$94 \cdot 10^{-2}$	0,00088
Nicrom	$111 \cdot 10^{-2}$	0,0004
Plata	$1,6 \cdot 10^{-2}$	0,0040
Plomo	$22 \cdot 10^{-2}$	0,0043
Wolframio	$5,3 \cdot 10^{-2}$	0,0036

#### 1.4. CAPACIDAD DE UN CONDENSADOR PLANO

La capacidad de un condensador plano depende de su geometría y del material que constituye su dieléctrico.

La fórmula que nos sirve para calcular dicha capacidad es la siguiente:

$$C (\mu\text{F}) = 8,84 \cdot 10^{-8} \cdot K \cdot \frac{S (\text{cm}^2)}{d (\text{cm})}$$



- $K$  = Constante dieléctrica.
- $S$  = Superficie de enfrentamiento entre placas.
- $d$  = Distancia de separación entre placas.

La Tabla 1.6 nos da los valores de la constante dieléctrica de diferentes materiales aislantes.

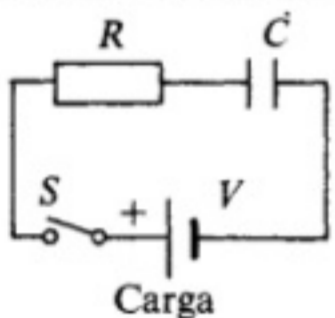
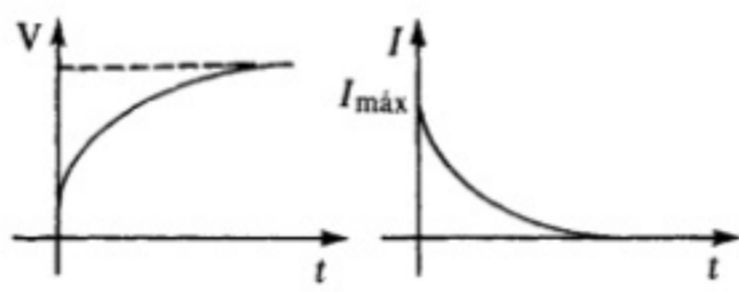
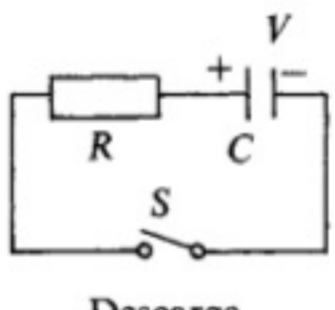
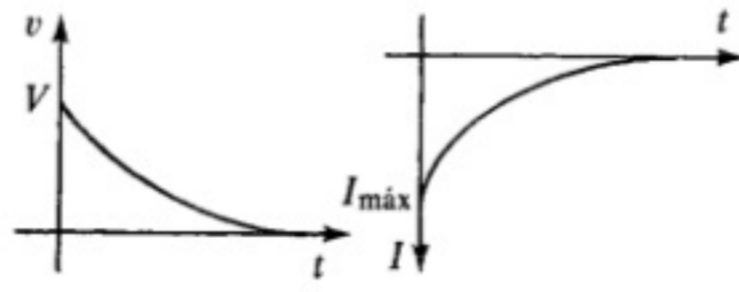
**Tabla 1.6.** Constante dieléctrica de diversos aislantes

Constante dieléctrica	Material
1	Aire
2,2	Poliéster
1,5	Papel seco
3,5	Papel impregnado
4,5	Baquelita
5	Porcelana
3 a 8	Mica
6,5	Cristal
95	Bióxido de titanio

### 1.5. CONSTANTE DE TIEMPO EN LA CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR

Cuando un condensador se conecta en un circuito como la de la Tabla 1.7, al cerrar o abrir el interruptor  $S$ , se producen procesos de carga y descarga del condensador. Dichos procesos pueden ser calculados por las ecuaciones que se indican en la Tabla 1.7.

**Tabla 1.7.** Ecuaciones de carga y descarga de un condensador

Circuito	Curvas	Ecuaciones
 <p>Carga</p>		$v = V \cdot (1 - e^{-t/RC})$ $I_{\text{máx}} = \frac{V}{R}$ $T_{\text{total carga}} = 5 \cdot R \cdot C$
 <p>Descarga</p>		$v = V \cdot e^{-t/RC}$ $I_{\text{máx}} = \frac{V}{R}$ $T_{\text{total descarga}} = 5 \cdot R \cdot C$

## 1.6. COEFICIENTE DE AUTOINDUCCION DE UNA BOBINA

El coeficiente de autoinducción de una bobina depende de su geometría y de la permeabilidad magnética de su núcleo. La siguiente fórmula nos indica la forma de calcular el valor de dicho coeficiente en una bobina:

$$L(H) = 1,257 \cdot \frac{N^2 \cdot S \text{ (cm}^2\text{)}}{10^8 \cdot l \text{ (cm)}} \cdot \mu$$

- $L$  = Coeficiente de autoinducción.  
 $S$  = Sección de la bobina.  
 $l$  = Longitud de la bobina.  
 $\mu$  = Permeabilidad del núcleo (aire = 1).

## 1.7. ENERGIA ALMACENADA EN UNA BOBINA O CONDENSADOR

Tanto el campo magnético de una bobina como el eléctrico de un condensador almacenan energía, cuyo valor se calcula con las siguientes fórmulas:

$$\text{Energía en una bobina} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

$$\text{Energía en un condensador} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 1.1. Realizar los siguientes cambios de unidades: a) 0,031 nA en A; b)  $2,47 \cdot 10^2$  W en mW; c) 0,005 Kv en mV.

**Solución:**

- a)  $0,031 \cdot 10^{-9} = 3,1 \cdot 10^{-11}$  A.  
 b)  $2,47 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 2,47 \cdot 10^5$  mW.  
 c)  $0,005 \cdot 10^6 = 5 \cdot 10^3$  mV.

- 1.2. Efectuar los siguientes cambios de unidades: a)  $49,3 \cdot 10^8 \Omega$  en  $M\Omega$ ; b)  $5,32 \cdot 10^5 \mu F$  en F; c) 10 CV en W.

**Solución:**

- a)  $49,3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6} = 49,3 \cdot 10^2 M\Omega$ .  
 b)  $5,32 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} = 0,532 F$ .  
 c)  $10 \cdot 736 = 7\,360 W$ .

- 1.3. Realizar los siguientes cambios de unidades: a)  $1,12 \cdot 10^{-2} Hz$  en Khz; b) 0,02 C en  $e^-$ ; c)  $43 \cdot 10^5 W \cdot s$  en Kw · h; d)  $8,3 \cdot 10^4 \mu H$  en H.

**Solución:**

- a)  $1,12 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} = 1,12 \cdot 10^{-5} Khz$ .  
 b)  $0,02 \cdot 6,3 \cdot 10^{18} = 1,26 \cdot 10^{17} e^-$ .  
 c)  $43 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} = 43 \cdot 10^2 Kw \cdot s = (43 \cdot 10^2 / 3\,600) Kw \cdot h = 1,19 Kw \cdot h$ .  
 d)  $8,3 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6} = 8,3 \cdot 10^{-2} H$ .

- 1.4. Efectuar los siguientes cambios de unidades: a) 7 380 W en CV; b)  $9,3 \cdot 10^{-2} Kw \cdot h$  en  $W \cdot s$ ; c)  $4,32 \cdot 10^{-3} A$  en pA; d)  $45,3 \cdot 10^{20} e^-$  en C.

**Solución:**

- a)  $7\,380 / 736 = 10,02 CV$ .  
 b)  $9,3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 = 9,3 \cdot 10^1 W \cdot h = 93 \cdot 3\,600 = 334\,800 W \cdot s$ .  
 c)  $4,32 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{12} = 4,32 \cdot 10^9 pA$ .  
 d)  $45,3 \cdot 10^{20} / 6,3 \cdot 10^{18} = 719,04 C$ .

- 1.5. Realizar los siguientes cambios de unidades: a) 4,2 V en mV; b) 3 274  $\mu A$  en mA; c) 978 pF en mF.

**Solución:**

- a)  $4,2 \cdot 10^3 = 4\,200 mV$ .  
 b)  $3\,274 \cdot 10^{-3} = 3,274 mA$ .  
 c)  $978 \cdot 10^{-6} = 9,78 \cdot 10^{-4} mF$ .

- 1.6. Por un conductor circulan  $3,7 \cdot 10^{21}$  electrones en 12 s. Calcular la intensidad que atraviesa.

**Solución:** Según la relación de la Tabla 1.2,  $I = \frac{Q}{t}$ ; luego

$$I = \frac{3,7 \cdot 10^{21} / 6,3 \cdot 10^{18}}{12} = \frac{0,587 \cdot 10^3 (C)}{12 (s)} = 48,9 A$$

- 1.7. Por un conductor circulan 200 mA durante 1 min. Hallar la cantidad de electricidad que circula.

**Solución:** Partiendo de la relación  $I = \frac{Q}{t}$ , tendremos  $Q = I \cdot t$ , luego

$$Q = (200 \cdot 10^{-3}) (A) \cdot (60) (s) = 12 C$$

1.8. ¿Cuánto tiempo ha de circular una corriente de 10 mA para que circulen 15 C?

**Solución:** Según la relación empleada en los problemas anteriores,  $I = \frac{Q}{t}$  y, despejando  $t$ , nos quedará  $t = \frac{Q}{I}$ ; luego

$$t = \frac{15 \text{ (C)}}{(10 \cdot 10^{-3}) \text{ (s)}} = 1\,500 \text{ s} \rightarrow 25 \text{ min}$$

1.9. Calcular la potencia del circuito de la Figura 1.1.

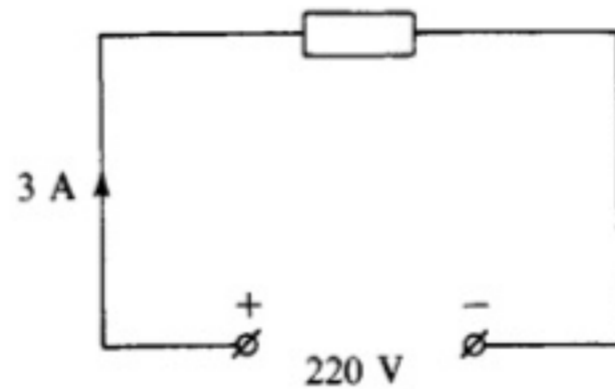


Figura 1.1.

**Solución:** Partiendo de la relación de la Tabla 1.3,  $P = V \cdot I$ ; por tanto,

$$P = 3 \text{ (A)} \cdot 220 \text{ (V)} = 660 \text{ W}$$

1.10. Averiguar la energía eléctrica consumida por una estufa durante 3 h, si sabemos que, al conectarla a 220 V, absorbe 5 A.

**Solución:** Por la Tabla 1.3 sabemos la relación  $E = P \cdot t$ ; a su vez, sabemos también que  $P = V \cdot I$ , luego

$$P = 220 \text{ (V)} \cdot 5 \text{ (A)} = 1\,100 \text{ W}$$

y, por tanto,

$$E = 1\,100 \text{ (W)} \cdot 3 \text{ (h)} = 3\,300 \text{ W} \cdot \text{h} = 3\,300 \cdot 10^{-3} \text{ Kw} \cdot \text{h} = 3,3 \text{ Kw} \cdot \text{h}$$

1.11. Una lámpara consumió al cabo de 5 h 1,27 Kw · h. Sabiendo que se conecta a 220 V, calcular la intensidad que absorbe de la red.

**Solución:** Nosotros sabemos que  $E = P \cdot t$ , de donde  $P = \frac{E}{t}$ ; luego

$$P = \frac{1,27 \cdot 10^3 \text{ (W} \cdot \text{h)}}{5 \text{ (h)}} = 254 \text{ W}$$

Por otra parte,  $P = V \cdot I$ , de donde  $I = \frac{P}{V}$ ; con lo que

$$I = \frac{254 \text{ (W)}}{220 \text{ (V)}} = 1,15 \text{ A}$$

- 1.12. Hallar la tensión que hay que aplicar a una estufa que absorbe 3 A, para que consuma, al cabo de un día, 10 Kw·h.

**Solución:** Procediendo como en el Problema 1.11, tendremos  $E = P \cdot t$ , de donde  $P = \frac{E}{t}$ ; luego

$$P = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ (W} \cdot \text{h)}}{24 \text{ (h)}} = 416,6 \text{ W}$$

y, a su vez,  $P = V \cdot I$ , de donde  $V = \frac{P}{I}$ ; luego

$$V = \frac{416,6 \text{ (W)}}{3 \text{ (A)}} = 138,8 \text{ V}$$

- 1.13. Calcular la resistencia de un conductor de aluminio de 150 m de longitud y 1,5 mm de diámetro.

**Solución:** Empleando la fórmula de la Tabla 1.4, que dice  $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ , y teniendo en cuenta el valor de la resistividad del aluminio, que aparece en la Tabla 1.5, tendremos

$$R = 2,8 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{150 \text{ (m)}}{(\pi \cdot 0,75^2) \text{ (mm}^2\text{)}} = 2,8 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{150 \text{ (m)}}{1,76 \text{ (mm}^2\text{)}} = 2,38 \Omega$$

- 1.14. Una línea eléctrica de 2 Km de longitud debe tener 5  $\Omega$  de resistencia. Sabiendo que el conductor es de cobre, calcular el  $\phi$  del conductor.

**Solución:** Según la Tabla 1.5, la resistividad del cobre es de  $1,8 \cdot 10^{-2}$ ; luego despejando el valor de la sección en la fórmula de la Tabla 1.4, tendremos

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \rightarrow S = \rho \cdot \frac{l}{R}$$

luego

$$S = 1,8 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^3 \text{ (m)}}{5 \text{ (}\Omega\text{)}} = 7,2 \text{ mm}^2$$

por otra parte, si  $S = \pi \cdot r^2 \rightarrow r = \sqrt{S/\pi}$ , luego  $r = \sqrt{7,2/\pi} = 1,5 \text{ mm}$  y, por fin,  $\phi = 3 \text{ mm}$ .

- 1.15. Averiguar la longitud de hilo de «nicrom» de 0,2 mm de diámetro que es preciso utilizar para construir una resistencia de 15  $\Omega$ .

**Solución:** El valor de  $\rho = 111 \cdot 10^{-2}$ . Despejando  $l$  de la fórmula de la Tabla 1.4, tendremos

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \rightarrow l = \frac{R \cdot S}{\rho}$$

luego

$$l = \frac{15 (\Omega) \cdot (\pi \cdot 0,1^2) (\text{mm}^2)}{111 \cdot 10^{-2} (\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m})} = 0,421 \text{ m}$$

- 1.16.** Un recipiente con agua acidulada posee dos placas metálicas de  $100 \text{ cm}^2$  de superficie separadas  $60 \text{ mm}$ . Sabiendo que la resistencia de las placas es de  $0,2 \Omega$ , calcular la resistividad del electrolito (agua acidulada).

**Solución:** El agua acidulada tiene la propiedad de ser conductora, por tanto, el volumen de agua que separa las dos placas metálicas se comporta como un conductor, cuya longitud es la separación entre placas ( $60 \text{ mm}$ ) y cuya sección es igual a la superficie de las placas ( $100 \text{ cm}^2$ ). Por tanto, despejando  $\rho$  de la fórmula empleada en los problemas anteriores, tendremos  $\rho = R \cdot S/l$ ; luego

$$\rho = 0,2 (\Omega) \cdot (100 \cdot 10^2 (\text{mm}^2)/60 \cdot 10^{-3} (\text{m})) = 33\,333,3 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$$

- 1.17.** Averiguar a qué temperatura la resistencia de un hilo de hierro, que a  $0^\circ\text{C}$  tiene  $235 \Omega$ , aumenta hasta  $1\,703,75 \Omega$ .

**Solución:** En la Tabla 1.5 tenemos el valor del coeficiente de temperatura del hierro,  $\alpha = 0,0062$ . Aplicando la fórmula de la Tabla 1.4,  $R_t = R_{0^\circ} \cdot (1 + \alpha \Delta t)$ , y despejando, tendremos  $\Delta t = \frac{(R_t/R_{0^\circ}) - 1}{\alpha}$ ; luego

$$\Delta t = \frac{(1\,703,75/235) - 1}{0,0062} = 1\,008^\circ\text{C}$$

- 1.18.** El filamento de wolframio de una bombilla eléctrica tiene una longitud de  $0,5 \text{ m}$  y un  $\phi$  de  $0,1 \text{ mm}$ . Sabiendo que el valor de  $\alpha = 0,0036 \Omega/^\circ\text{C}$  y  $\rho = 0,053 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ , calcular: **a)** La resistencia a  $0^\circ\text{C}$ . **b)** La resistencia a  $1\,000^\circ\text{C}$ .

**Solución:**

- a)** Aplicando la fórmula para el cálculo de la resistencia de un conductor de la Tabla 1.4, tendremos

$$R_{0^\circ} = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0,053 \cdot \frac{0,5 (\text{m})}{(\pi \cdot 0,05^2) (\text{mm}^2)} = 3,4 \Omega$$

- b)** Seguidamente, aplicamos la fórmula de variación de la resistencia con la temperatura de la Tabla 1.4; luego

$$R_{1\,000^\circ\text{C}} = R_{0^\circ} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) = 3,4 \cdot (1 + 0,0036 \cdot 1\,000) = 15,5 \Omega$$

- 1.19.** Hallar la resistencia que presenta un conductor del cobre a  $70^\circ\text{C}$ , sabiendo que, a  $20^\circ\text{C}$ , vale  $100 \Omega$ .

**Solución:** El valor del coeficiente de temperatura del cobre está en la Tabla 1.5, donde  $\alpha = 0,0042$ . Aplicando la fórmula correspondiente de la Tabla 1.4, tendremos

$$R_{70^\circ} = R_{20^\circ} \cdot [1 + \alpha(70 - 20)] = 100 \Omega \cdot (1 + 0,0042 \cdot 50) = 121,3 \Omega$$

Hay que destacar que  $\Delta t$  en anteriores problemas no precisaba hacerse por diferencia, ya que se partía siempre de la  $R$  a cero grados.

- 1.20.** Calcular la corriente que circula por un conductor, si sabemos que su diámetro es de 1 mm y la densidad de corriente que por él circula es de 10 A/cm<sup>2</sup>.

**Solución:** Por la Tabla 1.3 sabemos que la densidad de corriente vale  $\delta = \frac{I}{S}$ , de donde  $I = \delta \cdot S$ ; luego tendremos

$$I = (\pi \cdot 0,05^2) (\text{cm}^2) \cdot 10 (\text{A/cm}^2) = 0,078 \text{ A}$$

- 1.21.** Averiguar la densidad de corriente que circula por un conductor de 0,5 mm de diámetro, si se le aplica una corriente de 20 mA.

**Solución:** Empleando la misma relación del Problema 1.20, tendremos

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{20 \cdot 10^{-3} (\text{A})}{(\pi \cdot 0,025^2) (\text{cm}^2)} = 10,18 \text{ A/cm}^2$$

- 1.22.** La chapa de características de una cocina eléctrica nos dice: Potencia 1 500 W, Tensión 220 V. Calcular: **a)** La intensidad que absorbe. **b)** El valor de su resistencia en caliente. **c)** La energía eléctrica consumida, si permanece conectada 20 min.

**Solución:**

- a)** Partiendo de la fórmula  $P = V \cdot I$ , tendremos  $I = \frac{P}{V}$ ; luego

$$I = \frac{1\,500 (\text{W})}{220 (\text{V})} = 6,82 \text{ A}$$

- b)** El valor de la energía eléctrica se calcula en Kw · h de la siguiente forma:  $E = P \cdot t$ . Por otra parte, 20 min pasados a horas son  $20/60 = 0,33$  h; luego, por fin,

$$E = 1\,500 \cdot 10^{-3} (\text{Kw}) \cdot 0,33 (\text{h}) = 0,495 \text{ Kw} \cdot \text{h}$$

- 1.23.** Averiguar el consumo de energía eléctrica de una vivienda durante un mes, sabiendo que se encuentran instalados los siguientes receptores: 10 lámparas de 25 W, encendidas una media diaria de 4 h. Un sistema de calefacción y agua caliente de 2 Kw, encendido una media de 8 h diarias.

**Solución:** El valor de la energía consumida por día en cada grupo de receptores es

Energía lámparas	= 10 · 25 (W) · 4 (h)	= 1 000 W · h	= 1 Kw · h
Energía calefacción	= 2 (Kw) · 8 (h)		= 16 Kw · h
Energía total por día			= 17 Kw · h
Energía total por mes		= 17 · 30	= 510 Kw · h.

- 1.24.** Calcular la capacidad de un condensador formado por 2 tiras de papel de aluminio de 10 m de longitud y 1 cm de ancho, separadas por tiras de plástico de las mismas dimensiones y de un grosor de 0,1 mm cada una ( $K = 5$ ).

**Solución:** Aplicando la fórmula del Apartado 1.4 de este capítulo, tendremos

$$C = 8,84 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \frac{(10 \cdot 10^2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-1}) (\text{cm}^2)}{0,1 \cdot 10^{-1} (\text{cm})} = 4,42 \cdot 10^{-2} \mu\text{F} = 44,2 \text{ KpF}$$

Hay que destacar que en electrónica es habitual llamar KpF al nanofaradio.

- 1.25.** ¿Qué tipo de dieléctrico llevará un condensador de 5,55 pF, sabiendo que está formado por dos placas circulares de 2 cm de radio y separadas entre sí una distancia de 2 mm?

**Solución:** Despejando  $K$  de la fórmula del Apartado 1.4, tendremos

$$K = \frac{C (\mu\text{F}) \cdot d (\text{cm})}{8,84 \cdot 10^{-8} \cdot S (\text{cm}^2)}$$

luego tendremos

$$K = \frac{5,55 \cdot 10^{-6} (\mu\text{F}) \cdot 0,2 (\text{cm})}{8,84 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 2^2 (\text{cm}^2)} = 1$$

luego el dieléctrico empleado es el aire.

- 1.26.** Calcular la distancia que deben de estar separadas las placas de un condensador para que, siendo circulares y de 1,31 cm de radio, tenga una capacidad de 40 pF, sabiendo que el dieléctrico es porcelana ( $K = 5,5$ ).

**Solución:** Sustituyendo en la fórmula de capacidad de un condensador los datos que tenemos, quedará

$$40 \cdot 10^{-6} (\mu\text{F}) = 8,84 \cdot 10^{-8} \cdot 5,5 \cdot \frac{\pi \cdot 1,31^2 (\text{cm}^2)}{d}$$

de donde

$$d = \frac{8,84 \cdot 10^{-8} \cdot 5,5 \cdot \pi \cdot 1,31^2}{40 \cdot 10^{-6}} = 0,065 \text{ cm} = 0,65 \text{ mm}$$

- 1.27.** Averiguar la longitud que debe tener de lado un cuadrado para construir con él un condensador de 124 pF, sabiendo que las placas estarán separadas por una lámina de vidrio de 0,2 mm de espesor ( $K = 7$ ).

**Solución:** Procediendo de igual forma que en el problema anterior, tendremos

$$124 \cdot 10^{-6} (\mu\text{F}) = 8,84 \cdot 10^{-8} \cdot 7 \cdot \frac{l^2 (\text{cm}^2)}{0,2 \cdot 10^{-1} (\text{cm})}$$



de donde

$$l = \sqrt{\frac{124 \cdot 10^{-6} (\mu\text{F}) \cdot 0,2 \cdot 10^{-1} (\text{cm})}{8,84 \cdot 10^{-8} \cdot 7}} = 2 \text{ cm}$$

- 1.28. Calcular la distancia que deben de estar separadas las placas de un condensador con dieléctrico aire para que su capacidad sea de 40 pF, siendo sus placas circulares de 3,8 cm de radio.

**Solución:** Aplicando la fórmula deducida en el Problema 1.26, tendremos

$$d = \frac{8,84 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot \pi \cdot 3,8^2}{40 \cdot 10^{-6}} = 0,1 \text{ cm} = 1 \text{ mm}$$

- 1.29. Averiguar en el circuito de la Figura 1.2. **a)** El valor de  $R$  para que el condensador tarde en cargarse 30 s. **b)** El valor de la tensión de alimentación, si se quiere que la intensidad máxima de carga sea de 40  $\mu\text{A}$ .

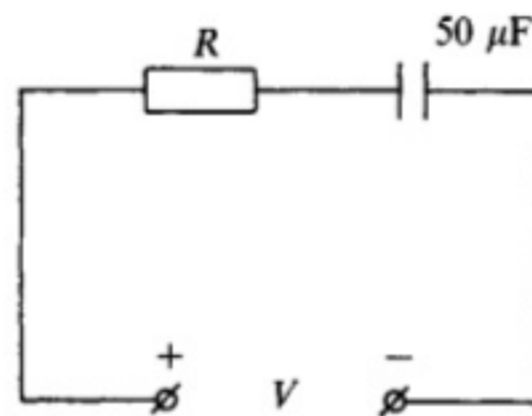


Figura 1.2.

**Solución:**

- a)** Como nos indica la Tabla 1.7, el valor del tiempo total de carga es  $T = 5 \cdot R \cdot C$ , de donde  $R = \frac{T}{5 \cdot C}$ ; luego

$$R = \frac{30 \text{ (s)}}{5 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ (F)}} = 1,2 \cdot 10^5 \Omega = 120 \text{ k}\Omega$$

- b)** Por otra parte, tenemos que  $V = I_{\text{máx}} \cdot R$ ; luego

$$V = 40 \cdot 10^{-6} \text{ (A)} \cdot 1,2 \cdot 10^5 \text{ (\Omega)} = 4,8 \text{ V}$$

- 1.30. Calcular la capacidad del condensador de la Figura 1.3 para que tarde en cargarse, a 150 V, 30 s. Calcular también la intensidad máxima de carga.

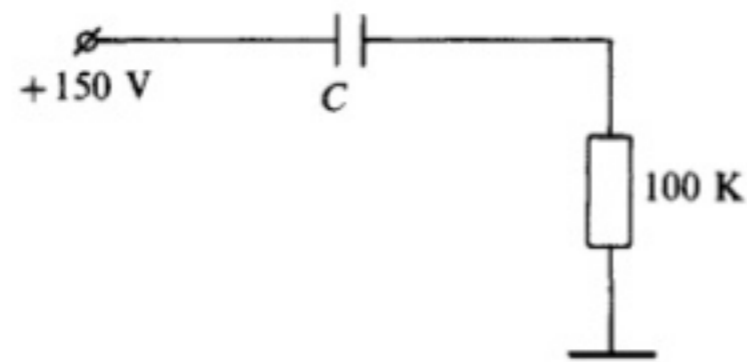


Figura 1.3.

**Solución:** Según la Tabla 1.7, el tiempo total de carga de un condensador a través de una resistencia vale  $T = 5 \cdot R \cdot C$ ; luego

$$C = \frac{T}{5 \cdot R} = \frac{30 \text{ (s)}}{5 \cdot 100 \cdot 10^3 \text{ (\Omega)}} = 60 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 60 \mu\text{F}$$

$$\text{A su vez, } I_{\text{máx}} = \frac{150 \text{ (V)}}{100 \text{ (k)}} = 1,5 \text{ mA}$$

**1.31.** Averiguar la energía que absorbe, al cargarse a 220 V, un condensador de 5 000  $\mu\text{F}$ .

**Solución:** En el Apartado 1.7 nos indica la fórmula que calcula el valor de dicha energía,  $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$ ; luego tendremos

$$E = \frac{1}{2} \cdot 5\,000 \cdot 10^{-6} \text{ (F)} \cdot 220^2 \text{ (V)} = 121 \text{ J}$$

**1.32.** ¿Qué capacidad debería tener un condensador para que, al alimentarlo a 220 V, almacene la energía de 1 J?

**Solución:** Despejando  $C$  de la fórmula empleada en el problema anterior, tendremos

$$C = \frac{2 \cdot E}{V^2} = \frac{2 \cdot 1 \text{ (J)}}{220^2 \text{ (V)}} = 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 41 \mu\text{F}$$

**1.33.** Sabiendo que la carga de un condensador está formada por  $2 \cdot 4 \cdot 10^{16}$  cargas de cada signo, calcular la energía almacenada en su interior, si su capacidad es de 30  $\mu\text{F}$ .

**Solución:** Empleando la relación fundamental de la capacidad que aparece en la Tabla 1.2, tendremos  $C = \frac{Q}{V}$ , de donde

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{(2,4 \cdot 10^{16} / 6,3 \cdot 10^{18}) \text{ (C)}}{30 \cdot 10^{-6} \text{ (F)}} = 127 \text{ V}$$

luego, aplicando ahora la fórmula correspondiente del Apartado 1.7, quedará, por fin,

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \text{ (F)} \cdot 127^2 \text{ (V)} = 2,41 \cdot 10^{-1} \text{ J}$$

- 1.34. Cuando se cierra el interruptor  $S$  en el circuito de la Figura 1.4, calcular: a) La constante de tiempo. b) La diferencia de potencial en bornas del condensador cuando ha transcurrido, desde que se cerró en interruptor, un tiempo igual a  $RC$ ,  $2RC$ ,  $3RC$  y  $5RC$ .

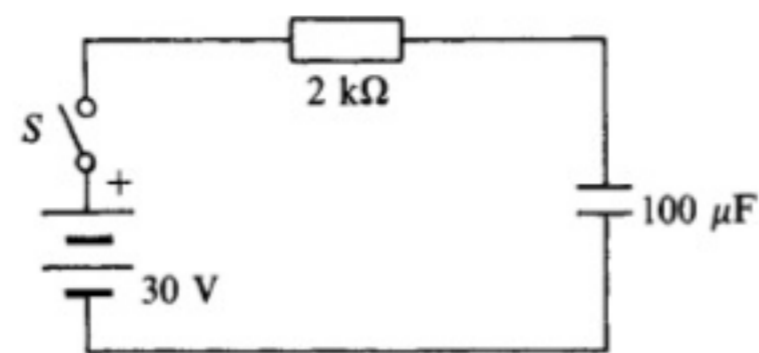


Figura 1.4.

**Solución:**

- a) Aplicando la fórmula correspondiente de la Tabla 1.7, tendremos  $\tau = R \cdot C$ ; luego

$$\tau = 2 \cdot 10^3 (\Omega) \cdot 100 \cdot 10^{-6} (\text{F}) = 0,2 \text{ s}$$

- b) Empleando ahora la ecuación de carga del condensador de la misma tabla y sustituyendo en ella  $t$  por  $RC$ ,  $2RC$ ..., tendremos

- para  $t = RC$ :  $v = 30 (\text{V}) \cdot (1 - e^{-\frac{RC}{RC}}) = 30 \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 18,96 \text{ V}$
- para  $t = 2RC$ :  $v = 30 (\text{V}) \cdot (1 - e^{-\frac{2RC}{RC}}) = 30 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^2}\right) = 25,94 \text{ V}$
- para  $t = 3RC$ :  $v = 30 (\text{V}) \cdot (1 - e^{-\frac{3RC}{RC}}) = 30 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^3}\right) = 28,50 \text{ V}$
- para  $t = 5RC$ :  $v = 30 (\text{V}) \cdot (1 - e^{-\frac{5RC}{RC}}) = 30 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^5}\right) = 29,79 \text{ V}$

- 1.35. El condensador del circuito de la Figura 1.5 ha sido cargado previamente a una tensión de 5 V. Averiguar el tiempo que tardará en terminar el proceso de carga.

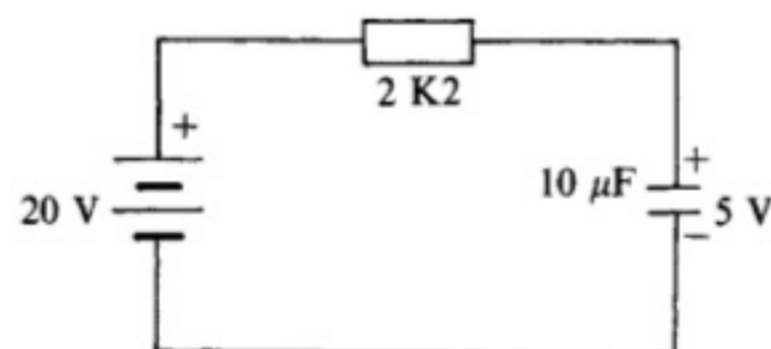


Figura 1.5.

**Solución:** Vamos a llamar  $t_{20}$  al tiempo que tarda en cargarse el condensador a la tensión de alimentación. Por tanto, el valor de  $t_{20} = 5 \cdot R \cdot C = 5 \cdot 2,2 \cdot 10^3 (\Omega) \cdot 10 \cdot 10^{-6} (\text{F}) = 0,11 \text{ s}$ .

Por otra parte, llamaremos  $t_5$  al tiempo que tardó el condensador en cargarse previamente a 5 V.

Para el cálculo de  $t_5$  emplearemos la fórmula de la Tabla 1.7:

$$v = V_a \cdot (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Despejemos de ella el valor de  $t$ :

$$\frac{v}{V_a} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

de donde

$$e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - \frac{v}{V_a}$$

aplicando logaritmos neperianos a la ecuación quedará

$$\text{Ln} (e^{-\frac{t}{RC}}) = \text{Ln} \left( 1 - \frac{v}{V_a} \right)$$

y simplificando

$$-\frac{t}{RC} \cdot \text{Ln} e = \text{Ln} \left( \frac{V_a - v}{V_a} \right)$$

de donde

$$-\frac{t}{RC} = \text{Ln} \left( \frac{V_a - v}{V_a} \right)$$

ya que  $\text{Ln} e = 1$

luego

$$t = -R \cdot C \cdot \text{Ln} \left( \frac{V_a - v}{V_a} \right)$$

particularizando en nuestro caso esta ecuación, será

$$t_5 = -2,2 \cdot 10^3 (\Omega) \cdot 10 \cdot 10^{-6} (\text{F}) \cdot \text{Ln} \left( \frac{20 - 5}{20} \right) (\text{V})$$

de donde

$$t_5 = -2,2 \cdot 10^{-2} \cdot (-0,287) = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Por último, diremos que el tiempo que tarda en cargarse el condensador de 5 a 20 V será

$$t_{5-20} = 0,11 - 6,3 \cdot 10^{-3} = 0,1037 \text{ s} = 103,7 \text{ ms}$$

**1.36.** Calcular cuánto tiempo ha de transcurrir para que el condensador del circuito de la Figura 1.5 alcance una tensión de 10 V.

**Solución:** Siguiendo el mismo razonamiento del problema anterior:

$$t_{5-10} = t_{10} - t_5$$

Empleando la ecuación que nos da el tiempo de carga de un condensador, cuando se carga desde cero a un valor determinado, deducida en el problema anterior, tendremos

$$t_{10} = -R \cdot C \cdot \text{Ln} \left( \frac{V_a - v}{V_a} \right) = -2,2 \cdot 10^3 (\Omega) \cdot 10 \cdot 10^{-6} (\text{F}) \cdot \text{Ln} \left( \frac{20 - 10}{20} \right) (\text{V}) = \\ = -2,2 \cdot 10^{-2} \cdot (-0,693) = 0,01524 \text{ s}$$

luego

$$t_{5-10} = 0,01524 - 6,3 \cdot 10^{-3} = 8,84 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

- 1.37.** Un condensador de  $50 \mu\text{F}$  que se encuentra conectado en serie con una resistencia de  $200 \text{ k}\Omega$  es sometido al siguiente proceso: En primer lugar se le conecta junto con la resistencia a una tensión continua de  $24 \text{ V}$  durante  $20 \text{ s}$ . Seguidamente se le desconecta de dicha tensión y se le cortocircuita a través de la resistencia durante  $7 \text{ s}$ . Calcular el valor de la tensión en bornas del condensador al final de dicho proceso.

**Solución:** Aplicando la fórmula del proceso de carga que aparece en la Tabla 1.7 tendremos

$$v = 24 \cdot (1 - e^{-\frac{20}{50 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot 10^3}}) = 20,75 \text{ V}$$

Seguidamente aplicando la fórmula de la misma tabla para el proceso de descarga y teniendo en cuenta que la tensión desde la que se descarga el condensador es de  $20,75 \text{ V}$ , ya que hasta ella llegó en el proceso de carga, tendremos:

$$v = 20,75 \cdot e^{-\frac{7}{50 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot 10^3}} = 10,3 \text{ V}$$

- 1.38.** Calcular el porcentaje de la carga total que adquiere un condensador de capacidad  $C$ , que se carga a través de una resistencia  $R$ , cuando ha transcurrido, desde que comenzó su carga, un tiempo igual al valor de su constante de tiempo de carga  $\tau = R \cdot C$ .

**Solución:** Si llamamos  $V_a$  a la tensión que alimenta el condensador podremos, aplicando la ecuación de la Tabla 1.7, calcular el valor de la tensión en bornas del condensador al cabo de un tiempo  $t = R \cdot C$ .

$$v = V_a \cdot (1 - e^{-\frac{R \cdot C}{R \cdot C}})$$

Simplificando en la anterior ecuación tendremos:

$$v = V_a \cdot (1 - e^{-1}) \quad v = V_a \cdot \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

de donde, y sustituyendo el valor del número  $e = 2,718$ ,

$$v = V_a \cdot 0,63$$

y por fin

$$\frac{v}{V_a} = 0,63 \rightarrow v = 63,91 \% \text{ de } V_a$$

- 1.39. Hallar el valor del coeficiente de autoinducción de la bobina de la Figura 1.6, conociendo las siguientes características: Núcleo de material ferromagnético con una permeabilidad  $\mu = 262$ . Diámetro medio del toroide, 15 cm. Sección transversal del núcleo  $2 \text{ cm}^2$ . Número de espiras del arrollamiento 2 000.

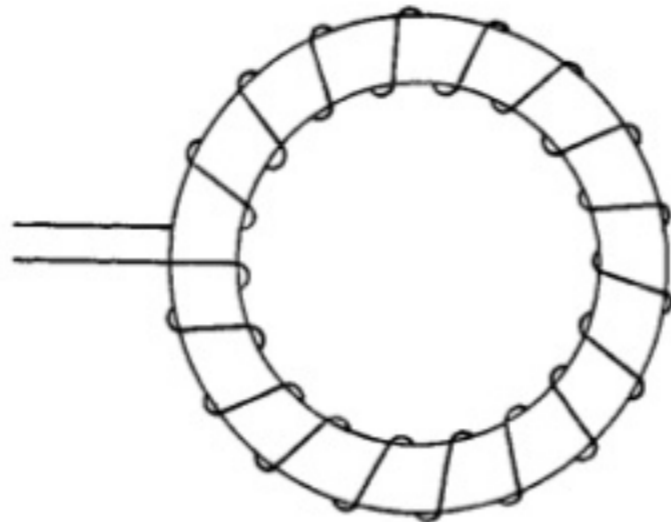


Figura 1.6.

**Solución:** Aplicando la fórmula del Apartado 1.6, tendremos

$$L = 1,257 \cdot \frac{N^2 \cdot S}{10^8 \cdot l} \cdot \mu = 1,257 \cdot \frac{2\,000^2 \cdot 2 \cdot (\text{cm}^2) \cdot 262}{10^8 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 7,5 (\text{cm})} = 0,56 \text{ H}$$

- 1.40. ¿Cuál será la energía almacenada en una bobina de 12 H, si por ella circula una corriente de 4 A?

**Solución:** Aplicando la fórmula del Apartado 1.7, tendremos

$$E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4^2 = 96 \text{ J}$$

- 1.41. Se desea construir una bobina de  $150 \mu\text{H}$  de autoinducción empleando un tubo de cartón baquelizado de 1 cm de diámetro y 30 mm de longitud. Calcular el número de espiras del arrollamiento.

**Solución:** Partiendo de la fórmula del Apartado 1.6, tendremos

$$L = 1,257 \cdot \frac{N^2 \cdot S}{10^8 \cdot l} \cdot \mu$$

de donde, despejando  $N$ , tendremos

$$N = \sqrt{\frac{L \cdot 10^8 \cdot l}{1,257 \cdot S \cdot \mu}} = \sqrt{\frac{150 \cdot 10^{-6} (\mu\text{H}) \cdot 10^8 \cdot 30 \cdot 10^{-1} (\text{cm})}{1,257 \cdot \pi \cdot 0,5^2 (\text{cm}^2) \cdot 1}} = 214 \text{ espiras}$$

- 1.42. Calcular la energía que es capaz de almacenar en su campo magnético, una bobina de 3 000 espiras por la que circula una corriente de 1 A, que se encuentra montada

sobre un núcleo magnético de las siguientes características: permeabilidad  $\mu = 300$ , longitud 10 cm y sección cuadrada de 3 cm de lado.

**Solución:** Comenzaremos calculando la sección del núcleo

$$S = 3^2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Seguidamente calcularemos la autoinducción de la bobina aplicando la ecuación del Apartado 1.6:

$$L = 1,257 \cdot \frac{N^2 \cdot S}{10^8 \cdot l} \cdot \mu$$

$$L = 1,257 \cdot \frac{3\,000^2 \cdot 9 \text{ (cm}^2\text{)}}{10^8 \cdot 10 \text{ (cm)}} \cdot 300 = 30,5 \text{ H}$$

empleando por último la fórmula correspondiente del Apartado 1.7 tendremos:

$$E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 30,5 \cdot 1^2 = 15,27 \text{ J}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1.43.** Realizar los siguientes cambios de unidades: a)  $73,1 \cdot 10^8$  pA en A. b)  $69,3 \cdot 10^5$  mV en Kv. c) 7,6 CV en Kw.  
**Solución:** a)  $7,31 \cdot 10^{-3}$  A; b) 6,93 Kv; c) 5,59 Kw.
- 1.44.** Efectuar los siguientes cambios de unidades: a)  $65,3 \cdot 10^{-4}$   $\Omega$  en k $\Omega$ . b)  $9,81 \cdot 10^{10}$  KpF en F. c)  $2,89 \cdot 10^6$  W·s en Kw·s.  
**Solución:** a) 6,53 k $\Omega$ ; b) 98,1 F; c) 2 890 Kw·s.
- 1.45.** Realizar los siguientes cambios de unidades: a)  $2,36 \cdot 10^{-5}$  H en  $\mu$ H. b)  $1,7 \cdot 10^8$  Hz en MHz. c) 3,3 C en electrones.  
**Solución:** a) 23,6  $\mu$ H; b) 170 MHz; c)  $2,079 \cdot 10^{-19}$  electrones.
- 1.46.** Por un conductor circulan 300  $\mu$ A durante 1 h. Calcular la cantidad de electrones que circulan.  
**Solución:**  $6,804 \cdot 10^{18}$  electrones.
- 1.47.** Averiguar la intensidad que circula por un conductor por el que pasan  $42,7 \cdot 10^{20}$  electrones durante 2 min.  
**Solución:** 56.5 A.
- 1.48.** ¿Cuánto tiempo ha de circular una corriente de 30  $\mu$ A para que circulen 13,4 C?  
**Solución:** 124 h 4 min 26 s.
- 1.49.** ¿Qué corriente absorberá del enchufe un motor de 2 Kw si la tensión vale 220 V?  
**Solución:** 9,09 A.
- 1.50.** Calcular la corriente que absorbe un motor de 10 CV conectado a una tensión de 220 V.  
**Solución:** 33,4 A.
- 1.51.** Averiguar la resistencia de un conductor de aluminio que tiene una longitud de 10 m y un diámetro de 0,2 cm.  
**Solución:** 0,089  $\Omega$ .

1.52. Calcular el diámetro de un hilo de plata de  $10 \Omega$  de resistencia, si sabemos que posee una longitud de 10 m.

Solución: 0,14 mm.

1.53. ¿A qué temperatura un conductor de cobre posee una resistencia de  $530 \Omega$ , si sabemos que a  $0^\circ\text{C}$  su resistencia es de  $200 \Omega$ ?

Solución:  $386,4^\circ\text{C}$ .

1.54. Calcular la resistencia del filamento de una lámpara de incandescencia, sabiendo que es de wolframio, que alcanza la temperatura de  $1\ 500^\circ\text{C}$  y que el valor de sus resistencia, a  $20^\circ\text{C}$ , es de  $60 \Omega$ .

Solución:  $379,7 \Omega$ .

1.55. Hallar la capacidad de un condensador, constituido por dos discos de 15 cm de diámetro, separados por el aire una distancia de 5 mm.

Solución:  $31,2 \text{ pF}$ .

1.56. Calcular la energía almacenada en el condensador de la Figura 1.7 cuando se haya cargado.

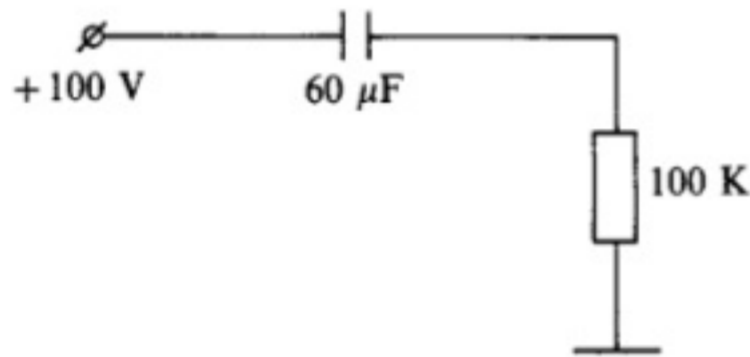


Figura 1.7.

Solución: 0,3 J.

1.57. Averiguar el tiempo que tarda en cargarse el condensador de la Figura 1.7.

Solución: 30 s.

1.58. Calcular la capacidad del condensador de la Figura 1.8 para que tarde en cargarse 30 s.

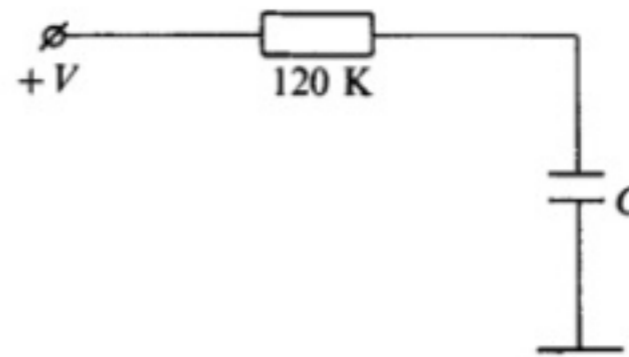


Figura 1.8.

Solución:  $50 \mu\text{F}$ .

1.59. Hallar en el circuito de la Figura 1.9: a) El tiempo total de carga del condensador. b) Los valores máximo y mínimo de la corriente de carga del condensador.

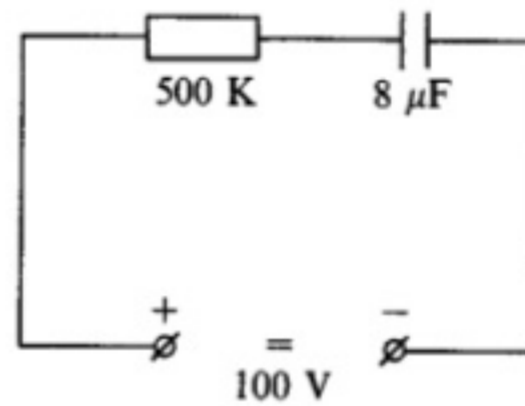


Figura 1.9.

Solución: a) 20 s;  
b)  $I_{\text{máx}} = 0,2 \text{ mA}$ ;  $I_{\text{mín}} = 0 \text{ A}$ .

1.60. Calcular el valor de la autoinducción de una bobina constituida por un tubo de cartón baquelizado de 10 cm de longitud y 5 cm de diámetro, sobre el que se encuentran bobinadas 1 500 espiras de hilo de cobre. En el interior del tubo se encuentra un núcleo de material ferromagnético que posee una permeabilidad de  $\mu = 2\ 000$ .

Solución: 111 H.



# CAPITULO 2

## Leyes básicas de la electricidad y asociación de componentes

### 2.1. LEY DE OHM

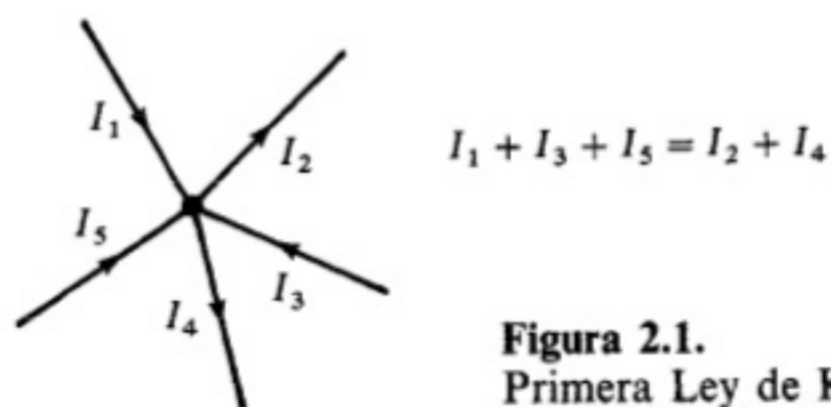
La enunciación habitual de la Ley de Ohm es la siguiente:

*En todo componente el valor de la diferencia de potencial entre sus dos terminales extremos es igual al producto de la intensidad que por él circula multiplicada por su resistencia.*

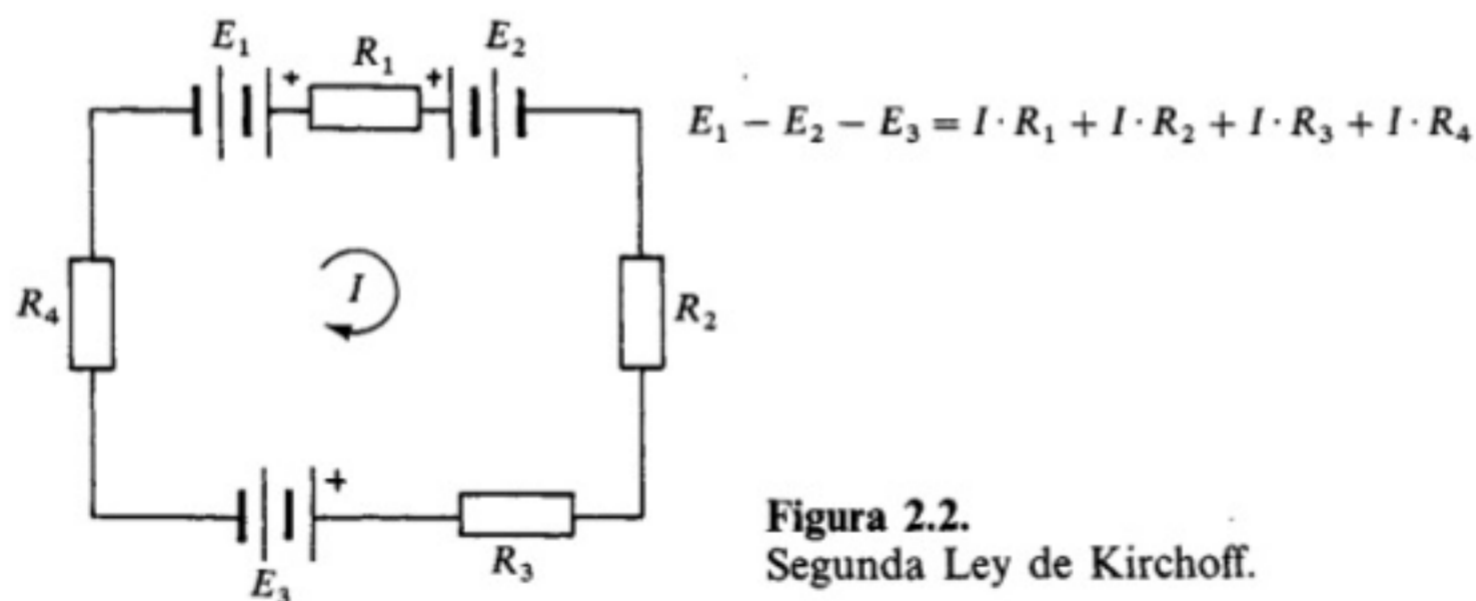
### 2.2. LEYES DE KIRCHOFF

Existen dos leyes aplicables a circuitos eléctricos que son las siguientes:

1. *En todo nudo de corriente se cumple que la suma de las intensidades que entran es igual a la suma de las intensidades que salen (Fig. 2.1):*



**Figura 2.1.**  
Primera Ley de Kirchoff.



**Figura 2.2.**  
Segunda Ley de Kirchoff.

2. En todo circuito cerrado se cumple que la suma algebraica de las fuerzas electromotrices existentes en la malla es igual a la suma de los productos formados al multiplicar la intensidad que circula en la malla por el valor de cada una de las resistencias que componen el circuito (Fig. 2.2):

### 2.3. LEY DE JOULE

El enunciado de esta ley es el siguiente:

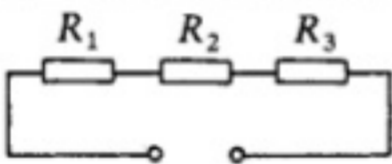
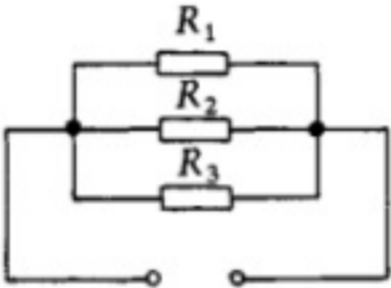

En todo conductor o componente recorrido por la corriente eléctrica se produce un desprendimiento de calor que es igual al producto de 0,24 por la potencia aplicada y por el tiempo que circula la corriente.

$$\text{Cantidad de calor (calorías)} = 0,24 \cdot P(\text{W}) \cdot t(\text{s})$$

### 2.4. ASOCIACION DE RESISTENCIAS

Existen tres formas de asociar las resistencias, que se resumen en la Tabla 2.1.

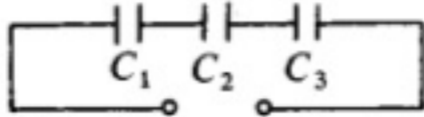
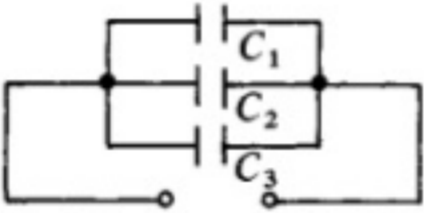
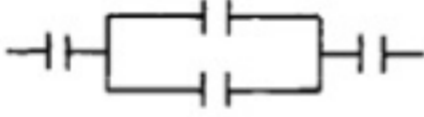
Tabla 2.1. Asociación de resistencias

Tipo asociación	Circuito	Resistencia equivalente
Serie		$R_T = R_1 + R_2 + R_3$
Paralelo		$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$ <p>Casos particulares</p> <p>Dos resistencias <math>R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}</math></p> <p>Resistencias iguales</p> $\underbrace{R_1 \parallel R_1 \parallel R_1 \parallel \dots}_n = \frac{R_1}{n}$
Mixto		Combinación de los otros tipos de asociación.

### 2.5. ASOCIACION DE CONDENSADORES

En un circuito es posible asociar los condensadores de tres formas diferentes, que se exponen en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Asociación de condensadores

Tipo asociación	Circuito	Resistencia equivalente
Serie		$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$ <p><i>Casos particulares</i></p> <p>Dos condensadores <math>C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}</math></p> <p>Condensadores iguales <math>C_T = \frac{C}{n}</math></p> <p><math>n = \text{número de condensadores}</math></p>
Paralelo		$C_T = C_1 + C_2 + C_3$
Mixto		Combinación de los otros tipos de asociación.

### 2.6. ASOCIACION DE BATERIAS

Las baterías o generadores de tensión pueden asociarse de las formas indicadas en la Tabla 2.3.

### 2.7. CONVENIO DE TENSIONES E INTENSIDADES

En los cálculos de circuitos eléctricos y electrónicos es preciso establecer un acuerdo sobre los sentidos relativos de tensiones e intensidades. Este acuerdo está expresado en la Tabla 2.4.

Tabla 2.3. Asociación de baterías

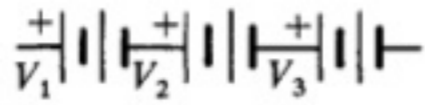
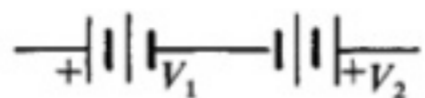
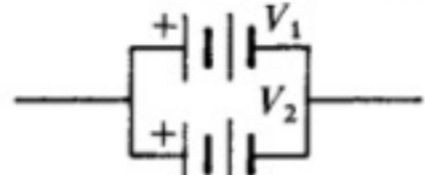
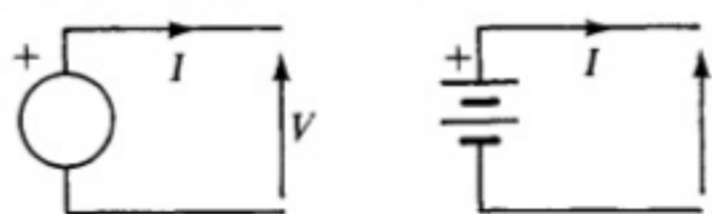
Tipo asociación	Circuito	Generador equivalente
Serie simple		$V_T = V_1 + V_2 + V_3$
Serie oposición		$V_T =  V_1 - V_2 $ signo el de la mayor
Paralelo		$V_T = V_{\text{mayor entre } V_1 \text{ y } V_2}$

Tabla 2.4. Convenio de tensiones e intensidades

Sentido de la corriente	Sentido convencional: la corriente circula de positivo a negativo
Sentido de circulación en baterías y generadores	
Valor en cálculos	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Si el resultado de una intensidad en un cálculo es positivo <math>\Rightarrow</math> <math>\Rightarrow</math> Sentido <math>I</math> correcto</li> <li>— Si el resultado de una intensidad en un cálculo es negativo <math>\Rightarrow</math> <math>\Rightarrow</math> Sentido <math>I</math> opuesto</li> </ul>

## PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Calcular la intensidad en el circuito de la Figura 2.3.

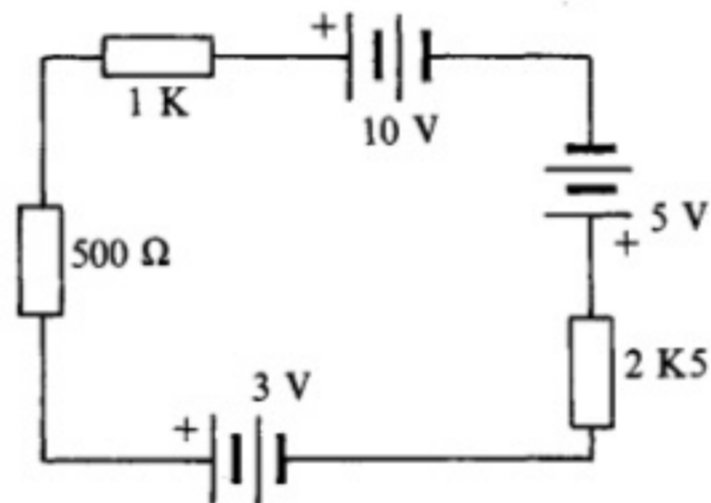


Figura 2.3.

**Solución:** El problema se resuelve aplicando la Segunda Ley de Kirchoff, para lo que partiremos de la batería o generador de mayor fem, que, de principio, nos servirá para definir el sentido de circulación de la corriente en la malla. Si el sentido elegido fuera erróneo, las ecuaciones se encargarán de indicárnoslo, dando como resultado una intensidad negativa.

Según lo anterior, podemos escribir

$$10 - 5 - 3 = I \cdot 1 + I \cdot 0,5 + I \cdot 2,5$$

Simplificando quedará

$$2 = I \cdot (1 + 0,5 + 2,5)$$

Y, por fin,

$$I = 2/4 = 0,5 \text{ mA}$$

Dado que el resultado es positivo, nos indica que el sentido elegido de circulación de la corriente es cierto.

2.2. Averiguar la intensidad total absorbida de la batería en el circuito de la Figura 2.4.

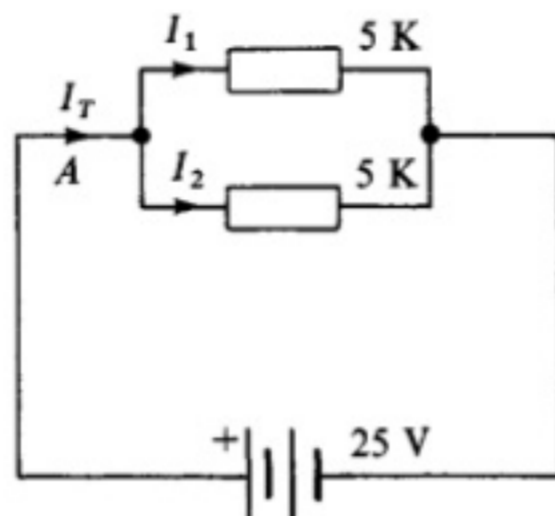


Figura 2.4.

**Solución:** Si aplicamos la Primera Ley de Kirchoff al nudo de corriente A, tendremos

$$I_T = I_1 + I_2$$

y teniendo en cuenta que

$$I_1 = 25 \text{ (V)}/5 \text{ (k}\Omega) = 5 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = 25 \text{ (V)}/5 \text{ (k}\Omega) = 5 \text{ mA}$$

tendremos, por fin,

$$I_T = 5 + 5 = 10 \text{ mA}$$

2.3. Calcular la intensidad en el circuito de la Figura 2.5.

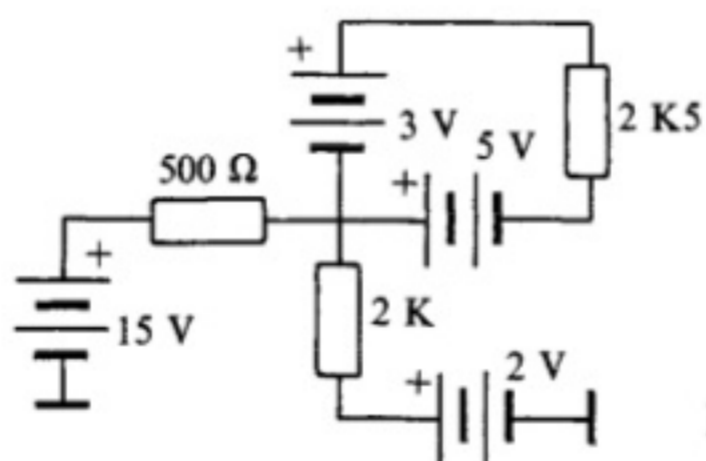
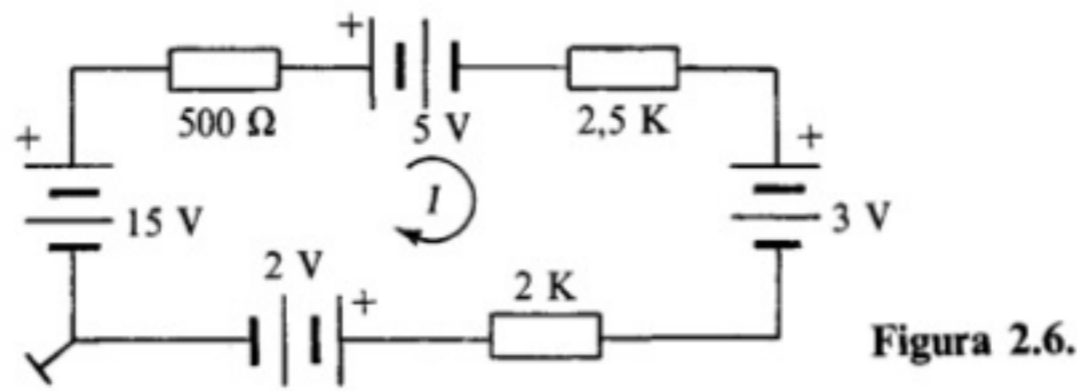


Figura 2.5.

**Solución:** En primer lugar, reorganizaremos el circuito, teniendo presente que los dos terminales conectados a masa forman un único punto de conexión. Se obtiene así el circuito de la Figura 2.6, al que seguidamente aplicaremos la Segunda Ley de Kirchoff, partiendo de la batería de 15 V y definiendo el sentido de circulación de la corriente como el indicado en dicha figura.



Se obtiene así la siguiente ecuación:

$$15 - 5 - 3 - 2 = I \cdot 0,5 + I \cdot 2,5 + I \cdot 2$$

Sacando factor común y simplificando, quedará

$$5 = I \cdot (0,5 + 2,5 + 2) \quad \text{y por fin} \quad I = 5/5 = 1 \text{ mA}$$

- 2.4.** Averiguar la resistencia que presenta una estufa que desprende 1.000.000 de calorías, al estar circulando por ella la intensidad de 4 A durante 2 horas.

**Solución:** Teniendo en cuenta la fórmula de la Ley de Joule, diremos

$$Q(\text{C}) = 0,24 \cdot I^2(\text{A}) \cdot R(\Omega) \cdot t(\text{s})$$

donde, sustituyendo, quedará

$$10^6 = 0,24 \cdot 4^2 \cdot R \cdot 2 \cdot 3\,600$$

de donde, despejando,

$$R = (10^6) / (0,24 \cdot 4^2 \cdot 2 \cdot 3\,600) = 36 \Omega$$

- 2.5.** Una estufa está constituida por una resistencia bobinada, cuyo valor a 0°C es de 100 kΩ. Sabiendo que, al conectar la estufa a 125 V, se caliente a 700°C, calcular la cantidad de calor desprendida al cabo de 10 horas. Dato:  $\alpha = 0,0042 \Omega/^\circ\text{C}$ .

**Solución:** Aplicando, en primer lugar, la ecuación de variación de la resistencia con la temperatura, indicada en la Tabla 1.4 del Capítulo 1, tendremos

$$R = 100 \cdot (1 + 0,0042 \cdot 700) = 394 \text{ k}\Omega$$

Seguidamente, aplicando la Ley de Ohm:

$$I = \frac{125}{394} = 0,317 \text{ mA}$$

Por último, aplicaremos la Ley de Joule y quedará

$$Q = 0,24 \cdot [0,317 \cdot 10^{-3}]^2 \cdot 394 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3\,600 = 342 \text{ cal}$$

- 2.6. Una estufa está constituida por un hilo de hierro arrollado de 8 m de longitud y 0,3 mm de  $\phi$ . Sabiendo que, al cabo de 5 horas de funcionamiento, desprende  $8,98 \cdot 10^5$  cal y que la temperatura del hilo alcanza los  $950^\circ\text{C}$ , averiguar la tensión a la que se conectó. Datos:  $\rho$  a  $0^\circ\text{C} = 0,12 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$  y  $\alpha = 0,00625 \Omega/^\circ\text{C}$ .

**Solución:** Aplicando las ecuaciones que nos dan el valor de una resistencia en función de sus características y de la temperatura expuestas en la Tabla 1.4 del Capítulo 1, tendremos

$$R_{0^\circ\text{C}} = 0,12 \cdot \frac{8 \text{ (m)}}{0,15^2 \cdot \pi \cdot (\text{mm}^2)} = 13,58 \Omega \quad ; \quad R_{950^\circ} = 13,58 \cdot (1 + 0,00625 \cdot 950) = 94,2 \Omega$$

Seguidamente, aplicando la Ley de Joule, diremos

$$8,98 \cdot 10^5 \text{ (cal)} = 0,24 \cdot I^2 \cdot 94,2 \text{ (\Omega)} \cdot 5 \cdot 3\,600 \text{ (s)}$$

de donde, despejando  $I$ , nos quedará

$$I = \sqrt{\frac{8,98 \cdot 10^5}{0,24 \cdot 94,2 \cdot 5 \cdot 3\,600}} = 1,48 \text{ A}$$

Por último, si aplicamos la Ley de Ohm, diremos

$$V = 1,48 \text{ (A)} \cdot 94,2 \text{ (\Omega)} = 140 \text{ (V)}$$

- 2.7. Calcular el calor desprendido por un hilo de hierro de 10 m de longitud y 0,3 mm de  $\phi$  si, al conectarlo a 125 V, su temperatura se eleva a  $1\,200^\circ\text{C}$  y sabemos que estuvo conectado durante 10 horas. Datos: Idem Problema 2.6.

**Solución:** Comenzaremos, como en el Problema 2.6, calculando el valor del hilo de hierro a  $1\,200^\circ\text{C}$ ; luego diremos

$$R_{0^\circ} = 0,12 \cdot \frac{10 \text{ (m)}}{0,15^2 \cdot \pi \text{ (mm}^2)} = 16,98 \Omega \quad ; \quad R_{1\,200^\circ} = 16,98 \cdot (1 + 0,00625 \cdot 1\,200) = 144,3 \Omega$$

Seguidamente, aplicando la Ley de Ohm, calcularemos el valor de la intensidad que circula por el hilo:

$$I = \frac{125 \text{ (V)}}{144,3 \text{ (\Omega)}} = 0,86 \text{ A}$$

Y, finalmente, aplicando la Ley de Ohm, se obtiene

$$Q = 0,24 \cdot 0,86^2 \text{ (A)} \cdot 144,3 \text{ (\Omega)} \cdot 10 \cdot 3\,600 \text{ (s)} = 922\,098 \text{ cal}$$

- 2.8. Hallar la potencia que se disipa en cada una de las resistencias del circuito de la Figura 2.7.

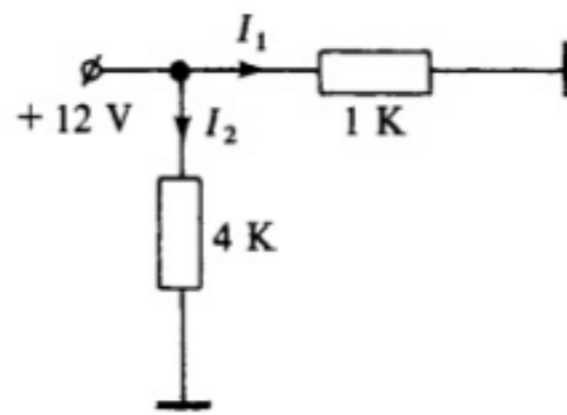


Figura 2.7.

**Solución:** Para calcular el valor de la potencia disipada en una resistencia, o valor que se transforma en ella en calor, precisamos saber el valor de la intensidad que circula por cada una de ellas. Para hallar dichos valores diremos

$$I_1 = \frac{12 \text{ (V)}}{1 \text{ (k}\Omega\text{)}} = 12 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = \frac{12 \text{ (V)}}{4 \text{ (k}\Omega\text{)}} = 3 \text{ mA}$$

Aplicando ahora la Ley de Joule, pero calculando sólo la potencia y no la cantidad de calor, tendremos

$$P \text{ (en } 1 \text{ k}\Omega\text{)} = (12 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1 \cdot 10^3 = 0,144 \text{ (W)}$$

$$P \text{ (en } 4 \text{ k}\Omega\text{)} = (3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 4 \cdot 10^3 = 0,036 \text{ (W)}$$

- 2.9. En el circuito de la Figura 2.8, calcular: a) La corriente en cada rama. b) La potencia que debe soportar cada resistencia.

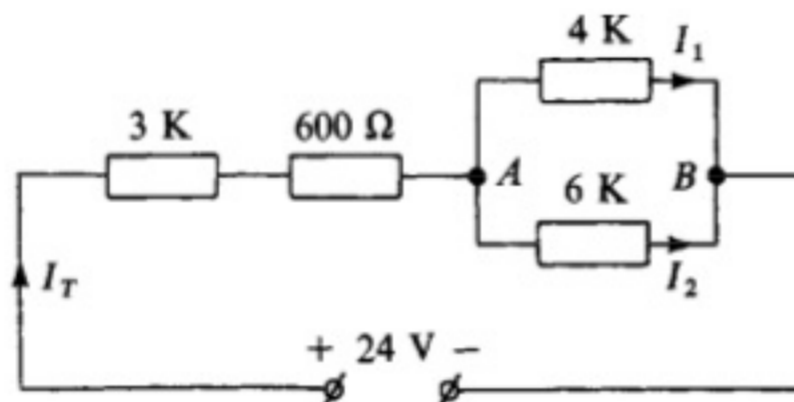


Figura 2.8.

**Solución:**

- a) Calcularemos en primer lugar el valor de la resistencia total equivalente:

$$R_T = 3 + 0,6 + \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 6 \text{ k}\Omega$$

seguidamente, calcularemos la intensidad total absorbida de la fuente, que también circula por las resistencias de 3 kΩ y de 600 Ω:

$$I_T = \frac{24 \text{ (V)}}{6 \text{ (k}\Omega\text{)}} = 4 \text{ mA}$$



Para calcular la intensidad que circula por las resistencias de 4 y 6 K, necesitamos saber en primer lugar el valor de la diferencia de potencial entre los puntos A y B; dicho valor es igual a

$$V_{AB} = 24 - 4 \cdot (3 + 0,6) = 9,6 \text{ V}$$

Con el valor obtenido, diremos

$$I_1 = 9,6/4 = 2,4 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = 4 - 2,4 = 1,6 \text{ mA}$$

b) Aplicando la Ley de Joule, diremos

$$\begin{aligned} P_{3\text{K}} &= 4^2 \cdot 3 = 48 \text{ mW} & ; & \quad P_{600\Omega} = 4^2 \cdot 0,6 = 9,6 \text{ mW} \\ P_{4\text{K}} &= 2,4^2 \cdot 4 = 23,04 \text{ mW} & ; & \quad P_{6\text{K}} = 1,2^2 \cdot 6 = 15,36 \text{ mW} \end{aligned}$$

2.10. Hallar las caídas de tensión en cada resistencia del circuito de la Figura 2.9.

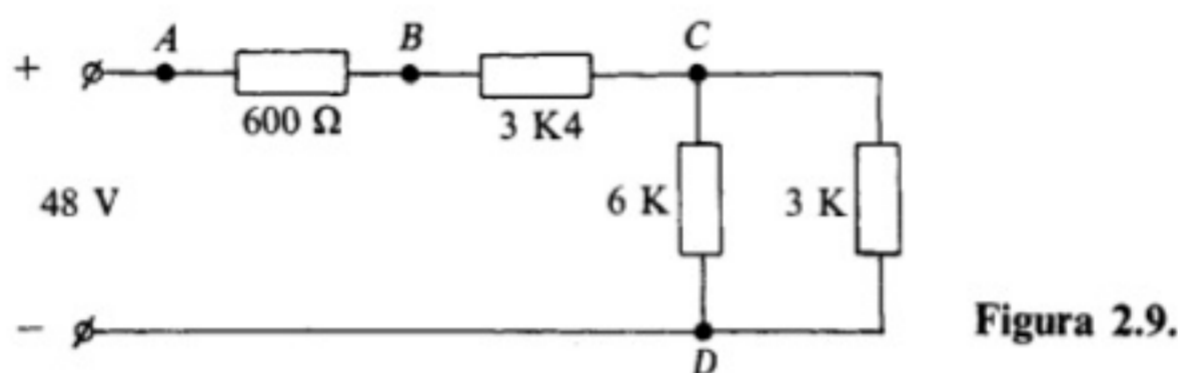


Figura 2.9.

**Solución:** Hallaremos primeramente la resistencia total equivalente del circuito:

$$R_T = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} + 3,4 + 0,6 = 6 \text{ k}\Omega$$

Con este valor, calcularemos la intensidad total absorbida de la fuente:

$$I_T = \frac{48 \text{ (V)}}{6 \text{ (k}\Omega)} = 8 \text{ mA}$$

Por último, diremos

$$V_{AB} = 8 \cdot 0,6 = 4,8 \text{ V} \quad ; \quad V_{BC} = 8 \cdot 3,4 = 27,2 \text{ V} \quad ; \quad V_{CD} = 8 \cdot \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 16 \text{ V}$$

2.11. Calcular el valor de R en el circuito de la Figura 2.10, para que la intensidad absorbida de la batería sea de 6 mA.

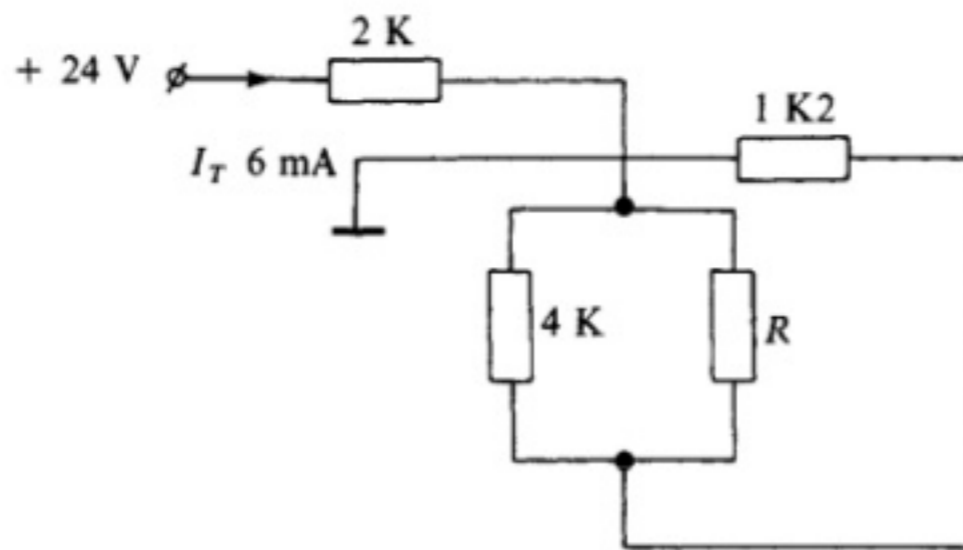


Figura 2.10.

**Solución:** Por la Ley de Ohm, podemos calcular el valor de la resistencia total o equivalente del circuito, que será

$$R_T = \frac{24 \text{ (V)}}{6 \text{ (mA)}} = 4 \text{ k}\Omega$$

Seguidamente, expresaremos la fórmula de la resistencia total en función del valor desconocido R:

$$4 = 2 + \frac{4 \cdot R}{4 + R} + 1,2$$

Despejando por último R, tendremos

$$0,8 = \frac{4 \cdot R}{4 + R} \quad ; \quad 0,8 \cdot (4 + R) = 4 \cdot R \quad ; \quad R = 1 \text{ k}\Omega$$

- 2.12. En el circuito de la Figura 2.11, hallar: **a)** La resistencia total. **b)** Las intensidades. **c)** Las potencias que disipan en cada resistencia.

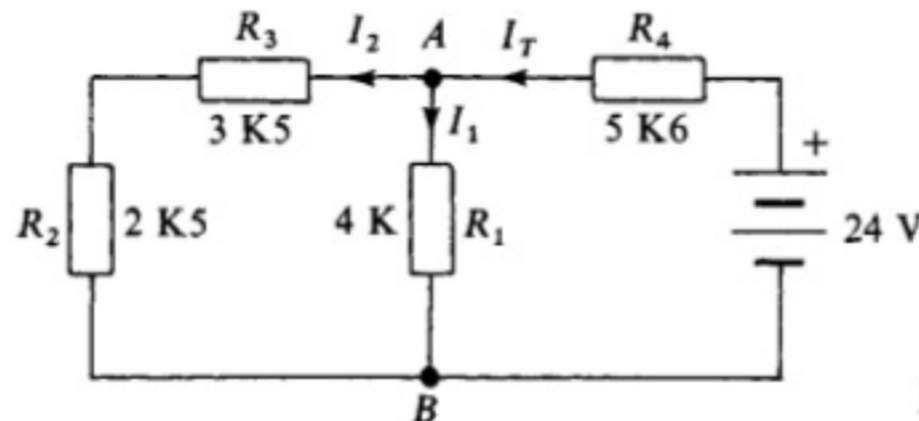


Figura 2.11.

**Solución:**

- a)** Hallemos la resistencia total:

$$R_T = R_4 + \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + (R_2 + R_3)} \quad ; \quad R_T = 5,6 + \frac{4 \cdot (2,5 + 3,5)}{4 + (2,5 + 3,5)} = 8 \text{ k}\Omega$$

b) Hallemos la intensidad total  $I_T$ :

$$I_T = \frac{24}{8} = 3 \text{ mA}$$

A continuación, calculemos la tensión entre los puntos  $A$  y  $B$  del circuito:

$$V_{AB} = 24 - 3 \cdot 5,6 = 7,2 \text{ V}$$

Por último, podremos hallar los valores de  $I_1$  e  $I_2$ :

$$I_1 = \frac{7,2}{4} = 1,8 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = 3 - 1,8 = 1,2 \text{ mA}$$

c) Aplicando la Ley de Joule:

$$P_{R_1} = 1,8^2 \cdot 4 = 12,96 \text{ mW} \quad ; \quad P_{R_2} = 1,2^2 \cdot 3,5 = 5,04 \text{ mW}$$

$$P_{R_3} = 1,2^2 \cdot 2,5 = 3,6 \text{ mW} \quad ; \quad P_{R_4} = 3^2 \cdot 5,6 = 50,4 \text{ mW}$$

2.13. Calcular en el circuito de la Figura 2.12: a) La resistencia total. b) La intensidad que circula por cada resistencia. c) La potencia total absorbida por el circuito.

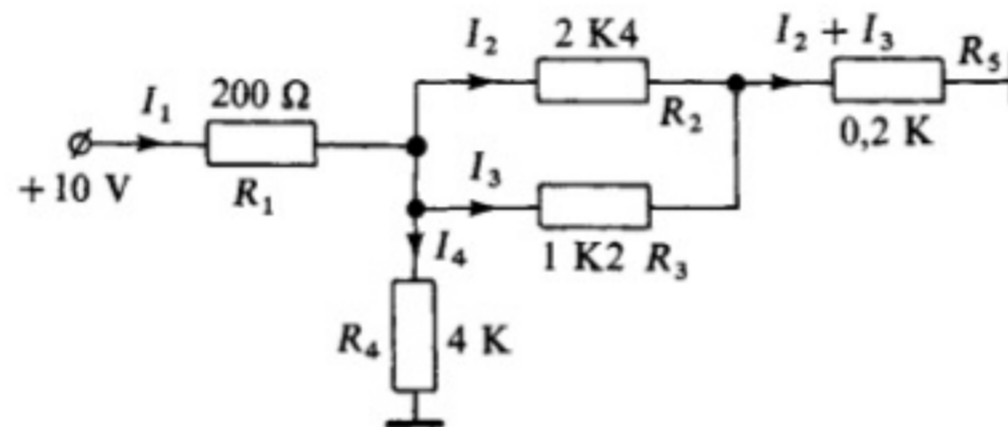


Figura 2.12.

**Solución:**

a) Para el cálculo de la resistencia total, comenzaremos por calcular el valor de  $R_2 \parallel R_3$  (las dos barras verticales es la forma habitual de representar resistencias en paralelo):

$$R_2 \parallel R_3 = \frac{2,4 \cdot 1,2}{2,4 + 1,2} = 0,8 \text{ k}\Omega$$

Seguidamente, observamos que este conjunto está en serie con la resistencia  $R_5$ , por tanto

$$R_{2,3,5} = 0,8 + 0,2 = 1 \text{ k}\Omega$$

El último conjunto calculado está en paralelo con la resistencia  $R_4$ , por tanto

$$R_{2,3,5,4} = \frac{1 \cdot 4}{1 + 4} = 0,8 \text{ k}\Omega$$

Y, por fin,  $R_T = 0,8 + 0,2 = 1 \text{ k}\Omega$

b) El valor de la intensidad total será

$$I_T = \frac{10 \text{ (V)}}{1 \text{ (k}\Omega)} = 10 \text{ mA}$$

Seguidamente, diremos  $I_4 = (V_{ali.} - I_1 \cdot R_1)/R_4$

$$I_4 = \frac{10 - 0,2 \cdot 10}{4} = 2 \text{ mA}$$

Por otro lado,

$$I_2 + I_3 = I_T - I_4 = 10 - 2 = 8 \text{ mA}$$

Por fin, y procediendo de igual forma, diremos

$$I_2 = \frac{10 - 0,2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 8}{2,4} = 2,6 \text{ mA} \quad ; \quad I_3 = 8 - 2,6 = 5,3 \text{ mA}$$

c) Aplicando la Ley de Joule, diremos

$$P_T = 10 \text{ (V)} \cdot 10 \text{ (mA)} = 100 \text{ mW}$$

2.14. Hallar en el circuito de la Figura 2.13: a) Las intensidades en cada rama. b) Las caídas de tensión en cada resistencia.

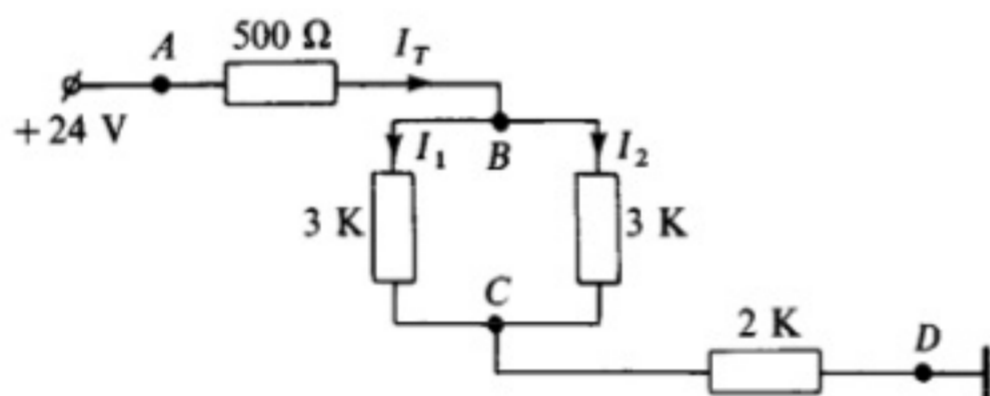


Figura 2.13.

**Solución:**

a) Comenzamos hallando la resistencia total equivalente:

$$R_T = 0,5 + 2 + \frac{3}{2} = 4 \text{ k}\Omega$$

A continuación, diremos

$$I_T = 24 \text{ (V)} / 4 \text{ k}\Omega = 6 \text{ mA}$$

Teniendo presente que las dos ramas del paralelo de resistencia que existe en el circuito son iguales, podemos decir

$$I_1 = I_2 = 6/2 = 3 \text{ mA}$$

b) Aplicando la Ley de Ohm, hallaremos por último las caídas de tensión en cada resistencia:

$$V_{AB} = 6 \cdot 0,5 = 3 \text{ V} ; V_{CD} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ V} ; V_{BC} = 24 - 3 - 12 = 9 \text{ V}$$

2.15. Calcular en el circuito de la Figura 2.14 la potencia disipada en cada resistencia.

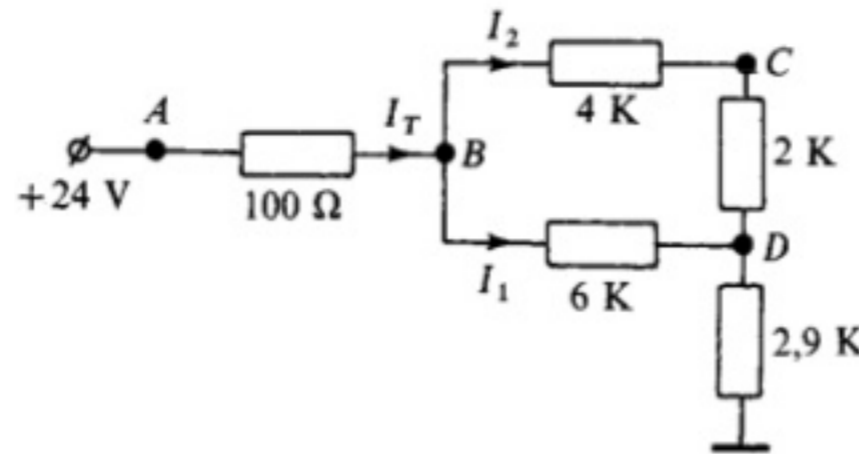


Figura 2.14.

Solución: El valor de la resistencia total equivalente será

$$R_T = 0,1 + 2,9 + \frac{(4 + 2) \cdot 6}{(4 + 2) + 6} = 6 \text{ k}\Omega$$

Aplicando la Ley de Ohm y teniendo presente que las dos ramas que se encuentran en paralelo poseen la misma resistencia, tendremos

$$I_T = \frac{24 \text{ (V)}}{6 \text{ (k}\Omega)} = 4 \text{ mA} ; I_1 = I_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{ mA}$$

Por último, aplicando la Ley de Joule:

$$\begin{aligned} P_{100\Omega} &= 4^2 \cdot 0,1 = 1,6 \text{ mW} ; P_{6\text{K}} = 2^2 \cdot 6 = 24 \text{ mW} \\ P_{4\text{K}} &= 2^2 \cdot 4 = 16 \text{ mW} ; P_{2,9\text{K}} = 4^2 \cdot 2,9 = 46,4 \text{ mW} \\ P_{2\text{K}} &= 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ mW} \end{aligned}$$

2.16. Hallar las intensidades y caídas de tensión en cada resistencia del circuito de la Figura 2.15.

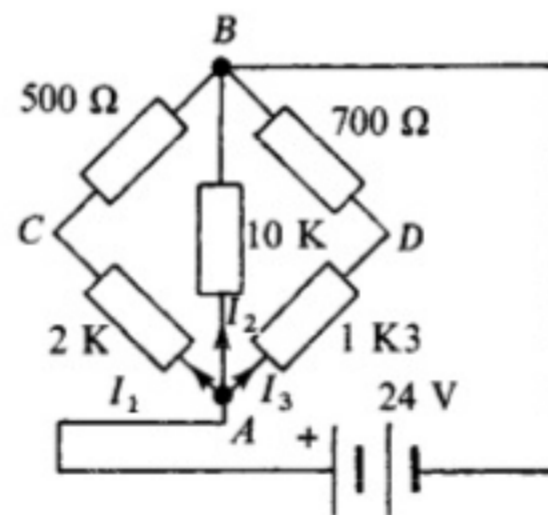


Figura 2.15.

**Solución:** El valor de la resistencia total será

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{2 + 0,5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{1,3 + 0,7}} = 1 \text{ k}\Omega$$

Seguidamente, hallaremos la intensidad total absorbida y la que circula por cada rama, si tenemos en cuenta que la tensión que se aplica es igual para las tres ramas:

$$I_T = \frac{24}{1} = 24 \text{ mA} \quad ; \quad I_1 = \frac{24}{2 + 0,5} = 9,6 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{24}{10} = 2,4 \text{ mA} \quad ; \quad I_3 = 24 - 9,6 - 2,4 = 12 \text{ mA}$$

Por último, diremos

$$V_{AB} = 24 \text{ V} \quad ; \quad V_{AC} = 24 - 0,5 \cdot 9,6 = 19,2 \text{ V} \quad ; \quad V_{CB} = 24 - 19,2 = 4,8 \text{ V}$$

$$V_{AD} = 24 - 0,7 \cdot 12 = 15,6 \text{ V} \quad ; \quad V_{DB} = 24 - 15,6 = 8,4 \text{ V}$$

2.17. Averiguar la potencia total disipada en el circuito de la Figura 2.16.

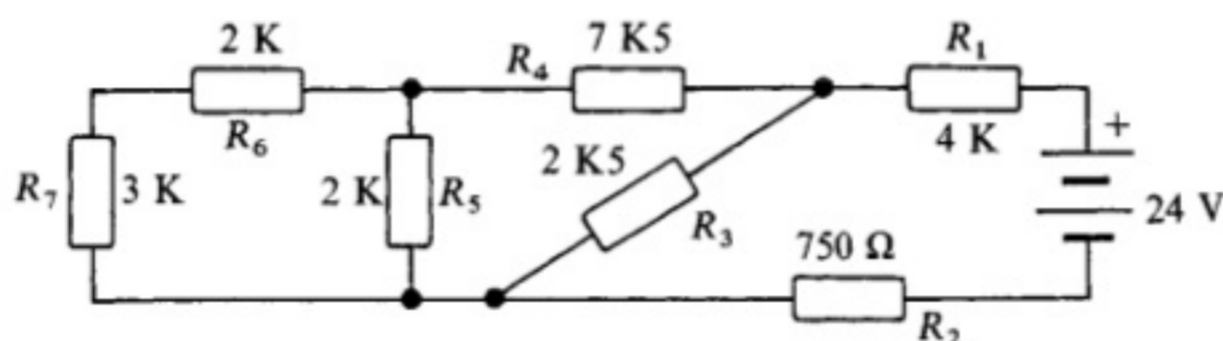


Figura 2.16.

**Solución:** El valor de la resistencia equivalente o total del circuito es

$$R_{6,7} = 3 + 2 = 5 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{5,6,7} = \frac{5 \cdot 2}{5 + 2} = 1,4 \text{ k}\Omega$$

$$R_{4,5,6,7} = 1,4 + 7,5 = 8,9 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{3,4,5,6,7} = \frac{8,9 \cdot 2,5}{8,9 + 2,5} = 1,9 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 1,9 + 0,75 + 4 = 6,6 \text{ k}\Omega$$

Seguidamente averiguamos la intensidad  $I_T$ :

$$I_T = \frac{24}{6,6} = 3,7 \text{ mA}$$

Por último, la potencia en el conjunto del circuito:

$$P_T = 3,7 \text{ (mA)} \cdot 24 \text{ (V)} = 88,8 \text{ (mW)}$$

2.18. Calcular en el circuito de la Figura 2.17: a) La resistencia total. b) Las caídas de tensión en cada resistencia.

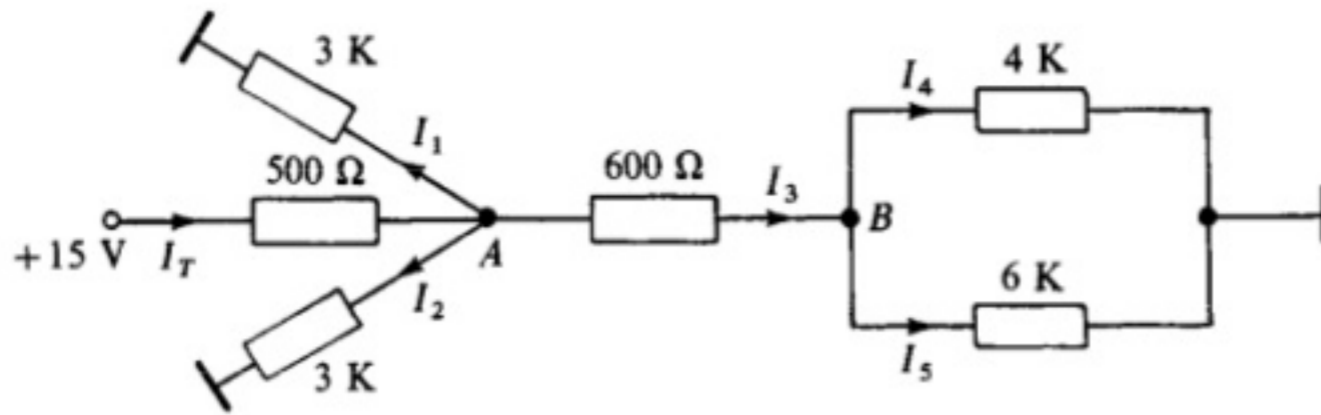


Figura 2.17.

**Solución:**

a) Comenzaremos organizando el circuito de la Figura 2.17, para hacer más comprensible el circuito y su cálculo. Se obtiene el circuito de la Figura 2.18.

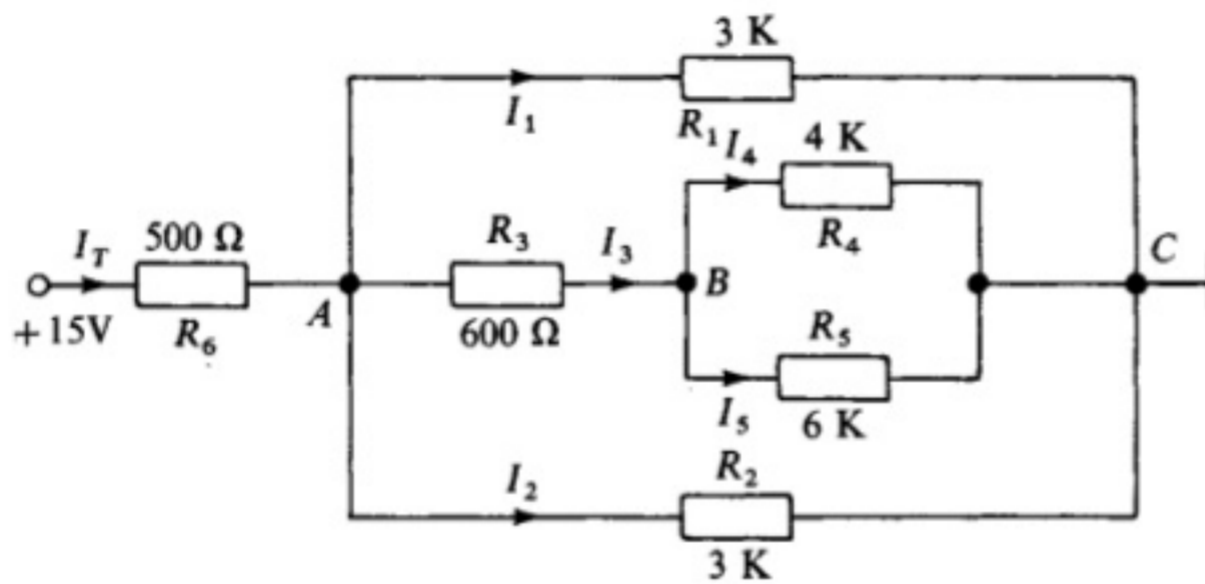


Figura 2.18.

Ahora podemos calcular más fácilmente la resistencia total:

$$R_{4,5} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2,4 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{4,5,3} = 2,4 + 0,6 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_{1,2,3,4,5} = \frac{3}{3} = 1 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_T = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ k}\Omega$$

b) Pasemos seguidamente a calcular las intensidades:

$$I_T = \frac{15}{1,5} = 10 \text{ mA} \quad ; \quad I_1 = I_2 = I_3 = \frac{10 \text{ (mA)}}{3} = 3,3 \text{ mA}$$

$$V_{AC} = 15 - 10 \cdot 0,5 = 10 \text{ V} \quad ; \quad V_{BC} = V_{AC} - I_3 \cdot R_3 \quad ; \quad V_{BC} = 10 - 3,3 \cdot 0,6 = 8,1 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{8,1}{4} = 2 \text{ mA} \quad ; \quad I_5 = \frac{8,1}{6} = 1,3 \text{ mA}$$

Y, por fin, los valores de las caídas de tensión en cada resistencia:

$$V_{\text{en cada una de } 3 \text{ K}} = V_{AC} = 10 \text{ V} \quad ; \quad V_{\text{en } 600 \Omega} = 3,3 \cdot 0,6 = 1,98 \text{ V}$$

$$V_{\text{en } 500 \Omega} = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ V} \quad ; \quad V_{\text{en } 4 \text{ y } 6 \text{ K}} = V_{BC} = 8,1 \text{ V}$$

2.19. Hallar en el circuito de la Figura 2.19 el valor de la resistencia  $R$ , para que la intensidad total absorbida sea de 3 mA.

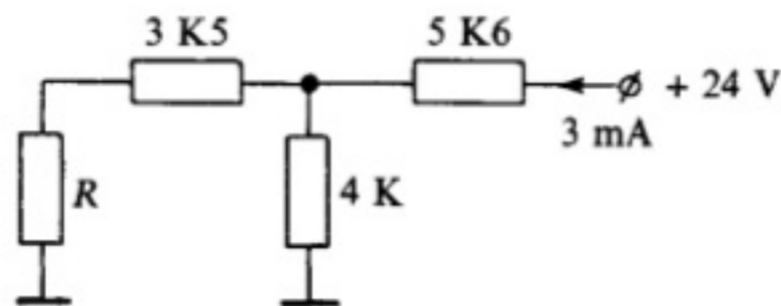


Figura 2.19.

**Solución:** El valor de la resistencia total será, aplicando la Ley de Ohm,

$$R_T = \frac{24}{3} = 8 \text{ k}\Omega$$

Seguidamente, plantearemos la ecuación de la resistencia total en función de  $R$  y despejemos:

$$8 = 5,6 + \frac{4 \cdot (3,5 + R)}{4 + (3,5 + R)} \quad ; \quad 8 - 5,6 = \frac{14 + 4R}{7,5 + R}$$

$$2,4 \cdot (7,5 + R) = 14 + 4R \quad ; \quad 18 + 2,4R = 14 + 4R \quad ; \quad R = \frac{4}{1,6} = 2,5 \text{ k}\Omega$$

2.20. Una pila de 4,5 V alimenta una linterna que lleva conectadas tres lámparas en serie, cuyas resistencias respectivas son: 5, 10 y 15  $\Omega$ . Calcular: a) La intensidad que se absorbe de la pila. b) La tensión en bornas de cada lámpara. c) La potencia del conjunto.

**Solución:**

a) Al estar en serie las tres lámparas, su resistencia total será

$$R_T = 5 + 10 + 15 = 30 \Omega$$

Seguidamente, calcularemos la intensidad total absorbida de la pila:

$$I = \frac{4,5 \text{ (V)}}{30 \text{ (\Omega)}} = 0,15 \text{ (A)}$$

b) La caída de tensión en bornas de cada lámpara se obtiene aplicando la Ley de Ohm:

$$V_{5 \Omega} = 0,15 \cdot 5 = 0,75 \text{ V} \quad ; \quad V_{10 \Omega} = 0,15 \cdot 10 = 1,5 \text{ V} \quad ; \quad V_{15 \Omega} = 0,15 \cdot 15 = 2,25 \text{ V}$$



c) La potencia total absorbida por el conjunto será

$$P_T = 4,5 \text{ (V)} \cdot 0,15 \text{ (A)} = 0,675 \text{ W}$$

**2.21.** Un voltímetro está constituido por un galvanómetro en serie con una resistencia de  $3\,000 \Omega$ . Sabiendo que la potencia disipada por el conjunto es de  $1,88 \text{ W}$  cuando se mide una tensión de  $80 \text{ V}$ , hallar la resistencia del galvanómetro.

**Solución:** Según nos muestra el circuito de la Figura 2.20, el valor de la intensidad total será

$$I_T = \frac{P}{V} = \frac{1,88 \text{ (W)}}{80 \text{ (V)}} = 0,0235 \text{ A}$$

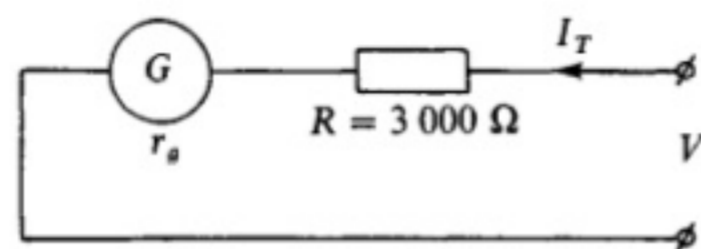


Figura 2.20.

Hallemos ahora el valor de la resistencia total del conjunto:

$$R_T = \frac{80 \text{ (V)}}{0,0235 \text{ (A)}} = 3\,404,2 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Por último, diremos

$$R_T = R + r_g ; 3\,404,2 = 3\,000 + r_g ; r_g = 404,2 \text{ (}\Omega\text{)}$$

**2.22.** Un amperímetro conectado en un circuito produce una caída de tensión de  $0,6 \text{ V}$  cuando marca una corriente de  $20 \text{ A}$ . Sabiendo que la resistencia interna del galvanómetro es de  $0,12 \Omega$ , calcular: **a)** La intensidad que pasa por el galvanómetro. **b)** El valor del shunt conectado al galvanómetro. **c)** La potencia disipada en el conjunto.

**Solución:**

**a)** Comencemos por plantear un esquema del amperímetro, tal como aparece en la Figura 2.21.

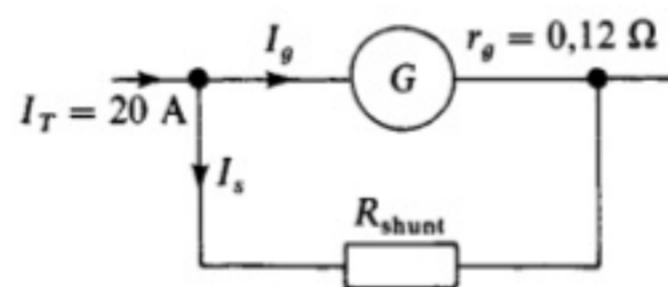


Figura 2.21.

Aplicando la Ley de Ohm, tendremos

$$I_g = \frac{0,6 \text{ (V)}}{0,12 \text{ (}\Omega\text{)}} = 5 \text{ (A)}$$

- b) Ahora que conocemos el valor de  $I_g$ , calculemos el valor de la intensidad que circula por el shunt  $I_s$ :

$$I_s = I_T - I_g = 20 - 5 = 15 \text{ A}$$

Con este valor podremos calcular el valor de  $R_{shunt}$ :

$$R_{shunt} = \frac{0,6}{15} = 0,04 \ \Omega$$

- c) Por fin, aplicando la Ley de Joule:

$$P = I_T \cdot V = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ W}$$

- 2.23. Hallar el divisor de tensión necesario para el voltímetro de la Figura 2.22, sabiendo que está constituido por un galvanómetro de  $40 \ \mu\text{A}$  de intensidad máxima y una resistencia interna de  $1\ 600 \ \Omega$ .

Los alcances del voltímetro serán: 100 V, 10 V, 1 V y 100 mV, siendo su sensibilidad de  $20\ 000 \ \Omega/\text{V}$ .

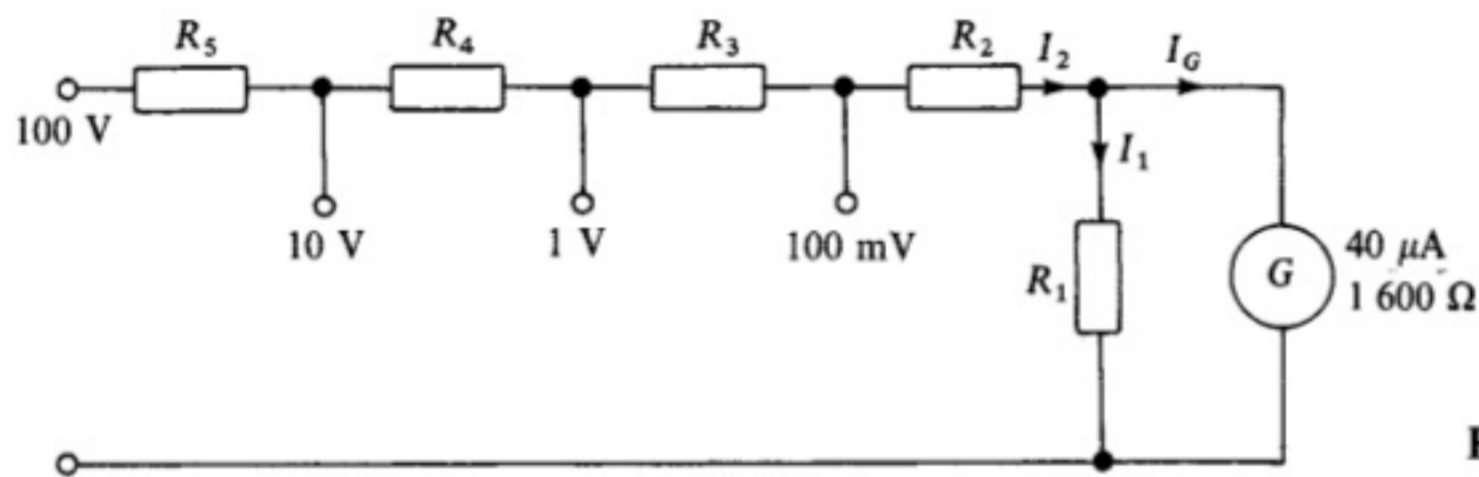


Figura 2.22.

**Solución:** Si partimos del dato de la sensibilidad, podemos considerar el voltímetro, en su escala de 100 mV, como un bloque cuya resistencia total vale  $R_t = 20\ 000 \cdot 0,1 = 2\ 000 \ \Omega$ .

Por tanto, el valor de  $I_2$  e  $I_1$  será

$$I_2 = \frac{0,1}{2\ \text{K}} = 0,05 \text{ mA} \quad ; \quad I_1 = I_2 - I_G = 50 - 40 = 10 \ \mu\text{A}$$

Con estos datos, diremos

$$R_1 = \frac{0,04 \cdot 1,6}{0,01} = 6,4 \text{ K} \quad ; \quad R_2 = \frac{0,1 - (0,04 \cdot 1,6)}{0,05} = 0,72 \text{ K} \quad ; \quad R_3 = \frac{1 - 0,1}{0,05} = 18 \text{ K}$$

$$R_4 = \frac{10 - 1}{0,05} = 180 \text{ K} \quad ; \quad R_5 = \frac{100 - 10}{0,05} = 1\ 800 \text{ K}$$

- 2.24. Calcular el shunt que precisa un amperímetro, sabiendo que emplea un galvanómetro de 10 mA de intensidad máxima y  $1\ 000 \ \Omega$  de resistencia interna. Los alcances del aparato serán 10 A, 1 A y 100 mA.

**Solución:** Comenzaremos por realizar un esquema del amperímetro a diseñar. Este esquema aparece en la Figura 2.23.

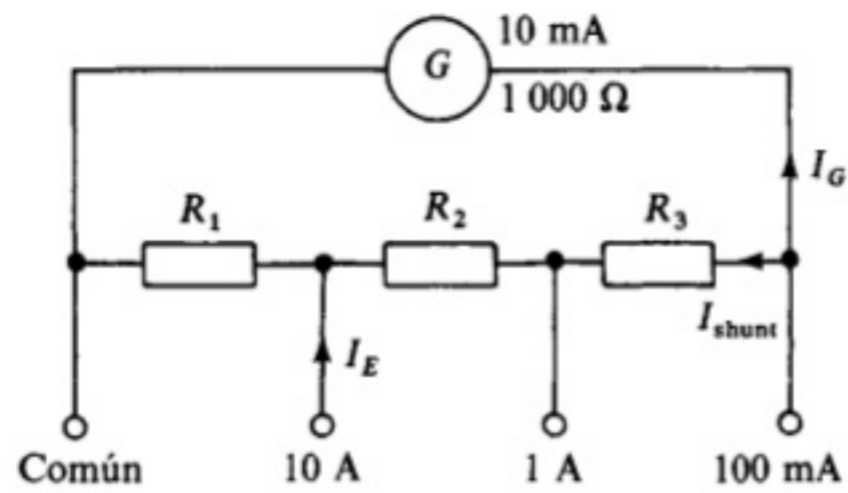


Figura 2.23.

Sabemos que la caída de tensión que produce el galvanómetro a final de escala valdrá

$$V = 10 \text{ (mA)} \cdot 1 \text{ (k}\Omega\text{)} = 10 \text{ V}$$

Por otra parte, la intensidad que se deriva por el shunt en la escala menor vale

$$I_{\text{shunt}} = 100 - 10 = 90 \text{ mA}$$

Luego podremos, con dichos valores, calcular la resistencia total del shunt:

$$R_{\text{shunt total}} = \frac{10 \text{ V}}{90 \text{ mA}} = 0,111111 \text{ k}\Omega$$

Por otra parte, podemos plantear, cuando utilizamos la escala de 10 A, la siguiente ecuación:

$$\text{Caída de tensión en } R_1 = \text{Caída de tensión en } (R_2 + R_3 + R_g)$$

o, lo que es lo mismo,

$$(I_E - I_G) \cdot R_1 = I_G [R_G + (R_T - R_1)]$$

de donde, despejando, quedará

$$I_E \cdot R_1 - I_G \cdot R_1 = I_G \cdot R_G + I_G \cdot R_T - I_G \cdot R_1 \quad ; \quad R_1 = \frac{I_G \cdot (R_G + R_T)}{I_E}$$

Fórmula que, generalizándola para las demás escalas, se transforma en

$$R_{\text{shunt en cada escala}} = \frac{I_G \cdot (R_G + R_{t \text{ shunt}})}{I_{\text{escala}}}$$

Aplicando seguidamente esta fórmula, diremos

$$R_1 = \frac{10 \cdot (1000 + 111,111)}{10000} = 1,111 \Omega$$

$$R_1 + R_2 = \frac{10 \cdot (1\,000 + 111,111)}{1\,000} = 11,11 \, \Omega \quad ; \quad R_2 = 11,11 - 1,111 = 9,999 \, \Omega$$

$$R_3 = R_{T \text{ shunt}}(-R_1 + R_2) = 111,111 - 11,11 = 100,001 \, \Omega$$

2.25. Hallar la intensidad en cada rama en el circuito de la Figura 2.24.

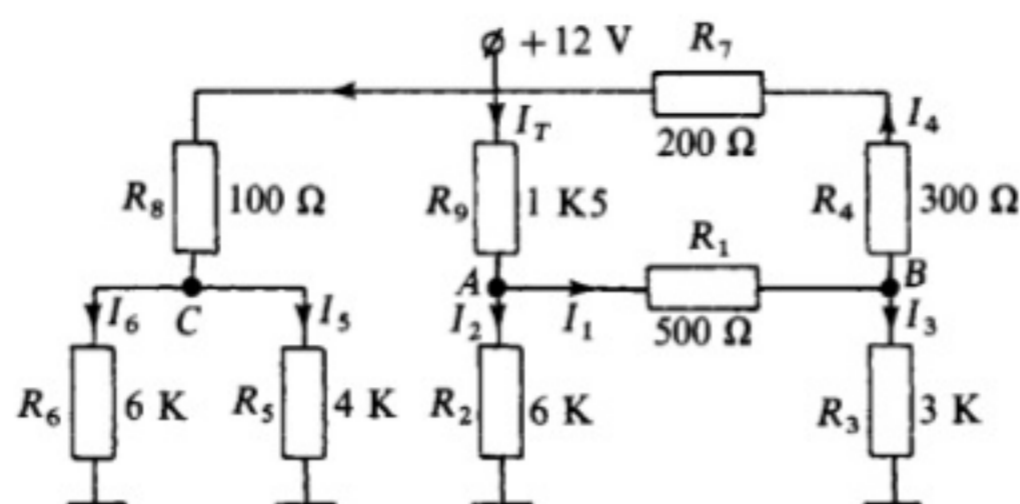


Figura 2.24.

**Solución:** Comenzaremos por transformar el esquema anterior en un circuito que sea más fácil de comprender y analizar. Este nuevo circuito aparece en la Figura 2.25.

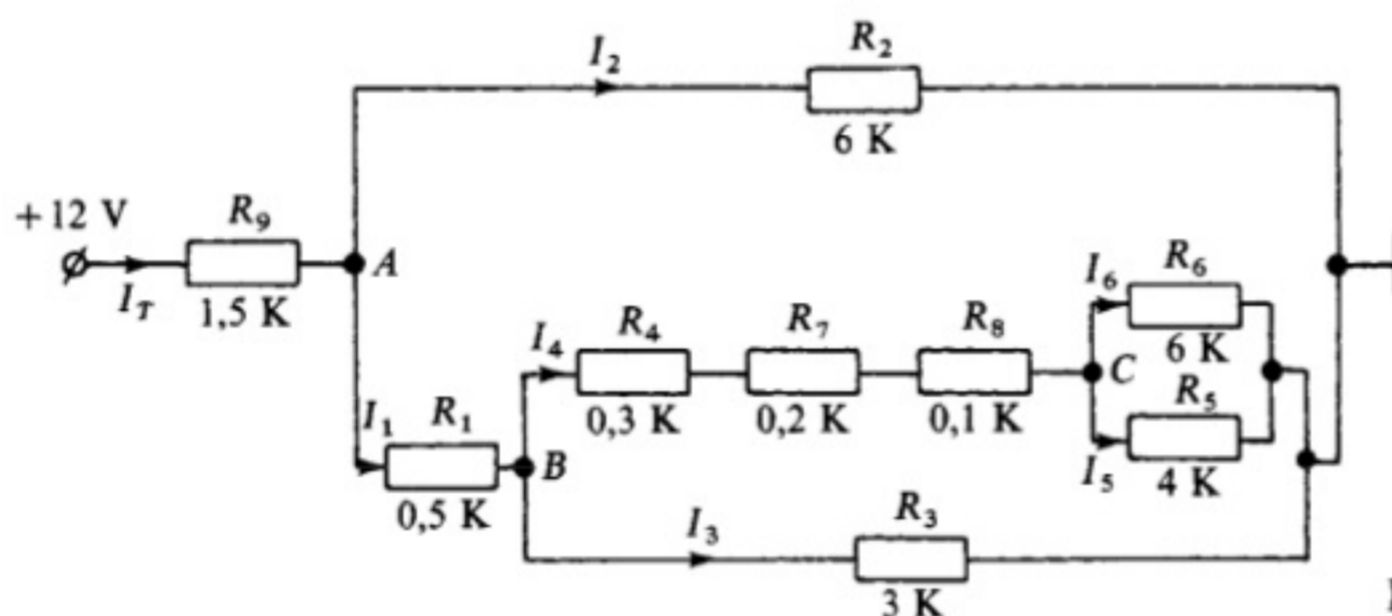


Figura 2.25.

Calculemos en primer lugar la resistencia total:

$$R_{5,6} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \, \text{K} \quad ; \quad R_{4,5,6,7,8} = 2,4 + 0,1 + 0,2 + 0,3 = 3 \, \text{K}$$

$$R_{3,4,5,6,7,8} = \frac{3}{2} = 1,5 \, \text{K} \quad ; \quad R_{1,3,4,5,6,7,8} = 1,5 + 0,5 = 2 \quad ; \quad R_T = 1,5 + \frac{6 \cdot 2}{6 + 2} = 3 \, \text{K}$$

Seguidamente, hallemos la intensidad total:

$$I_T = \frac{12}{3} = 4 \, \text{mA}$$

Y, por fin, pasemos a hallar las intensidades en cada rama:

$$I_2 = \frac{12 - 1,5 \cdot 4}{6} = 1 \text{ mA} \quad ; \quad I_1 = 4 - 1 = 3 \text{ mA} \quad ; \quad I_3 = I_4 = \frac{I_1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ mA}$$

$$I_5 = \frac{V_C}{4} = \frac{I_4 \cdot R_{5,6}}{4} = \frac{1,5 \cdot 2,4}{4} = 0,9 \text{ mA} \quad ; \quad I_6 = I_4 - I_5 = 1,5 - 0,9 = 0,6 \text{ mA}$$

2.26. Calcular en el circuito de la Figura 2.26: a) La resistencia total. b) La potencia total absorbida por el circuito.

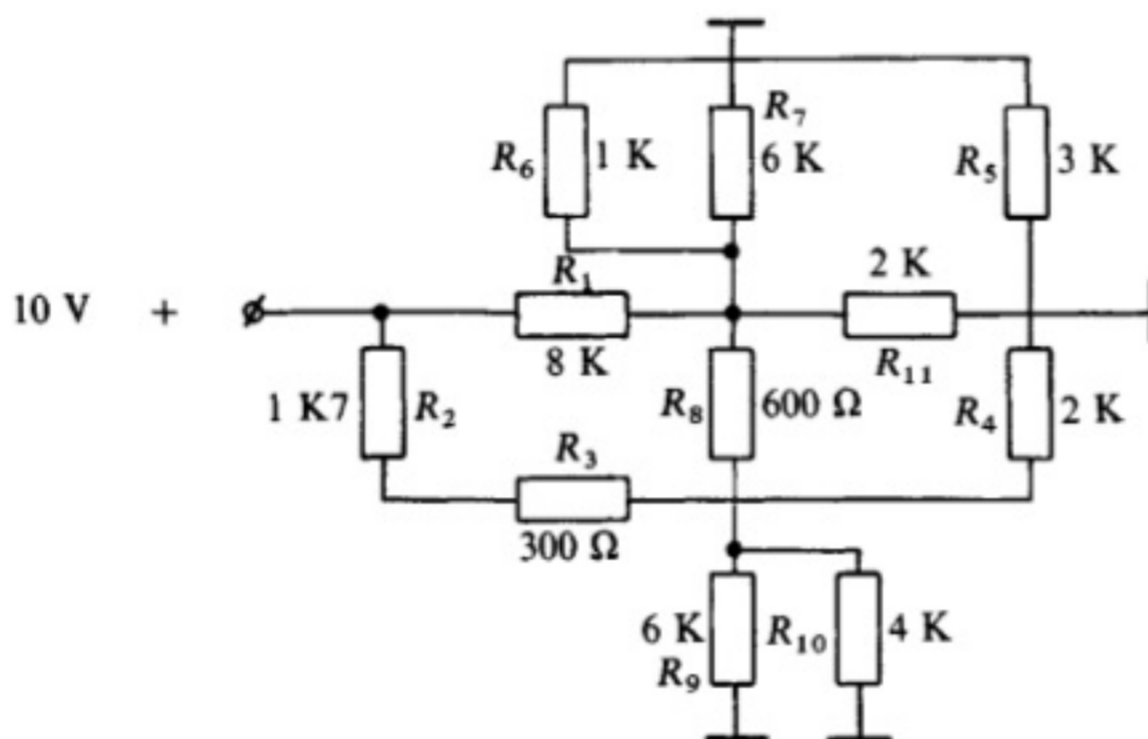


Figura 2.26.

**Solución:** Comencemos por transformar el circuito de la Figura 2.26 en otro más fácil de analizar, como el de la Figura 2.27.

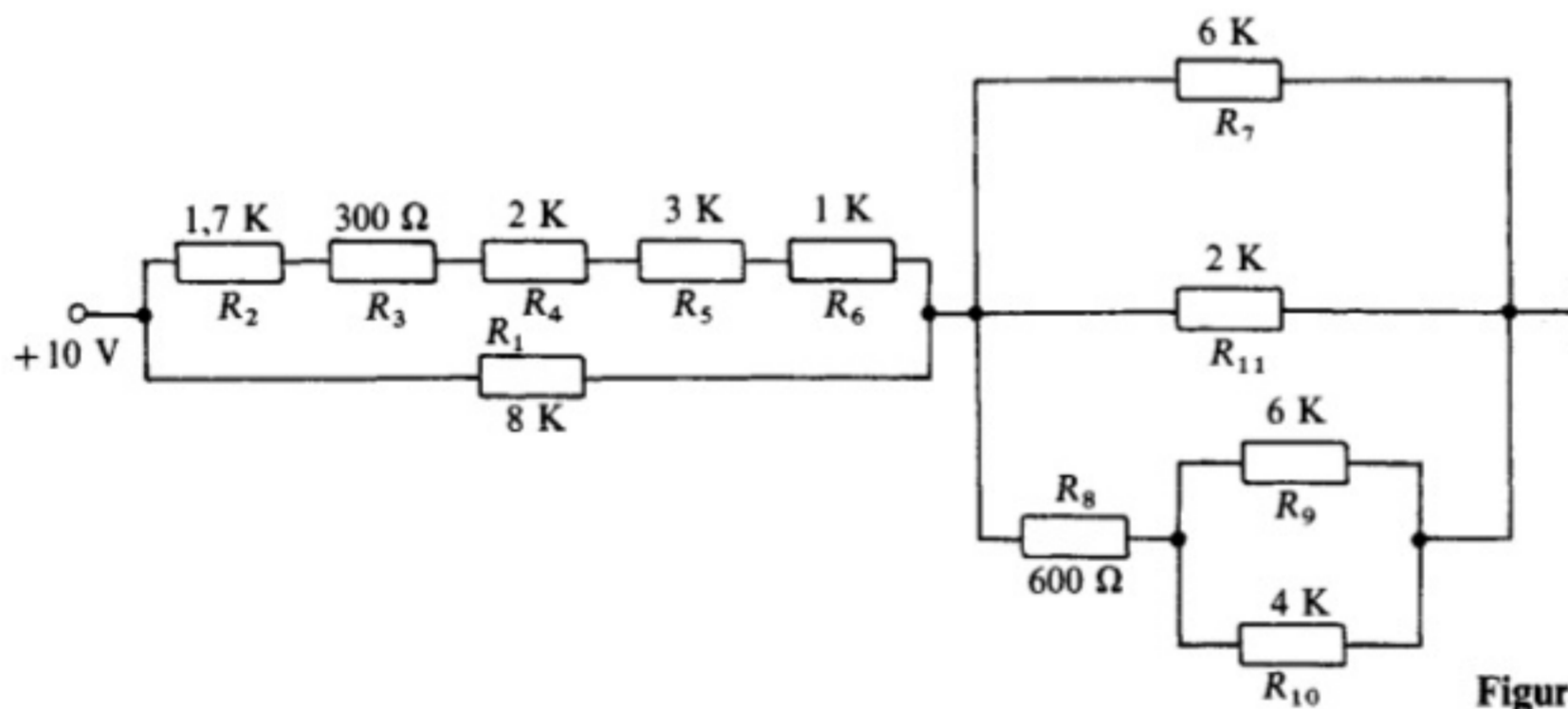


Figura 2.27.

a) Calculemos la resistencia total:

$$R_{9,10} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ K} \quad ; \quad R_{8,9,10} = 2,4 + 0,6 = 3 \text{ K}$$

$$R_{7,8,9,10,11} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1 \text{ K} \quad ; \quad R_{2,3,4,5,6} = 1,7 + 0,3 + 2 + 3 + 1 = 8 \text{ K}$$

$$R_T = \frac{8}{2} + 1 = 5 \text{ K}$$

Averigüemos ahora la intensidad total:

$$I_T = \frac{10}{5} = 2 \text{ mA}$$

b) Por último, calculemos la potencia total disipada por el circuito:

$$P_T = 2^2 \text{ (mA)} \cdot 5 \text{ (K)} = 20 \text{ mW}$$

Hay que destacar que no hubiera sido necesario calcular la intensidad total absorbida para calcular la potencia, ya que podríamos haber dicho

$$P_T = \frac{V_T^2}{R_T} = \frac{10^2 \text{ (V)}}{5 \text{ (K)}} = 20 \text{ mW}$$

2.27. Hallar en el circuito de la Figura 2.28 la potencia disipada en cada resistencia.

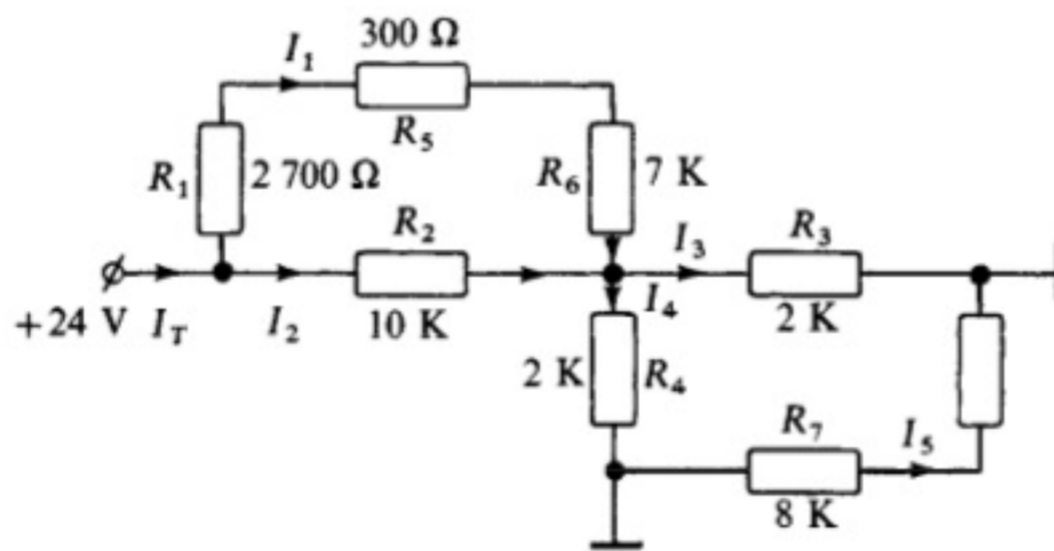


Figura 2.28.

**Solución:** En este circuito la resistencia de 8 kΩ se encuentra cortocircuitada a masa, causa por la que no se tiene en cuenta en el cálculo de la resistencia total.

El valor de la resistencia total será

$$R_{1,5,6} = 2,7 + 0,3 + 7 = 10 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{1,2,5,6} = \frac{10 \text{ K}}{2} = 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_{3,4} = \frac{2 \text{ K}}{2} = 1 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_T = 5 + 1 = 6 \text{ k}\Omega$$

Seguidamente, hallemos las intensidades en cada rama:

$$I_T = \frac{24}{6} = 4 \text{ mA} \quad ; \quad I_1 = I_2 = \frac{4 \text{ mA}}{2} = 2 \text{ mA} \quad ; \quad I_3 = I_4 = \frac{4 \text{ mA}}{2} = 2 \text{ mA} \quad ; \quad I_5 = 0 \text{ mA}$$

Y, por último, aplicando la Ley de Joule, calculemos las potencias disipadas en cada resistencia:

$$P_{R_1} = 2^2 \cdot 2,7 = 10,8 \text{ mW} \quad ; \quad P_{R_2} = 2^2 \cdot 10 = 40 \text{ mW} \quad ; \quad P_{R_3} = 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ mW}$$

$$P_{R_4} = 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ mW} \quad ; \quad P_{R_5} = 2^2 \cdot 0,3 = 1,2 \text{ mW} \quad ; \quad P_{R_6} = 2^2 \cdot 7 = 28 \text{ mW}$$

$$P_{R_7} = 0 \text{ W}$$

2.28. Calcular en el circuito de la Figura 2.29: a) La resistencia total. b) La intensidad total absorbida de la fuente.

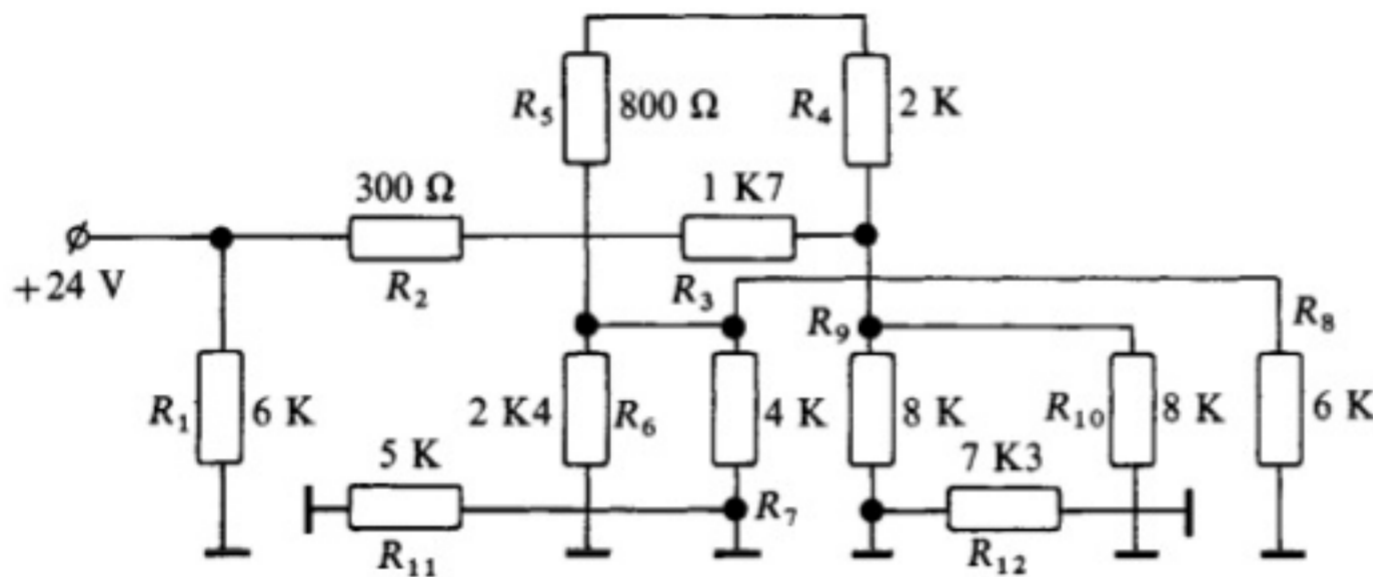


Figura 2.29.

**Solución:** Obtendremos en primer lugar el circuito transformado más simplificado. Para ello, hay que destacar que las resistencias de 5 y 7,3 kΩ tienen sus extremos cortocircuitados a masa, causa por la que no intervienen en la resistencia total o equivalente, ya que por ellas no circula la más mínima resistencia. El circuito transformado es el de la Figura 2.30.

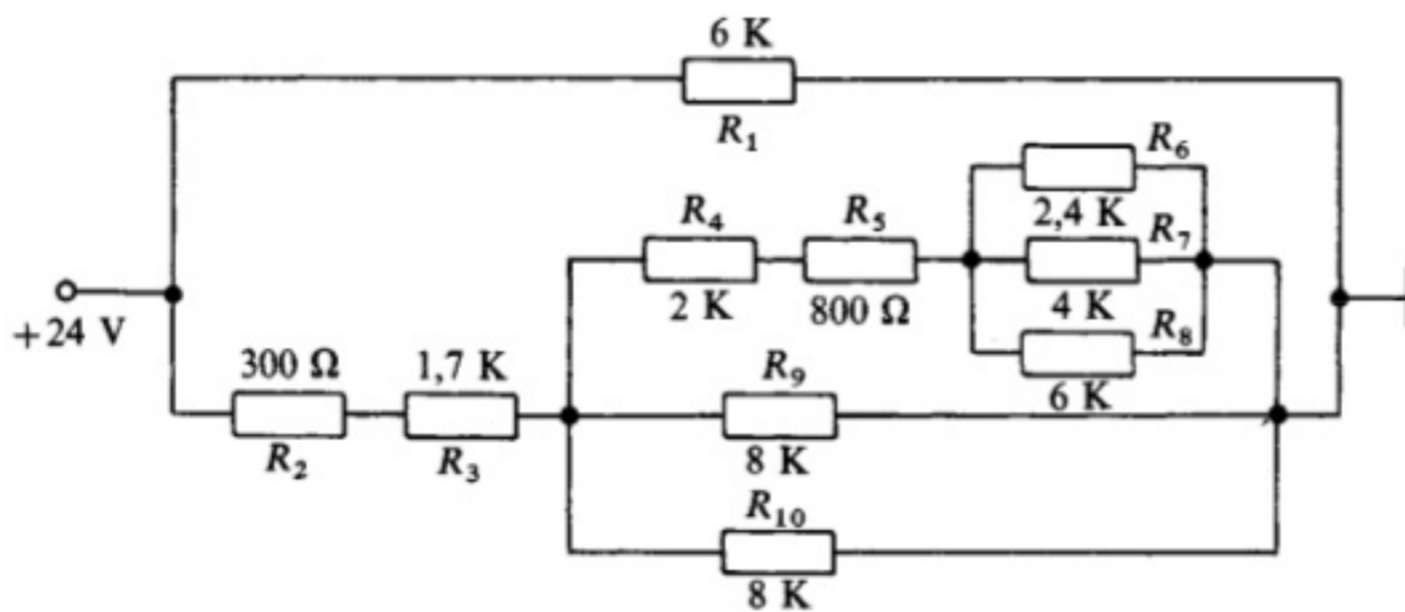


Figura 2.30.

Seguidamente, calcularemos la resistencia total:

$$R_{6,7,8} = \frac{1}{\frac{1}{2,4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = 1,2 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{4,5,6,7,8} = 2 + 0,8 + 1,2 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_{9,10} = \frac{8 \text{ K}}{2} = 4 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{4,5,6,7,8,9,10} = \frac{4 \text{ K}}{2} = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_{2,3,4,5,6,7,8,9,10} = 2 + 0,3 + 1,7 = 4 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_T = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ k}\Omega$$

Por último, el valor de la intensidad total absorbida:

$$I_T = \frac{24 \text{ V}}{2,4 \text{ k}\Omega} = 10 \text{ mA}$$

2.29. Hallar la resistencia total equivalente del circuito de la Figura 2.31 y la potencia total absorbida de la fuente.

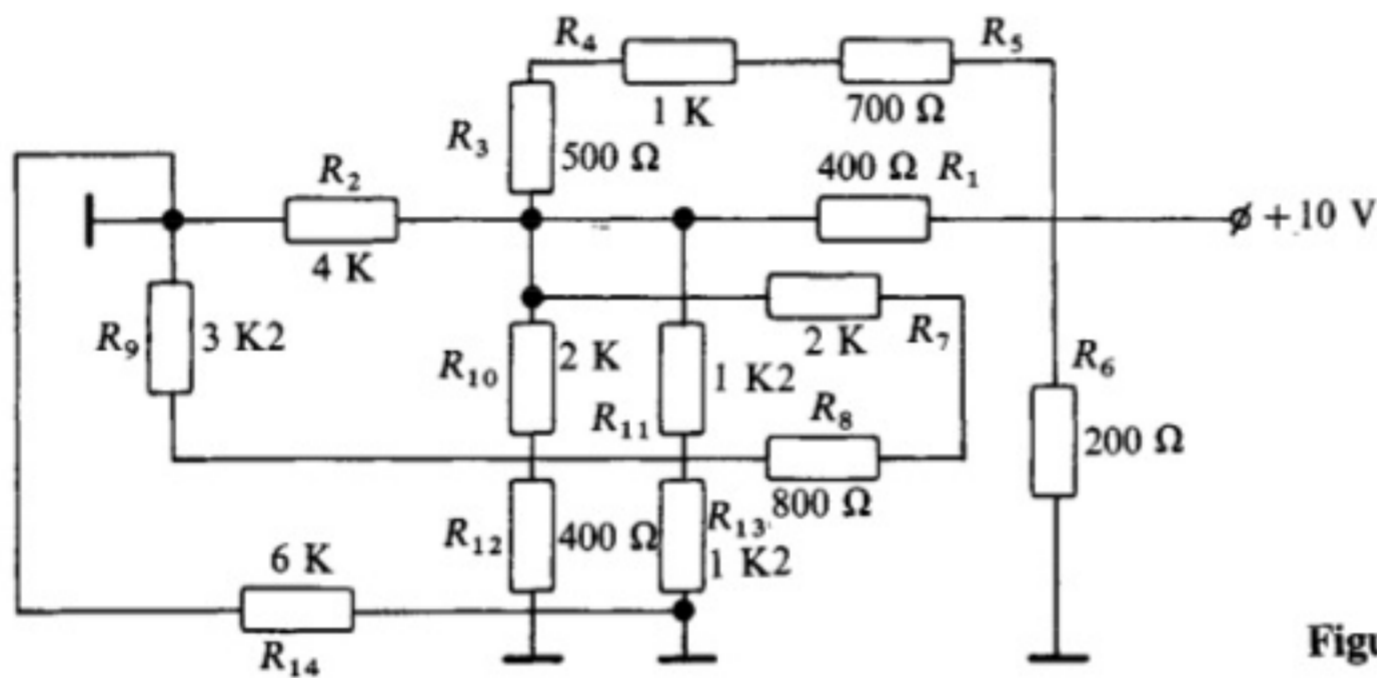


Figura 2.31.

**Solución:** Procediendo como en problemas anteriores, vemos que la resistencia de 6 kΩ se encuentra cortocircuitada a masa, causa por la que no aparece en el circuito transformado de la Figura 2.32.

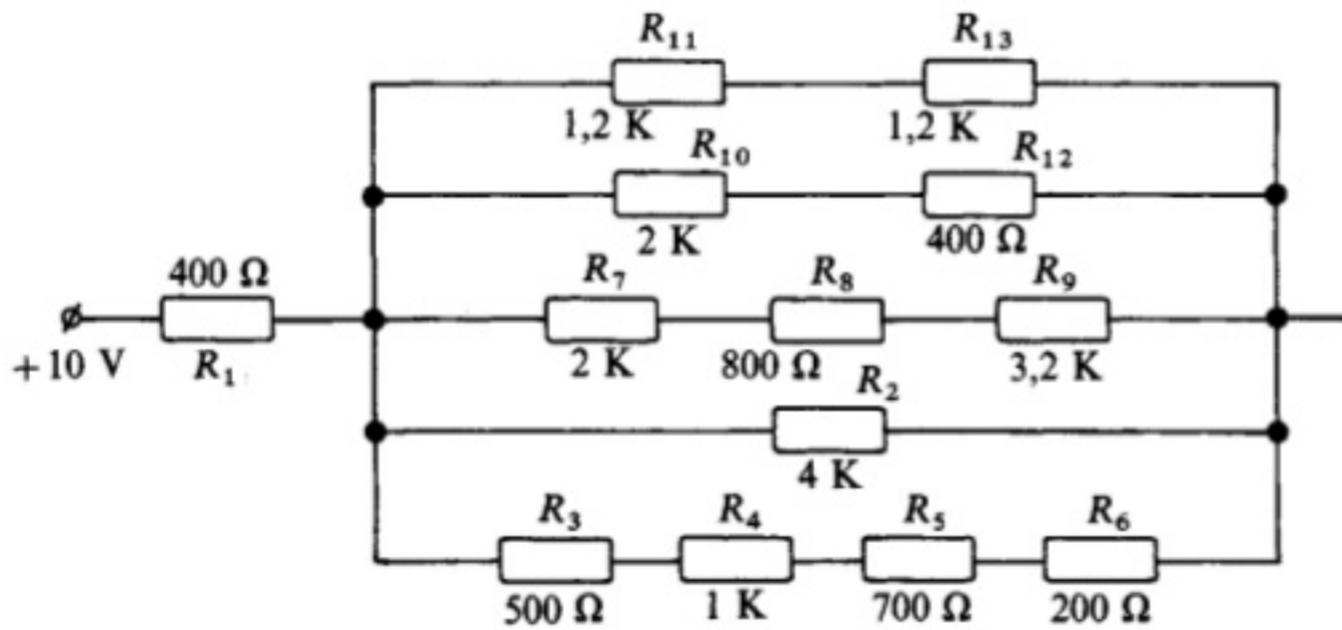


Figura 2.32.



Hallemos ahora la resistencia total, que será

$$R_{3,4,5,6} = 0,5 + 1 + 0,7 + 0,2 = 2,4 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{7,8,9} = 2 + 0,8 + 3,2 = 6 \text{ k}\Omega$$

$$R_{11,13} = 1,2 + 1,2 = 2,4 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{10,12} = 2 + 0,4 = 2,4 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 0,4 + \frac{1}{\frac{1}{2,4} + \frac{1}{2,4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2,4}} = 1 \text{ k}\Omega$$

Y, por fin, el valor de la potencia total absorbida:

$$P_T = \frac{10^2 \text{ (V)}}{1 \text{ (k}\Omega)} = 100 \text{ mW}$$

2.30. Calcular la capacidad total equivalente del circuito de la Figura 2.33.

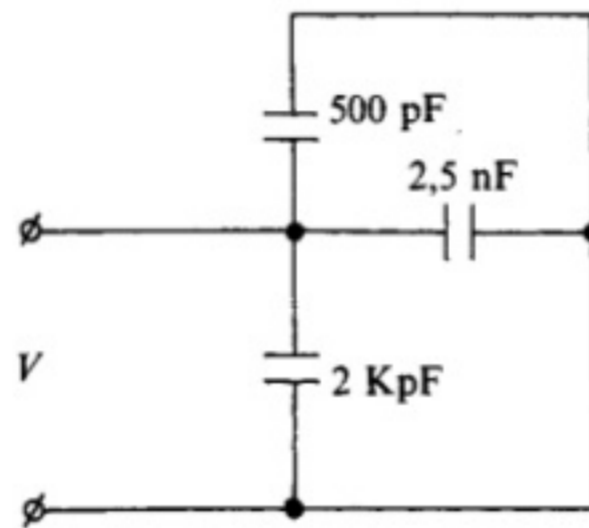


Figura 2.33.

**Solución:** Si analizamos el circuito, observamos que los tres condensadores están conectados en paralelo; por tanto, la capacidad total será, pasando todos los valores a nanofaradios o kilopicofaradios,

$$C_T = 0,5 + 2 + 2,5 = 5 \text{ KpF}$$

2.31. Hallar en el circuito de la Figura 2.34 la capacidad total.

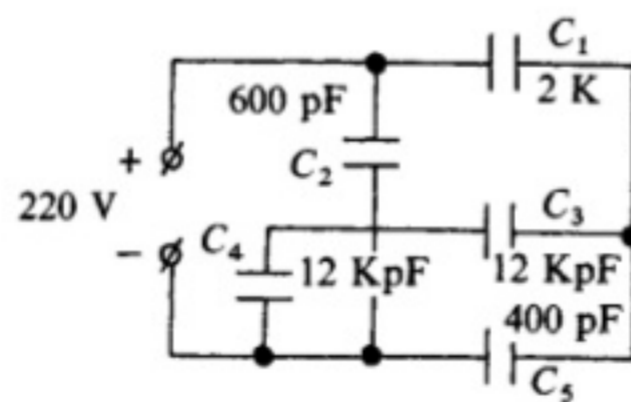


Figura 2.34.

**Solución:** Si transformamos el circuito de la Figura 2.34 en el de la Figura 2.35, que es más fácil de analizar, tendremos

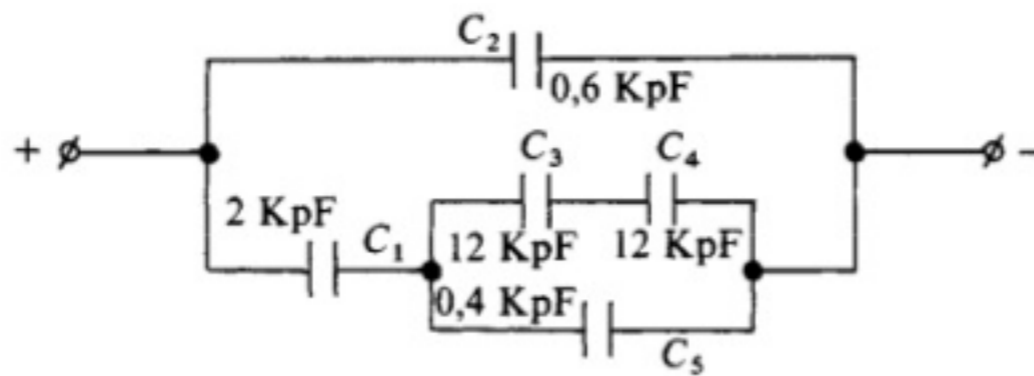


Figura 2.35.

$$C_{3,4} = \frac{12}{2} = 6 \text{ KpF} ; C_{3,4,5} = 6 + 0,4 = 6,4 \text{ KpF}$$

$$C_{1,3,4,5} = \frac{6,4 \cdot 2}{6,4 + 2} = 1,52 \text{ KpF} ; C_T = 0,6 + 1,52 = 2,12 \text{ KpF}$$

2.32. Calcular en el circuito de la Figura 2.36 la capacidad total y la energía total almacenada.

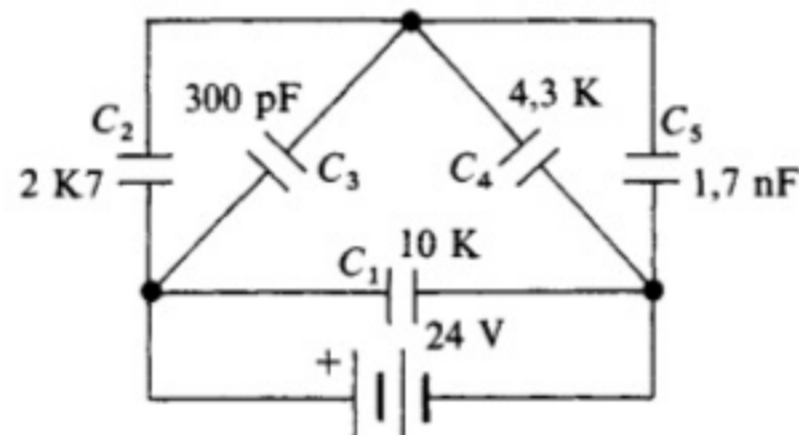


Figura 2.36.

**Solución:** Sin necesidad de obtener un circuito más simplificado y basándonos en la práctica de anteriores problemas de asociación de componentes, diremos

$$C_{2,3} = 2,7 + 0,3 = 3 \text{ KpF} ; C_{4,5} = 4,3 + 1,7 = 6 \text{ KpF}$$

$$C_{2,3,4,5} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \text{ KpF} ; C_T = 10 + 2 = 12 \text{ KpF}$$

Por último, teniendo la capacidad total equivalente, diremos

$$E_T = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10^{-9} \cdot 24^2 = 3,45 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

2.33. Hallar en el circuito de la Figura 2.37: a) La capacidad total. b) La cantidad de electricidad almacenada en el circuito.

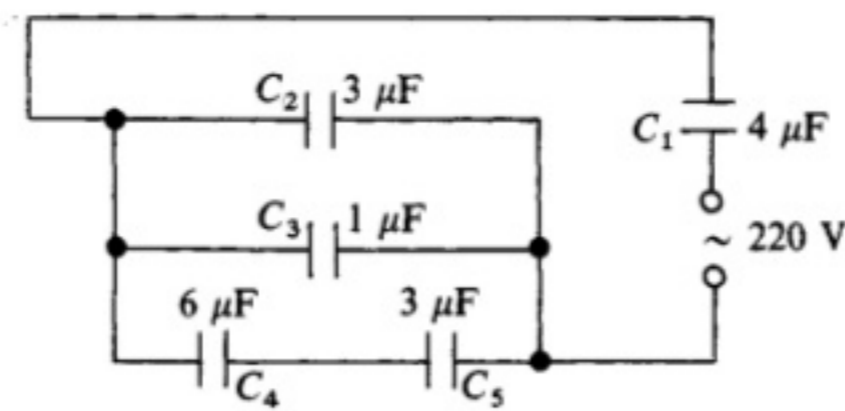


Figura 2.37.

**Solución:**

a) La capacidad total equivalente del circuito será

$$C_{4,5} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \mu\text{F} \quad ; \quad C_{2,3,4,5} = 3 + 1 + 2 = 6 \mu\text{F} \quad ; \quad C_T = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \mu\text{F}$$

b) La cantidad de electricidad almacenada en el circuito será

$$Q = 2,4 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 5,28 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

2.34. Realizar en el circuito de la Figura 2.38 el cálculo de la capacidad total, así como de la energía total almacenada.

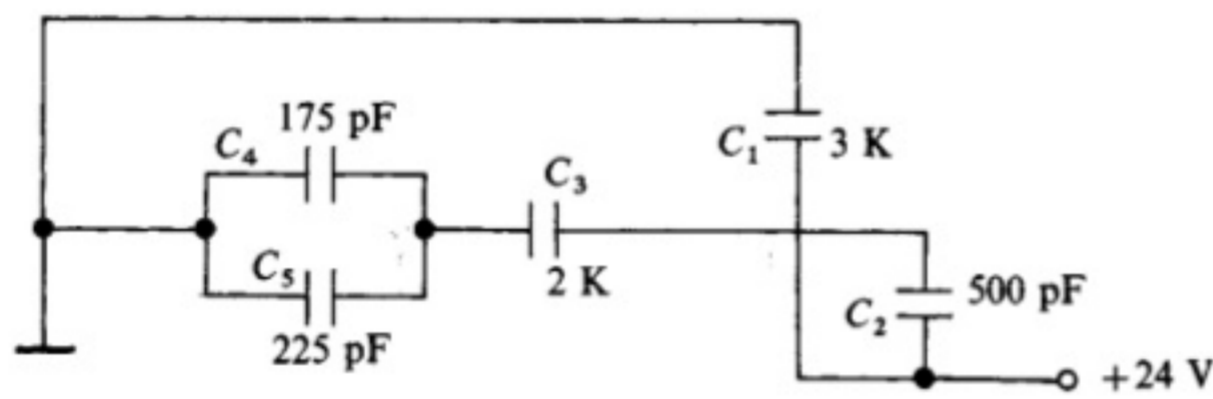


Figura 2.38.

**Solución:** Aplicando la asociación de condensadores, obtendremos la capacidad total equivalente:

$$C_{4,5} = 175 + 225 = 400 \text{ pF} \quad ; \quad C_{2,3,4,5} = \frac{1}{\frac{1}{0,4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{0,5}} = 0,2 \text{ KpF}$$

$$C_T = 3 + 0,2 = 3,2 \text{ KpF}$$

Por último, el valor de la energía total almacenada será

$$Q = 3,2 \cdot 10^{-9} \cdot 24 = 7,68 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

2.35. Calcular la tensión en bornas de cada uno de los condensadores del circuito de la Figura 2.39.

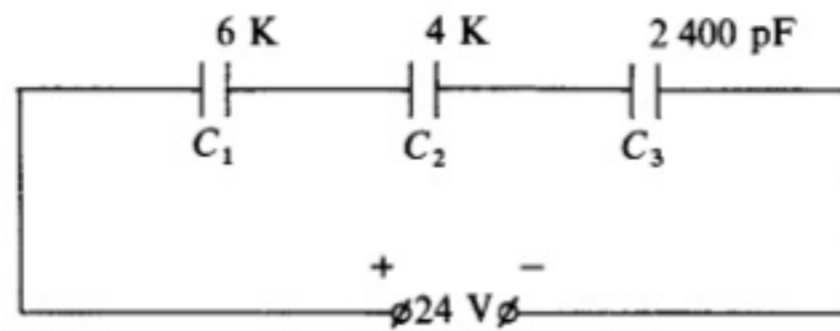


Figura 2.39.

**Solución:** Cuando una serie de condensadores se encuentran asociados en serie, la cantidad de electricidad almacenada en todos los condensadores es la misma e igual a la cantidad de electricidad almacenada en el conjunto.

Por el contrario, la tensión existente en bornas de cada condensador depende del valor de capacidad de cada uno de ellos.

Teniendo en cuenta lo anterior, calculemos en primer lugar la capacidad total equivalente:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2,4}} = 1,2 \text{ KpF}$$

Seguidamente, calculemos la cantidad de electricidad total almacenada en el conjunto:

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1,2 \cdot 10^{-9} \cdot 24 = 2,88 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

Por último, aplicando la ecuación fundamental de la capacidad ( $C = Q/V$ ), diremos

$$V_{C_1} = \frac{2,88 \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 10^{-9}} = 4,8 \text{ V} \quad ; \quad V_{C_2} = \frac{2,88 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 10^{-9}} = 7,2 \text{ V} \quad ; \quad V_{C_3} = \frac{2,88 \cdot 10^{-8}}{2,4 \cdot 10^{-9}} = 12 \text{ V}$$

2.36. Hallar en el circuito de la Figura 2.40: a) La capacidad total equivalente. b) La cantidad de electricidad total almacenada en el circuito. c) La tensión en bornas de cada condensador.

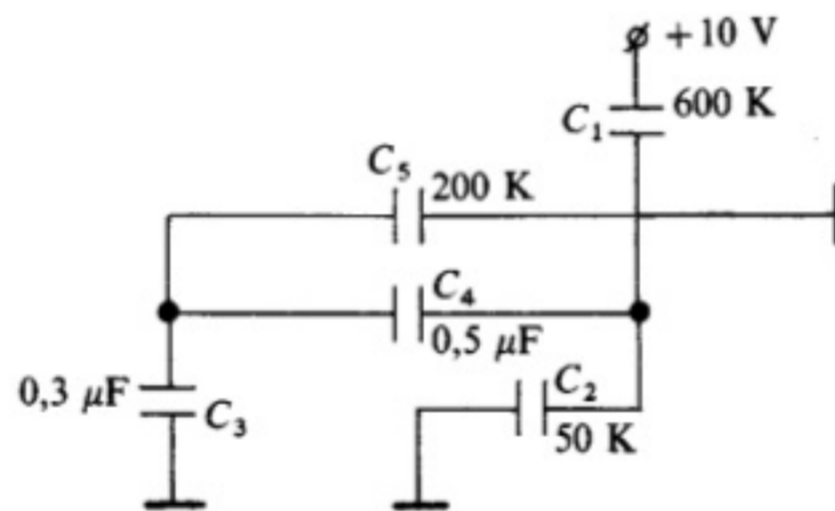


Figura 2.40.

**Solución:**

- a) Obtenemos en primer lugar el circuito simplificado, más accesible a su estudio (Fig. 2.41).

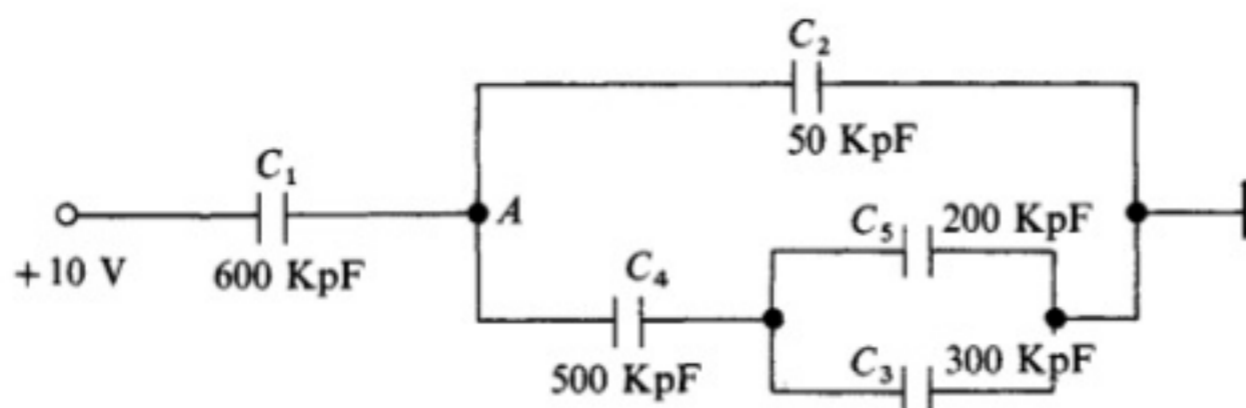


Figura 2.41.

Aplicando las normas de asociación de condensadores, tendremos

$$C_{3,5} = 200 + 300 = 500 \text{ KpF} ; C_{3,4,5} = \frac{500}{2} = 250 \text{ KpF}$$

$$C_{2,3,4,5} = 250 + 50 = 300 \text{ KpF} ; C_T = \frac{600 \cdot 300}{600 + 300} = 200 \text{ KpF}$$

- b) El valor de la cantidad de electricidad total almacenada será

$$Q_T = 200 \cdot 10^{-9} \cdot 10 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

- c) El valor de la cantidad de electricidad almacenada en el condensador  $C_1$  es igual al almacenado en el condensador equivalente al conjunto  $C_{2,3,4,5}$  (por estar conectados en serie) y, a su vez, igual a la cantidad de electricidad total almacenada; luego

$$Q_T = Q_1 = Q_{2,3,4,5} ; V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{600 \cdot 10^{-9}} = 3,33 \text{ V} ; V_{C_2} = 10 - 3,33 = 6,67 \text{ V}$$

En los condensadores conectados en paralelo, la tensión en sus bornas es la misma, pero la cantidad de electricidad almacenada depende de su capacidad; luego diremos

$$Q_{2,3,4,5} = Q_2 + Q_{3,4,5} ; Q_2 = C_2 \cdot V_{C_2} = 50 \cdot 10^{-9} \cdot 6,67 = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$Q_{3,4,5} = 2 \cdot 10^{-6} - 3,3 \cdot 10^{-7} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ C} ; Q_{3,4,5} = Q_4 = Q_{3,5}$$

Por último, diremos

$$V_{C_4} = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,3 \text{ V} ; V_{C_3} = V_{C_5} = 6,67 - 3,3 = 3,37 \text{ V}$$

- 2.37. Calcular en el circuito de la Figura 2.42 la capacidad total y la tensión en bornas de cada condensador.

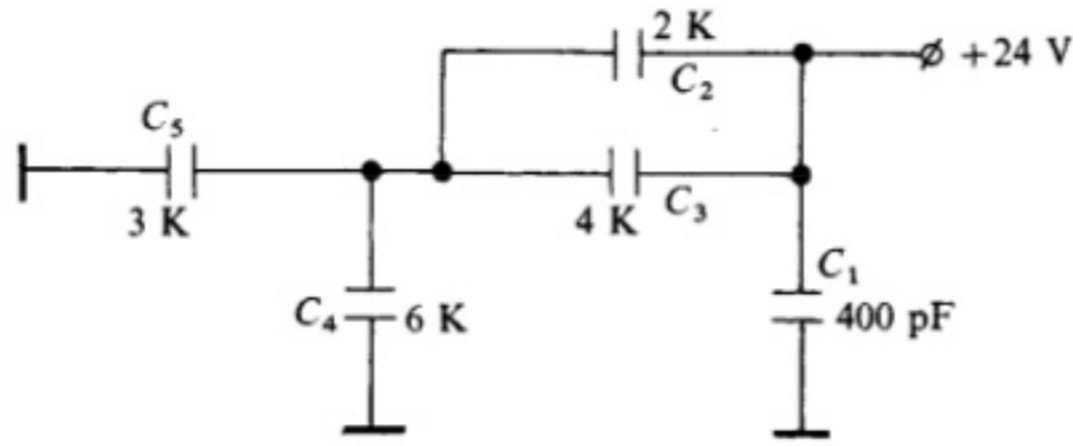


Figura 2.42.

**Solución:** La capacidad total equivalente será

$$C_{4,5} = 3 + 6 = 9 \text{ KpF} \quad ; \quad C_{2,3} = 2 + 4 = 6 \text{ KpF}$$

$$C_{2,3,4,5} = \frac{6 \cdot 9}{6 + 9} = 3,6 \text{ KpF} \quad ; \quad C_T = 3,6 + 0,4 = 4 \text{ KpF}$$

El valor de la cantidad de electricidad total es

$$Q_T = 4 \cdot 10^{-9} \cdot 24 = 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

Las tensiones en cada condensador son

$$Q_1 = 24 \cdot 0,4 \cdot 10^{-9} = 9,6 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_{2,3,4,5} = Q_T - Q_1 = 9,6 \cdot 10^{-8} - 9,6 \cdot 10^{-9} = 8,64 \cdot 10^{-8} \text{ C} \quad ; \quad Q_{2,3,4,5} = Q_{2,3} = Q_{4,5}$$

$$V_{C_2} = V_{C_3} = \frac{Q_{2,3}}{C_{2,3}} = \frac{8,64 \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 10^{-9}} = 14,4 \text{ V} \quad ; \quad V_{C_4} = V_{C_5} = 24 - 14,4 = 9,6 \text{ V}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

2.38. Calcular la intensidad en el circuito de la Figura 2.43.

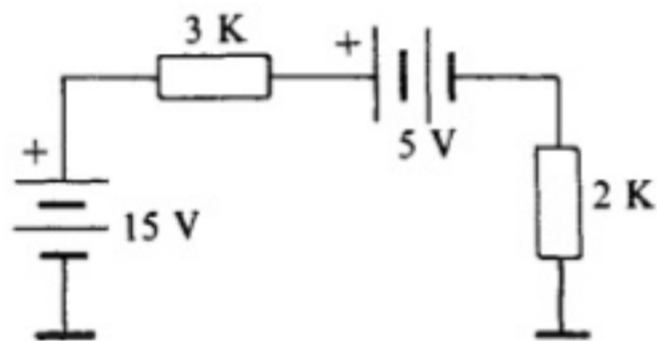


Figura 2.43.

**Solución:** 2 mA.

2.39. Hallar la intensidad en el circuito de la Figura 2.44.

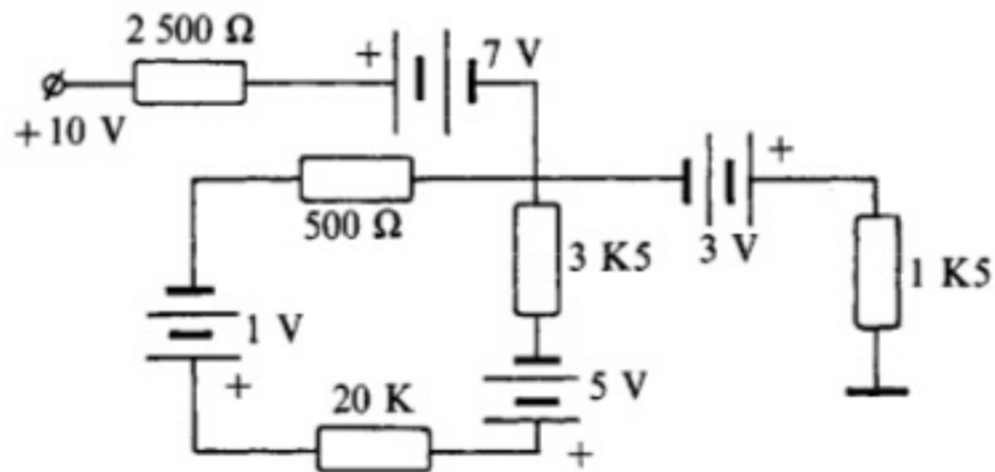


Figura 2.44.

**Solución:** 0,36 mA.

2.40. ¿Qué tiempo tardará en desprender  $8,8 \cdot 10^5$  calorías una estufa que, al conectarla a 220 V, absorbe 3 A?

Solución: 1 h 32 min y 35 s.

2.41. Calcular las intensidades en el circuito de la Figura 2.45.

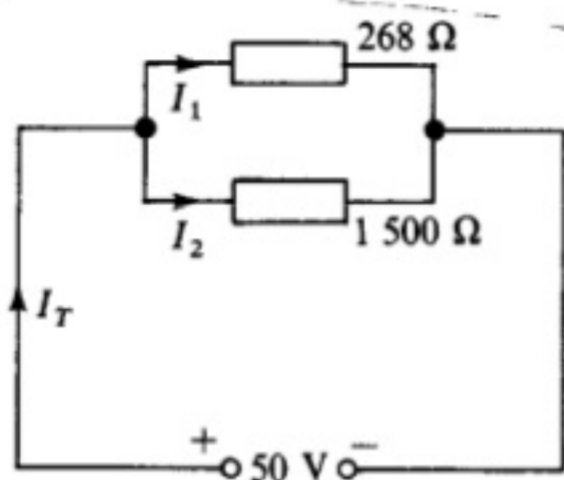


Figura 2.45.

Solución:  $I_T = 220$  mA;  $I_1 = 180$  mA,  $I_2 = 40$  mA.

2.42. Hallar en el circuito de la Figura 2.46: a) La resistencia total. b) Las intensidades en cada rama.

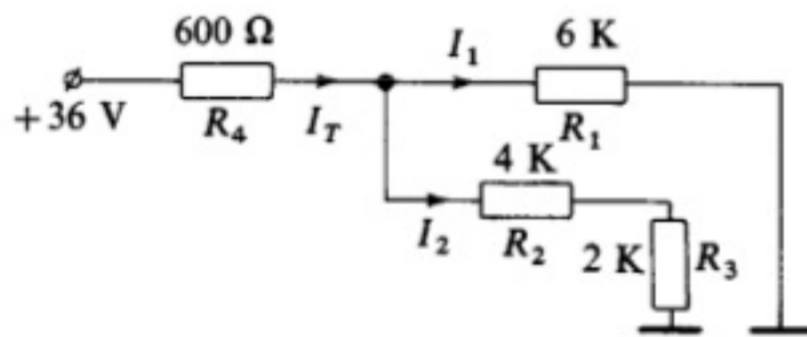


Figura 2.46.

Solución: a)  $R_T = 3,6$  K; b)  $I_T = 10$  mA,  $I_1 = I_2 = 5$  mA.

2.43. Calcular en el circuito de la Figura 2.47: a) La resistencia total. b) Las intensidades en cada rama. c) La potencia total.

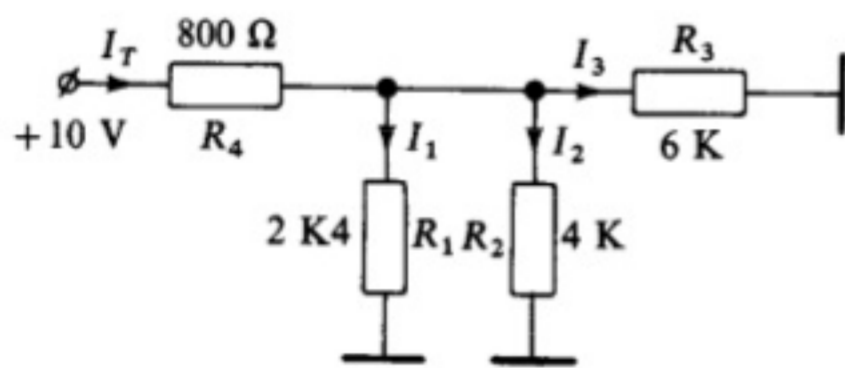


Figura 2.47.

Solución: a)  $R_T = 2$  K; b)  $I_T = 5$  mA,  $I_1 = 2,5$  mA,  $I_2 = 1,5$  mA,  $I_3 = 1$  mA; c)  $P_T = 50$  mW.

2.44. Hallar las potencias en cada resistencia en el circuito de la Figura 2.48.

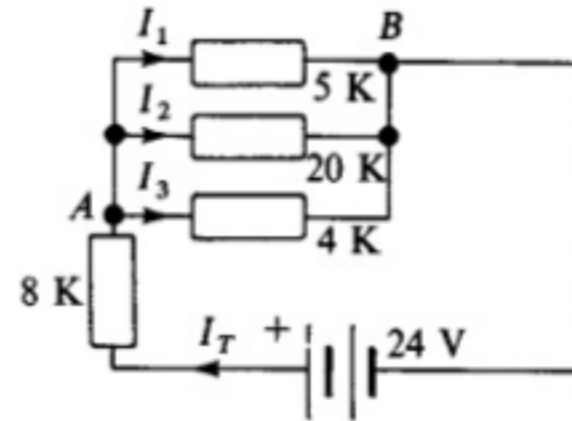


Figura 2.48.

Solución:  $P_{8K} = 11,5$  mW;  
 $P_{4K} = 5,8$  mW;  
 $P_{20K} = 1,15$  mW;  
 $P_{5K} = 4,6$  mW.

2.45. Calcular la potencia disipada en cada resistencia del circuito de la Figura 2.49.

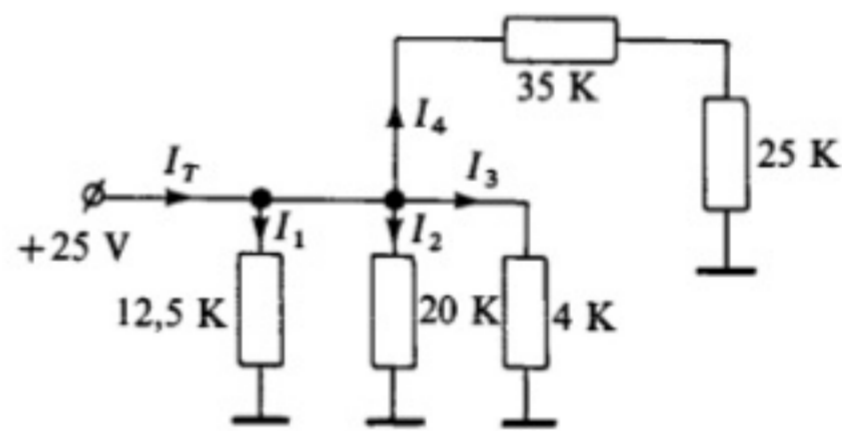


Figura 2.49.

Solución:  $P_{4K} = 156,2$  mW;  
 $P_{12,5K} = 50$  mW;  
 $P_{20K} = 31,25$  mW;  
 $P_{25K} = 4$  mW;  
 $P_{35K} = 5,6$  mW.

2.46. Hallar en el circuito de la Figura 2.50 las intensidades y caída de tensión en cada resistencia.

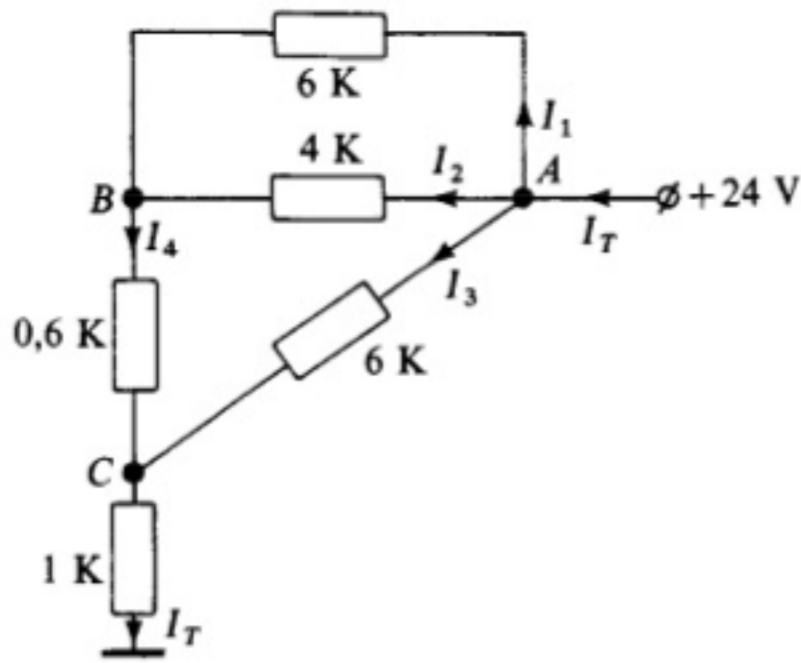


Figura 2.50.

**Solución:**  $I_T = 8 \text{ mA}$ ;  $I_1 = 2,1 \text{ mA}$ ;  $I_2 = 3,2 \text{ mA}$ ;  $I_3 = 2,7 \text{ mA}$ ;  $I_4 = 5,5 \text{ mA}$ ;  $V_{AB} = 12,8 \text{ V}$ ;  $V_{BC} = 3,2 \text{ V}$ ;  $V_{AC} = 16 \text{ V}$ ;  $V_{C \text{ a masa}} = 8 \text{ V}$ .

2.47. Calcular el shunt para un amperímetro que utiliza un galvanómetro de  $100 \mu\text{A}$  de intensidad máxima y  $1\,200 \Omega$  de resistencia interna, si deseamos que tenga los siguientes alcances: 3 A, 300 mA, 30 mA y 3 mA.

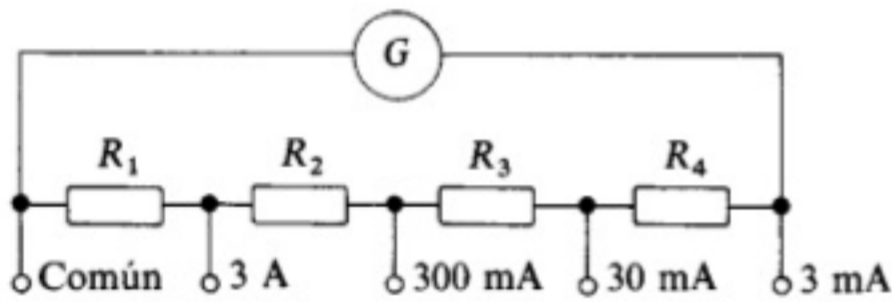


Figura 2.51.

**Solución:**  $R_1 = 0,041 \Omega$ ;  $R_2 = 0,372 \Omega$ ;  $R_3 = 3,724 \Omega$ ;  $R_4 = 37,242 \Omega$ .

2.48. Hallar el divisor de tensión para un voltímetro que emplea un galvanómetro de  $75 \mu\text{A}$  y  $1\,500 \Omega$ , si deseamos que, teniendo una sensibilidad de  $10\,000 \Omega/\text{V}$ , posea unas escalas de 300 V, 50 V, 2 V, 200 mV.

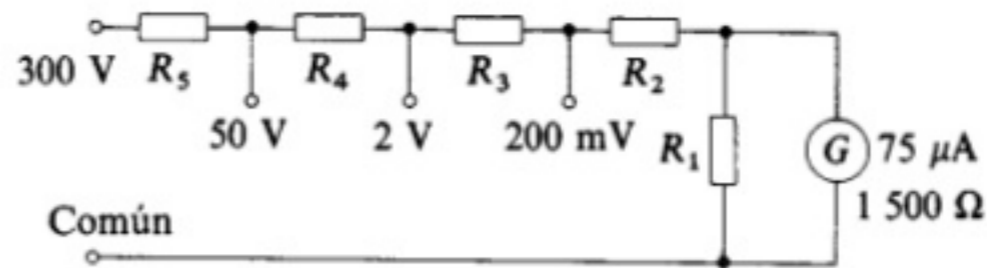


Figura 2.52.

**Solución:**  $R_1 = 4,5 \text{ K}$ ;  $R_2 = 875 \Omega$ ;  $R_3 = 18 \text{ K}$ ;  $R_4 = 480 \text{ K}$ ;  $R_5 = 2\,500 \text{ K}$ .

2.49. Calcular en el circuito de la Figura 2.53: a) La resistencia total. b) La intensidad en cada rama.

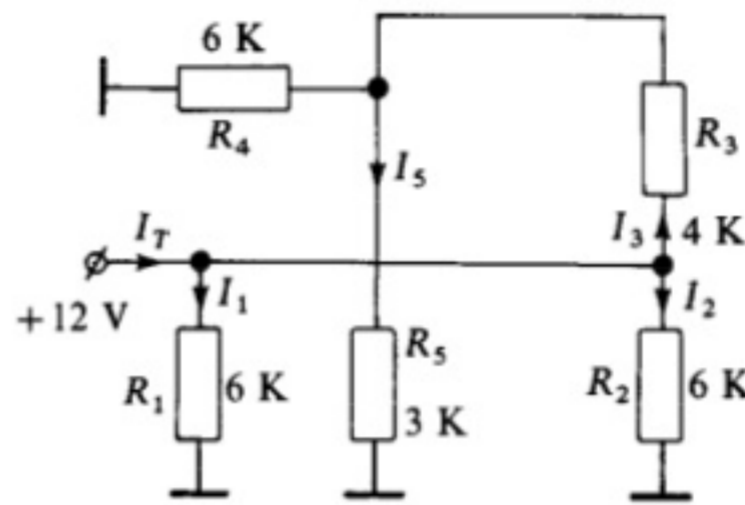


Figura 2.53.

**Solución:** a)  $R_T = 2 \text{ K}$ ; b)  $I_T = 6 \text{ mA}$ ,  $I_1 = I_2 = I_3 = 2 \text{ mA}$ ,  $I_4 = 0,66 \text{ mA}$ ,  $I_5 = 1,33 \text{ mA}$ .

2.50. Hallar en el circuito de la Figura 2.54. a) La resistencia total. b) La potencia total en el circuito.

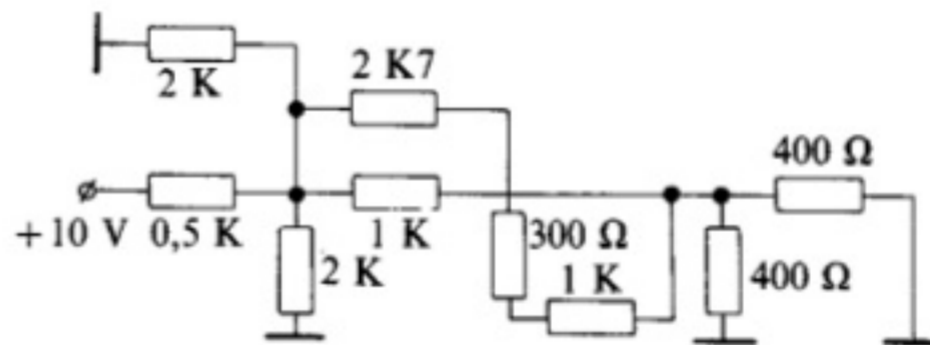


Figura 2.54.

**Solución:** a)  $R_T = 1 \text{ K}$ ; b)  $P_T = 100 \text{ mW}$ .



2.51. Calcular en el circuito de la Figura 2.55.  
 a) La resistencia total. b) La potencia total absorbida.

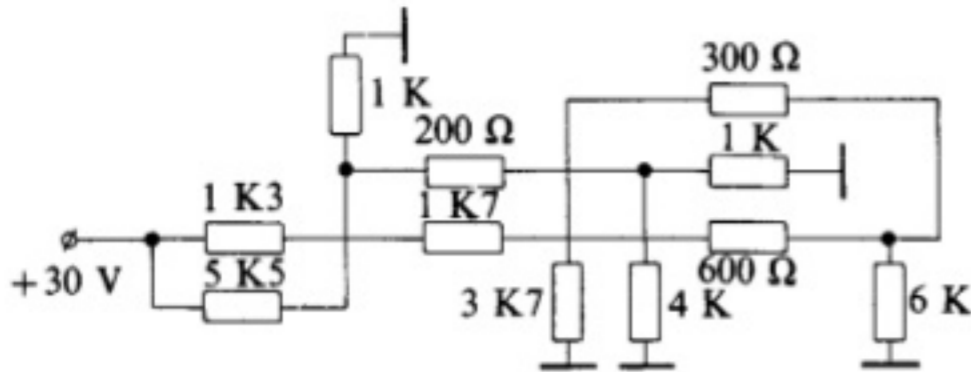


Figura 2.55.

Solución: a)  $R_T = 3\text{ K}$ ; b)  $P_T = 300\text{ mW}$ .

2.52. Hallar la cantidad de calor desprendida en la resistencia A de la Figura 2.56, al cabo de 2 h.

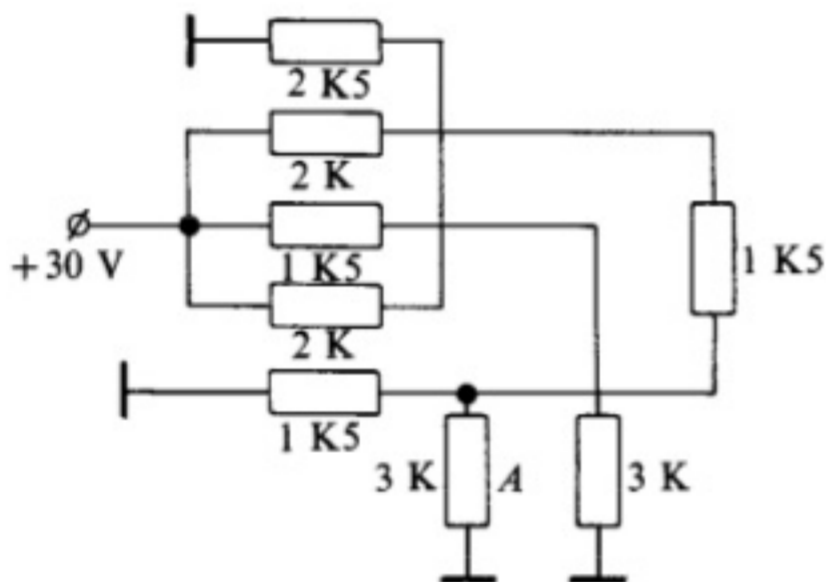


Figura 2.56.

Solución:  $C = 25,1\text{ cal}$ .

2.53. Calcular en el circuito de la Figura 2.57 la potencia que deberá poseer cada resistencia para no quemarse.

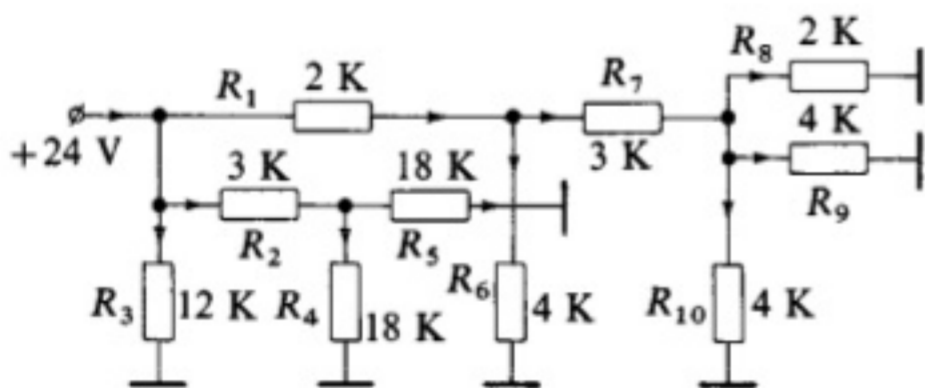


Figura 2.57.

Solución:  $P_{R_1} = 72\text{ mW}$ ;  $P_{R_2} = 12\text{ mW}$ ;  $P_{R_3} = 48\text{ mW}$ ;  $P_{R_4} = 18\text{ mW}$ ;  $P_{R_5} = 18\text{ mW}$ ;  $P_{R_6} = 36\text{ mW}$ ;  $P_{R_7} = 27\text{ mW}$ ;  $P_{R_8} = 4,5\text{ mW}$ .  $P_{R_9} = P_{R_{10}} = 2,25\text{ mW}$ .

2.54. En el circuito de la Figura 2.58 hallar la capacidad total.

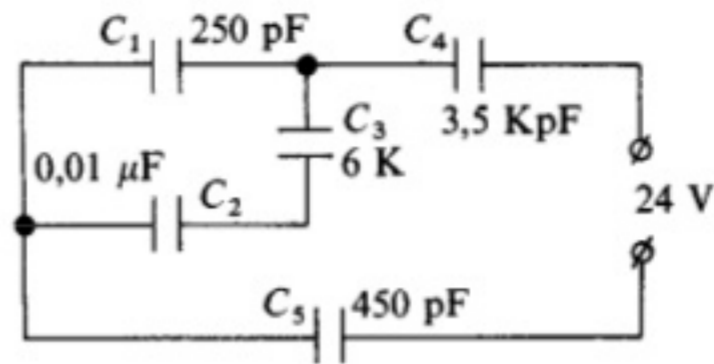


Figura 2.58.

Solución:  $C_T = 362\text{ pF}$ .

2.55. Calcular la capacidad del condensador que hay que montar en serie con uno de  $20\text{ μF}$ , para obtener otro de  $4\text{ 000 KpF}$ .

Solución:  $5\text{ μF}$ .

2.56. Hallar el valor de C en el circuito de la Figura 2.59, para que la capacidad total sea de  $2\text{ KpF}$ .

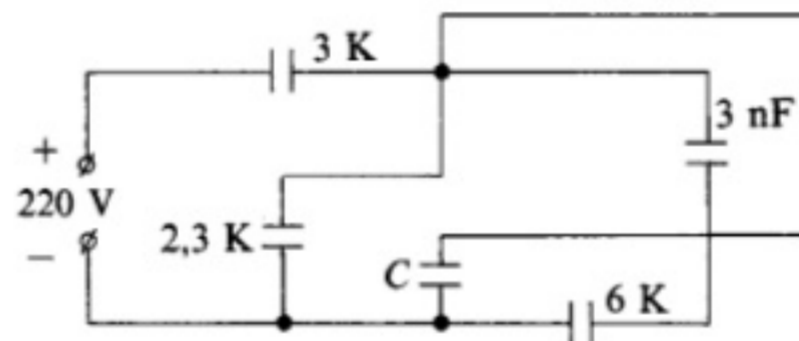


Figura 2.59.

Solución:  $1\text{ 700 pF}$ .

2.57. Calcular en el circuito de la Figura 2.60:  
 a) La capacidad total. b) La energía total almacenada. c) La cantidad de electricidad almacenada.

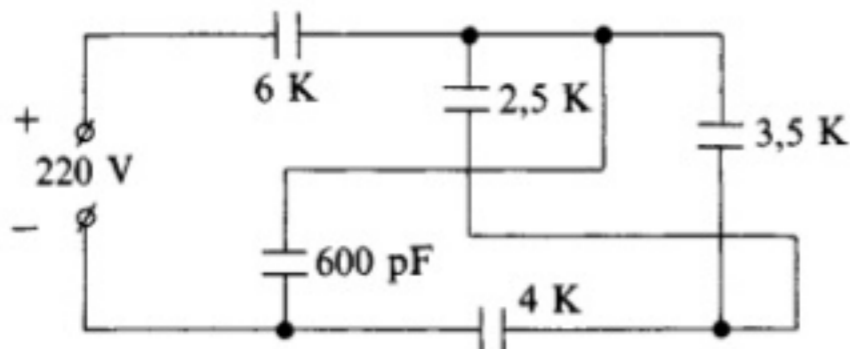


Figura 2.60.

Solución: a)  $C_T = 2 \text{ KpF}$ ;  
 b)  $E_T = 4,84 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ ;  
 c)  $Q = 4,4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ .

2.58. Hallar en el circuito de la Figura 2.61:  
 a) La capacidad total. b) La energía total almacenada.

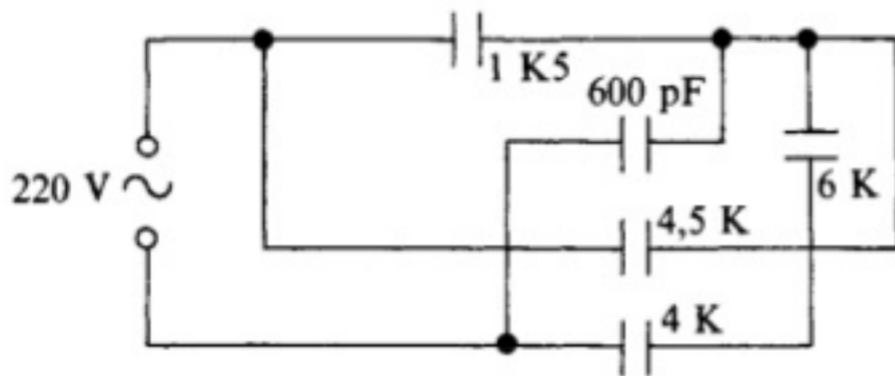


Figura 2.61.

Solución: a)  $C_T = 2 \text{ KpF}$ ;  
 b)  $E_T = 4,84 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ .

2.59. Realizar en el circuito de la Figura 2.62 el cálculo de la capacidad total, así como de la cantidad de electricidad total almacenada.

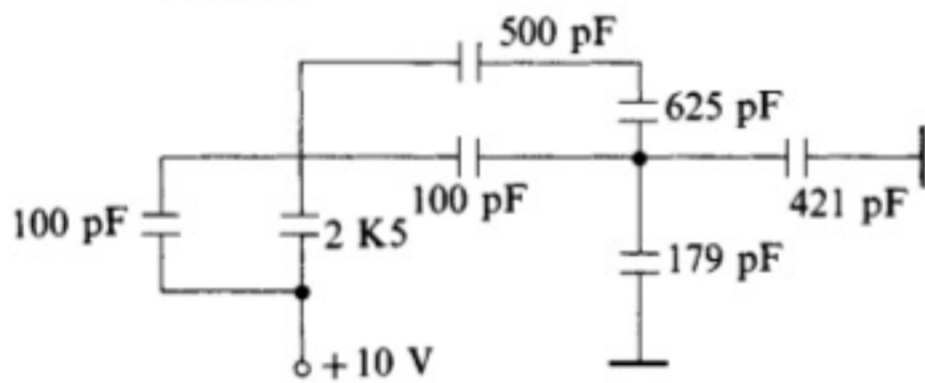


Figura 2.62.

Solución:  $C_T = 200 \text{ pF}$ ;  $Q_T = 0,2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ .

2.60. Calcular en el circuito de la Figura 2.63 la capacidad total y la tensión en bornas de cada condensador.

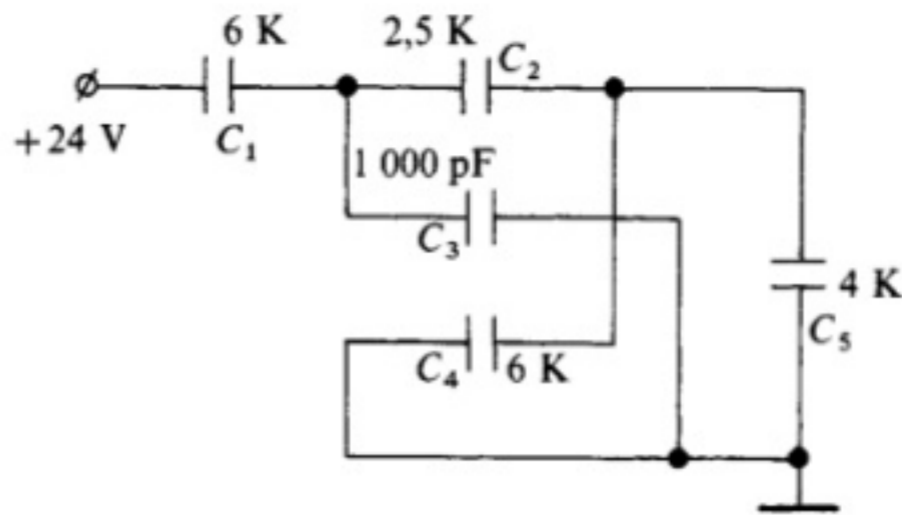


Figura 2.63.

Solución:  $C_T = 2 000 \text{ pF}$ ;  
 $V_{C_1} = 8 \text{ V}$ ,  $V_{C_2} = 12,8 \text{ V}$ ,  
 $V_{C_3} = 16 \text{ V}$ ,  $V_{C_4} = V_{C_5} = 3,2 \text{ V}$ .

2.61. Calcular la tensión en bornas de cada uno de los condensadores del circuito de la Figura 2.58.

Solución:  $V_{C_1} = 2,2 \text{ V}$ ;  $V_{C_2} = 0,82 \text{ V}$ ;  
 $V_{C_3} = 1,38 \text{ V}$ ;  $V_{C_4} = 2,5 \text{ V}$ ;  
 $V_{C_5} = 19,3 \text{ V}$ .

2.62. Realizar el problema anterior en el circuito de la Figura 2.61.

Solución:  $V_{1,5 \text{ K}} = V_{4,5 \text{ K}} = 73,3 \text{ V}$ ;  
 $V_{600 \text{ pF}} = 146,7 \text{ V}$ ;  
 $V_{6 \text{ K}} = 58,5 \text{ V}$ ;  $V_{4 \text{ K}} = 88 \text{ V}$ .

# CAPITULO 3

## Teoremas de teoría de circuitos en corriente continua

### 3.1. ANALISIS DE CIRCUITOS POR EL METODO DE LAS MALLAS

Cuando un circuito está constituido por más de una malla cerrada con generadores en varias de ellas, no podemos calcular las corrientes en cada rama aplicando las técnicas utilizadas en el Capítulo 2. Para resolver estos problemas utilizaremos el Método de las Mallas, que consiste en una forma especial de aplicar las Leyes de Kirchoff.

El Método de las Mallas tiene la ventaja adicional de permitir el empleo de los determinantes en la resolución matemática de las ecuaciones obtenidas. Se basa en los siguientes puntos:

- *Obtención de las ecuaciones:*

1. Definir en cada malla el nombre y sentido de la intensidad malla.
2. Aplicando la Segunda Ley de Kirchoff, obtendremos la ecuación de cada malla, teniendo en cuenta que, si alguna de las ramas que la componen pertenece a más de una malla, al calcular las caídas de tensión en las resistencias de dicha rama, consideraremos que la intensidad que circula por la rama es la suma o diferencia de las intensidades mallaes que en ella confluyen.

- *Resolución de las ecuaciones:*

Las ecuaciones obtenidas constituyen un sistema de igual número de ecuaciones que de incógnitas; esto permite resolverlo, bien sea por el método tradicional o por el empleo de los determinantes, utilizando la Regla de Cramer.

### 3.2. REGLA DE CRAMER

Para aplicar la Regla de Cramer, es preciso que las ecuaciones a resolver estén ordenadas de igual forma, es decir, los términos independientes aislados en un lado y las incógnitas en el otro, pero colocadas en el mismo orden.

Supongamos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -7 = 3 \cdot I_a + 7 \cdot I_b - 5I_c \\ 4 = I_a + 8I_c \\ 1 = 2 \cdot I_a - I_b + 3I_c \end{cases}$$

El valor de cada incógnita se calcula formado el cociente de dos determinantes:

$$\text{Incógnita} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Determinante formado por los coeficientes de las incógnitas, en el que se} \\ \text{cambió la columna correspondiente a la incógnita que se despeja} \\ \text{por la de los términos independientes.} \end{array} \right|}{\left| \text{Determinante formado por los coeficientes de las incógnitas} \right|}$$

Luego en el ejemplo anterior tendremos

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 7 & -5 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 7 & -5 \\ 1 & 0 & 8 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{-64}{120} = -0,53$$



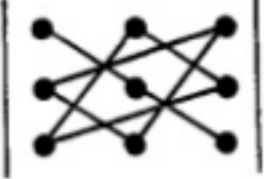
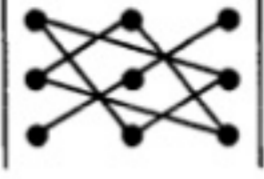
$$I_b = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -7 & -5 \\ 1 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 7 & -5 \\ 1 & 0 & 8 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{-44}{120} = -0,36$$

$$I_c = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 7 & -7 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 7 & -5 \\ 1 & 0 & 8 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{68}{120} = -0,56$$

### 3.3. RESOLUCION DE DETERMINANTES

Los determinantes se clasifican según el número de filas y columnas que poseen. En nuestro caso, los determinantes son siempre cuadrados ( $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ...), y su resolución depende de su tamaño. Las normas de resolución aparecen en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Resolución de determinantes

Tipo de determinante	Forma de resolución
$\boxed{2 \times 2}$ $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Productos con signo +</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Productos con signo -</p> </div> </div> $\boxed{\text{Valor}} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$
$\boxed{3 \times 3}$ $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$	<p style="text-align: center;">Regla de Sarrus</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Productos con signo +</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Productos con signo -</p> </div> </div> $\boxed{\text{Valor}} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} -$ $- a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{32} \cdot a_{23}$
$\boxed{4 \times 4}$ $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$	<p style="text-align: center;">Desarrollo por menores</p> $\boxed{\text{Valor}} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{21} \cdot \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} +$ $+ a_{31} \cdot \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{41} \cdot \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{vmatrix}$ <p>Los determinantes <math>3 \times 3</math> se obtienen eliminando en el <math>4 \times 4</math> la fila y columna del elemento por el que se multiplica. El desarrollo se puede hacer por los elementos de una cualquiera de las filas o columnas.</p>

### 3.4. ANALISIS DE CIRCUITOS POR EL METODO DE LOS NUDOS

Este método se aplica, al igual que el de las mallas, en la resolución de circuitos de más de una malla y con varios generadores en ellas.

El método se basa en aplicar la Primera Ley de Kirchoff a cada uno de los nudos del circuito excepto a uno, que se considera conectado a masa (sólo a efectos de cálculo).

El proceso es el siguiente:

1. Se deletrean todos los nudos del circuito y se define el nudo que supuestamente se conecta a masa.
2. Se obtiene una ecuación por nudo aplicando la Primera Ley de Kirchoff. Al obtener las ecuaciones, el nudo puesto a masa se considera a potencial cero, y los generadores que existen en las ramas concurrentes al nudo considerado suman o restan su valor al potencial de dicho nudo según el convenio de sentidos.
3. Se resuelve el sistema de ecuaciones, obteniéndose el potencial de cada nudo.

### 3.5. FUENTES DE TENSION E INTENSIDAD

#### ■ Fuente de tensión

Se define como aquel generador que es capaz de mantener una tensión en su salida, cualquiera que sea la intensidad que de él se solicite. En la práctica, las fuentes ideales de tensión no existen, ya que siempre poseen alguna resistencia interna y, según aumenta la intensidad que se absorbe de ella, la tensión de salida disminuye.

Las fuentes que más se aproximan en la práctica a la definición ideal son las fuentes de tensión estabilizadas.

#### ■ Fuente de intensidad

Se define como aquel generador que es capaz de mantener una intensidad constante de salida, sea cual sea el valor de la tensión que de él se demande.

Tampoco existen fuentes de intensidad ideales, pero existen circuitos formados con transistores que funcionan de forma similar.

En la Figura 3.1 se ven los símbolos de las fuentes de tensión e intensidad ideales.

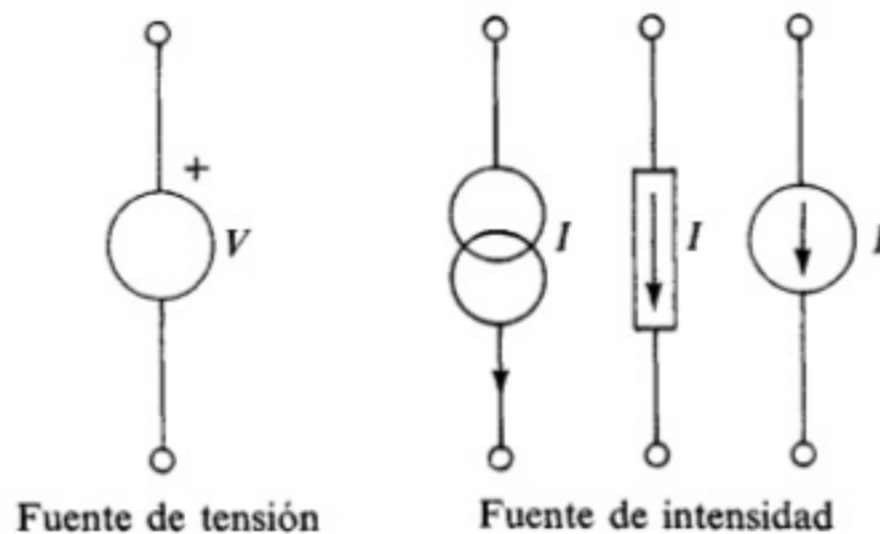


Figura 3.1. Simbología de fuentes de tensión e intensidad.

### 3.6. TEOREMAS DE THEVENIN Y DE NORTON

Estos teoremas se utilizan para obtener el circuito equivalente o simplificado (sólo a efectos de cálculo) de otro más complejo que posea dos terminales accesibles o de salida.

#### ■ Teorema de Thevenin

Todo circuito con dos terminales accesibles,  $A$  y  $B$ , puede ser sustituido por otro equivalente, formado por una resistencia equivalente,  $R_q$ , en serie con una fuente de tensión,  $V_q$ , cuyos valores se obtienen como sigue:

- $R_q$ : Es la resistencia que presenta el circuito entre los terminales  $A$  y  $B$  cuando se cortocircuitan las fuentes de tensión que existen en él y se dejan a circuito abierto las fuentes de intensidad.
- $V_q$ : Es la tensión que, a circuito abierto (es decir, sin conectar), existe entre los terminales  $A$  y  $B$  del circuito primitivo.



Figura 3.2. Teorema de Thevenin.

#### ■ Teorema de Norton

Todo circuito con dos terminales accesibles,  $A$  y  $B$ , puede ser sustituido por otro equivalente, formado por una resistencia equivalente,  $R_q$ , en paralelo con una fuente de intensidad,  $I_q$ , cuyos valores se obtienen como sigue:

- $R_q$ : Es la resistencia que presenta el circuito entre los terminales  $A$  y  $B$  cuando se cortocircuitan las fuentes de tensión que existen en él y se dejan a circuito abierto las fuentes de intensidad.
- $I_q$ : Es la intensidad que, en cortocircuito, circula entre los terminales  $A$  y  $B$  del circuito primitivo.

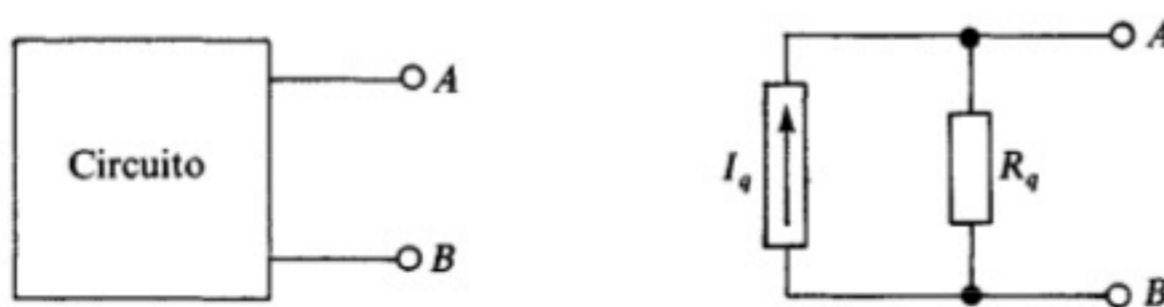
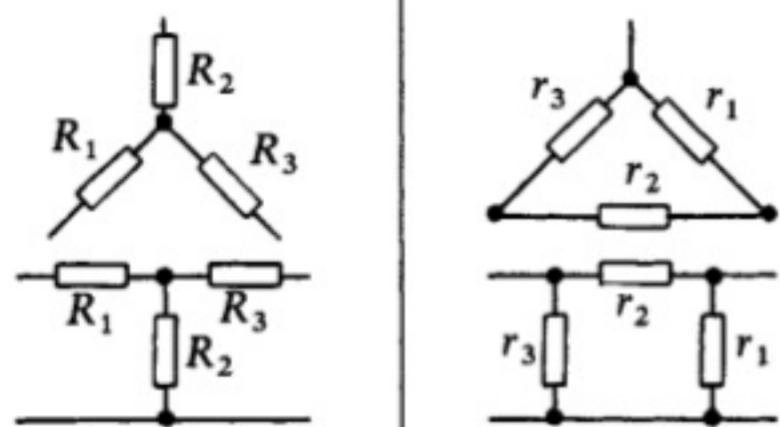
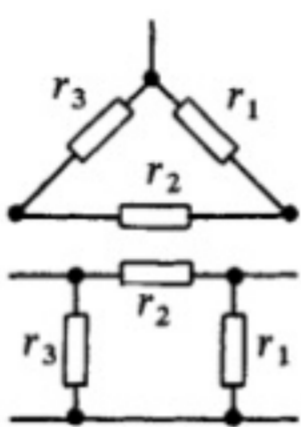
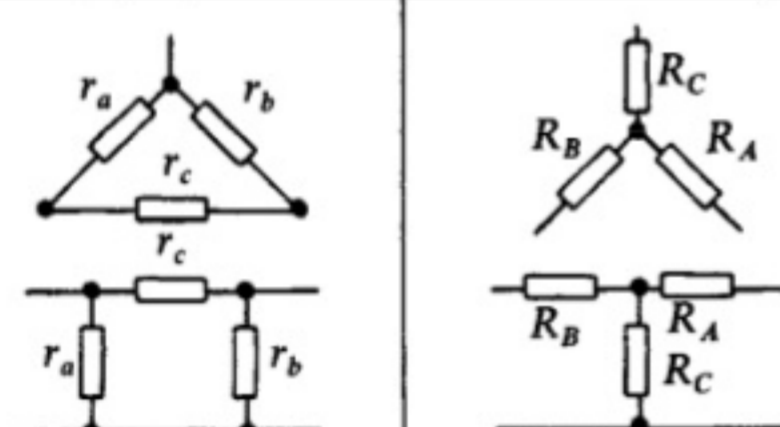
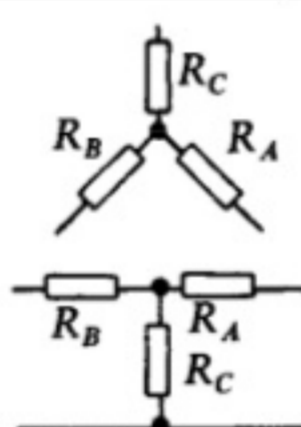


Figura 3.3. Teorema de Norton.

### 3.7. TEOREMA DE KENNELLY (TRANSFORMACION ESTRELLA-TRIANGULO)

Cuando se analizan ciertos circuitos, el estudio se simplifica realizando algunas modificaciones previas. Una de las modificaciones posibles consiste en transformar redes con forma de estrella en otras equivalentes con forma de triángulo, o viceversa. El Teorema que regula esta transformación se denomina de Kennelly; en la Tabla 3.2 se indican las normas de la transformación.

Tabla 3.2. Teorema de Kennelly

Forma inicial	Forma final	Equivalencias
<p><i>Estrella o T</i></p> 	<p><i>Triángulo o Π</i></p> 	$r_1 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_1}$ $r_2 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_2}$ $r_3 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_3}$
<p><i>Triángulo o Π</i></p> 	<p><i>Estrella o T</i></p> 	$R_A = \frac{r_b \cdot r_c}{r_a + r_b + r_c}$ $R_B = \frac{r_a \cdot r_c}{r_a + r_b + r_c}$ $R_C = \frac{r_a \cdot r_b}{r_a + r_b + r_c}$



## PROBLEMAS RESUELTOS

3.1. Calcular la intensidad en cada rama en el circuito de la Figura 3.4.

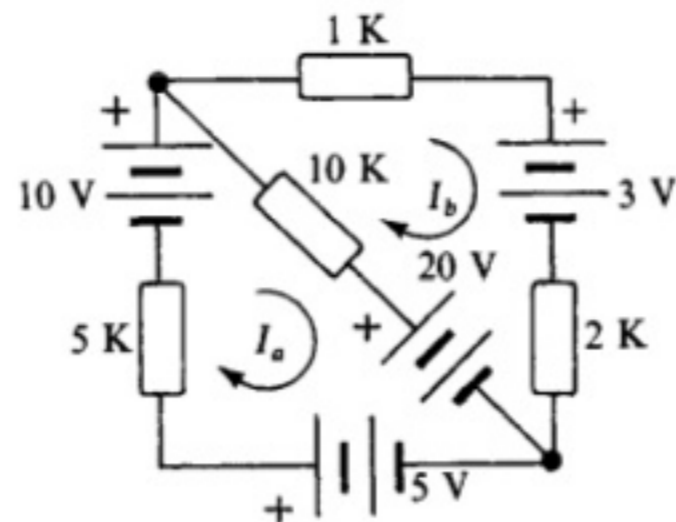


Figura 3.4.

**Solución:** Planteemos, en primer lugar, unos sentidos arbitrarios para las intensidades mallales de las dos mallas que posee el circuito.

Seguidamente, aplicando la Segunda Ley de Kirchoff, obtengamos la ecuación de la malla por la que circula  $I_a$ .

Teniendo en cuenta que se consideran positivas las fem de los generadores de la malla que producen corriente en el mismo sentido que  $I_a$  y negativas las de los otros generadores, obtendremos

$$10 - 20 + 5 = 5 \cdot I_a + 10 \cdot (I_a - I_b)$$

Hay que destacar que, para calcular las caídas de tensión, la rama central, al circular por ella las dos intensidades mallales, se considera la diferencia entre ambas, por circular  $I_a$  e  $I_b$  en sentido contrario.

Procediendo de igual forma para la malla en que circula  $I_b$ , obtendremos

$$20 - 3 = 1 \cdot I_b + 2I_b + 10 \cdot (I_b - I_a)$$

Organizando ambas ecuaciones y preparándolas para aplicar determinantes, tendremos

$$\begin{cases} -5 = 15 \cdot I_a - 10 \cdot I_b \\ 17 = -10 \cdot I_a + 13 \cdot I_b \end{cases}$$

Aplicando la Regla de Cramer para resolver el sistema:

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} -5 & -10 \\ 17 & 13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 13 \end{vmatrix}} = \frac{-65 + 170}{195 - 100} = \frac{105}{95} = 1,1 \text{ mA}$$

$$I_b = \frac{\begin{vmatrix} 15 & -5 \\ -10 & 17 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 13 \end{vmatrix}} = \frac{255 - 50}{195 - 100} = \frac{205}{95} = 2,15 \text{ mA}$$

Dado que ambas intensidades mallaes resultan positivas, los sentidos arbitrariamente elegidos son verdaderos y, por tanto, el valor de la intensidad en cada rama será

$$I_1 = I_a = 1,1 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = I_b = 2,15 \text{ mA} \quad ; \quad I_3 = I_b - I_a = 2,15 - 1,1 = 2,05 \text{ mA}$$

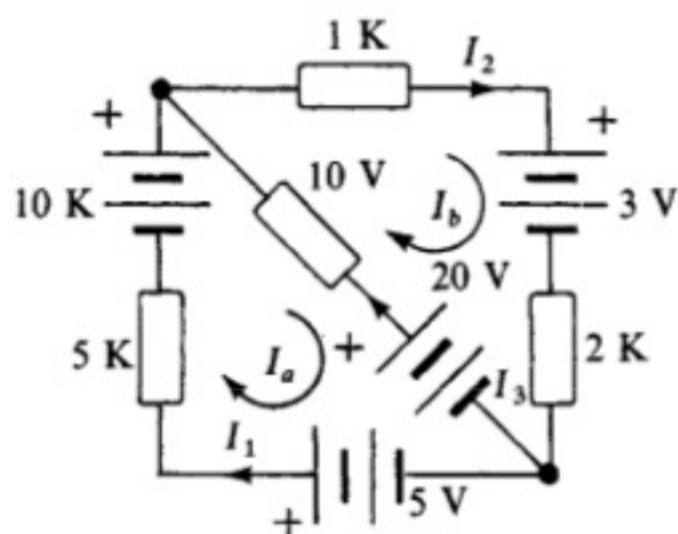


Figura 3.5.

3.2. Averiguar el valor de la intensidad en cada rama en el circuito de la Figura 3.6.

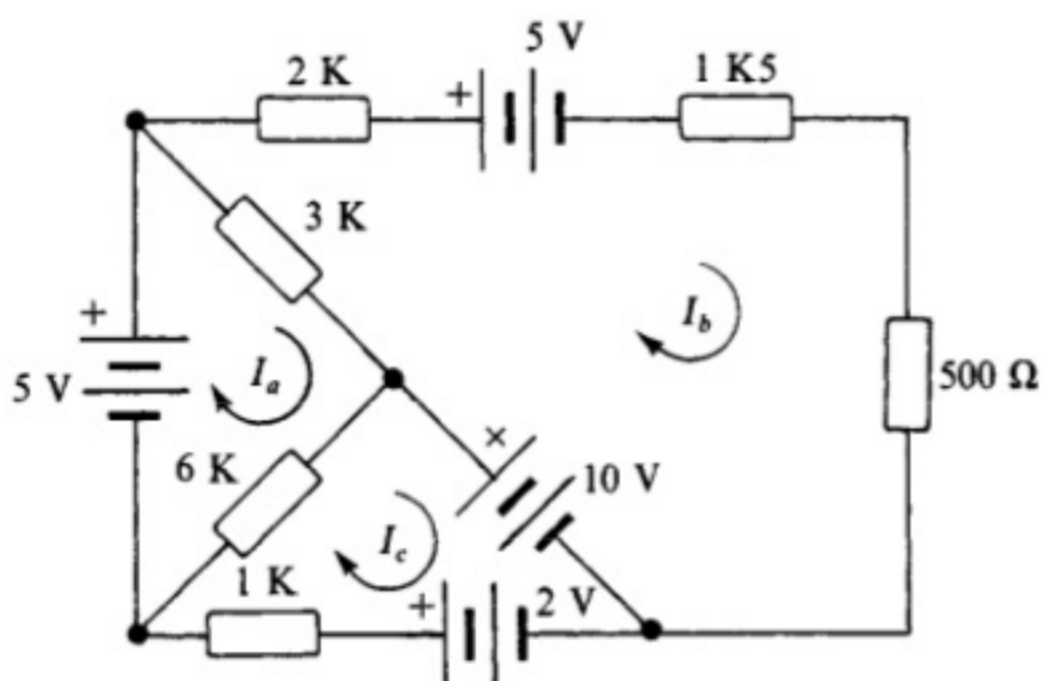


Figura 3.6.

**Solución:** Definiremos, en primer lugar, las intensidades mallaes  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$ , tal y como se muestra en la Figura 3.6. Seguidamente, las ecuaciones de las tres mallas:

$$\begin{aligned} 5 &= 3 \cdot (I_a - I_b) + 6 \cdot (I_a - I_c) \\ 10 - 5 &= 2 \cdot I_b + 1,5 \cdot I_b + 0,5 \cdot I_b + 3 \cdot (I_b - I_a) \\ 2 - 10 &= 1 \cdot I_c + 6 \cdot (I_c - I_a) \end{aligned}$$

Reorganizando el sistema de ecuaciones, tendremos

$$\begin{cases} 5 = 9 \cdot I_a - 3 \cdot I_b - 6 \cdot I_c \\ 5 = -3 \cdot I_a + 7 \cdot I_b \\ -8 = -6 \cdot I_a + 7 \cdot I_c \end{cases}$$

Aplicando la Regla de Cramer, tendremos que, por fin

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -3 & -6 \\ 5 & 7 & 0 \\ -8 & 0 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & -3 & -6 \\ -3 & 7 & 0 \\ -6 & 0 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{14}{126} = 0,11 \text{ mA}$$

$$5 = -3 \cdot 0,11 + 7 \cdot I_b \quad ; \quad I_b = \frac{5 + 3 \cdot 0,11}{7} = 0,76 \text{ mA}$$

$$-8 = -6 \cdot 0,11 + 7 \cdot I_c \quad ; \quad I_c = \frac{-8 + 6 \cdot 0,11}{7} = -1,04 \text{ mA}$$

El valor de  $I_c$  resulta negativo, lo que significa que la corriente malla circula en realidad al revés del sentido fijado en un principio. Teniendo esto en cuenta, el valor de la intensidad en cada rama resulta ser

$$\begin{aligned} I_1 &= I_b = 0,76 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = I_b + |I_c| = 0,76 + 1,04 = 1,8 \text{ mA} \\ I_3 &= I_b - I_a = 0,76 - 0,11 = 0,65 \text{ mA} \quad ; \quad I_4 = I_a + |I_c| = 0,11 + 1,04 = 1,15 \text{ mA} \\ I_5 &= I_a = 0,11 \text{ mA} \quad ; \quad I_6 = |I_c| = 1,04 \text{ mA} \end{aligned}$$

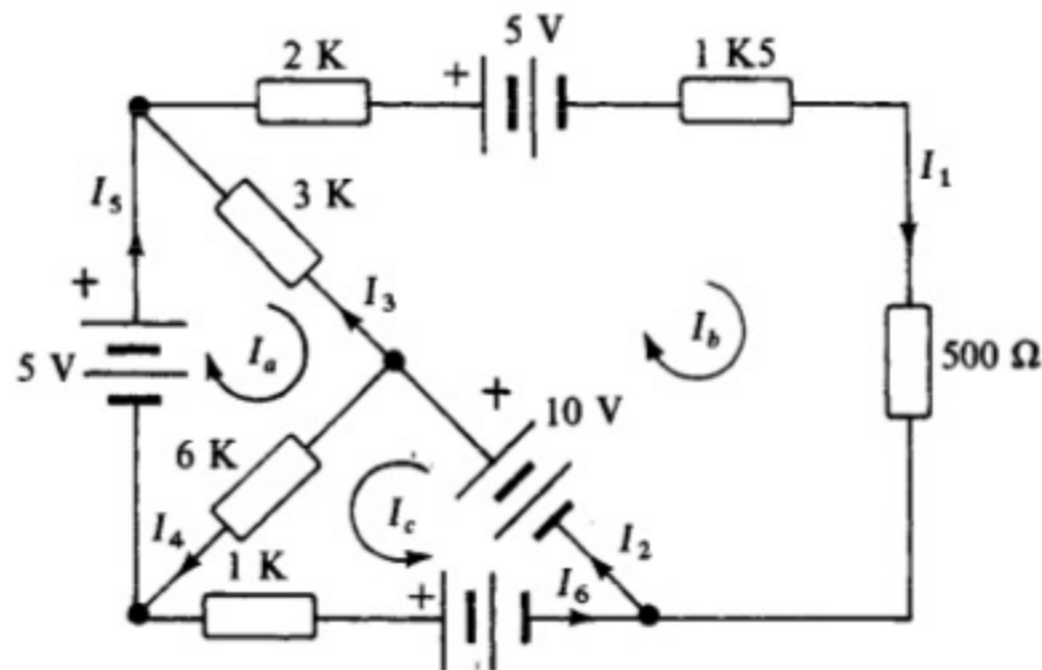


Figura 3.7.

3.3. Calcular en el circuito de la Figura 3.8 el valor de la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B*.

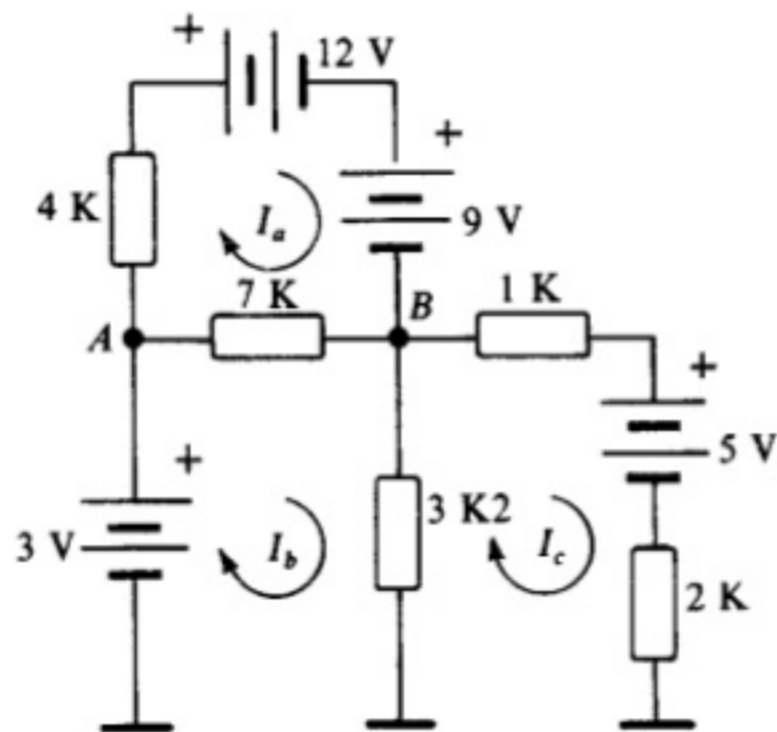


Figura 3.8.

**Solución:** Fijadas las intensidades mallaes definidas en la Figura 3.8, plantearemos las ecuaciones de cada malla aplicando la Segunda Ley de Kirchoff:

$$\begin{aligned} -12 - 9 &= 4 \cdot I_a + 7 \cdot (I_a - I_b) \\ 3 &= 7 \cdot (I_b - I_a) + 3,2 \cdot (I_b - I_c) \\ -5 &= 1 \cdot I_c + 2 \cdot I_c + 3,2 \cdot (I_c - I_b) \end{aligned}$$

Reorganizando el sistema, tendremos

$$\begin{cases} -21 = 11 \cdot I_a - 7 \cdot I_b \\ 3 = -7 \cdot I_a + 10,2 \cdot I_b - 3,2 \cdot I_c \\ -5 = -3,2 \cdot I_b + 6,2 \cdot I_c \end{cases}$$

Aplicando la Regla de Cramer se obtiene

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} -21 & -7 & 0 \\ 3 & 10,2 & -3,2 \\ -5 & -3,2 & 6,2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -7 & 0 \\ -7 & 10,2 & -3,2 \\ 0 & -3,2 & 6,2 \end{vmatrix}} = \frac{-1\,094,8}{279,2} = -3,92 \text{ mA}$$

$$-21 = 11 \cdot (-3,92) - 7 \cdot I_b$$

$$I_b = \frac{-21 + 11 \cdot 3,92}{-7} = -3,16 \text{ mA}$$

Teniendo presente que los sentidos reales de las intensidades mallaes son los contrarios para todas las mallas, podremos decir, por último:

$$V_{A-B} = 7 \cdot (|I_a| - |I_b|) = 7 \cdot (3,92 - 3,16) = 5,32 \text{ V}$$

3.4. Hallar la potencia disipada en cada resistencia del circuito de la Figura 3.9.

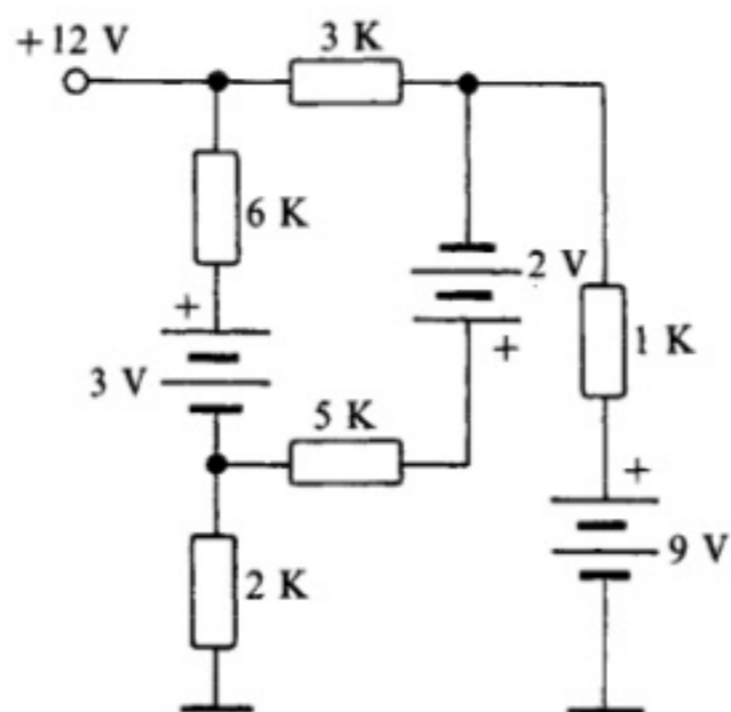


Figura 3.9.

**Solución:** En primer lugar, deberemos reorganizar el circuito y definir exactamente cada una de las mallas que lo componen, como muestra la Figura 3.10.

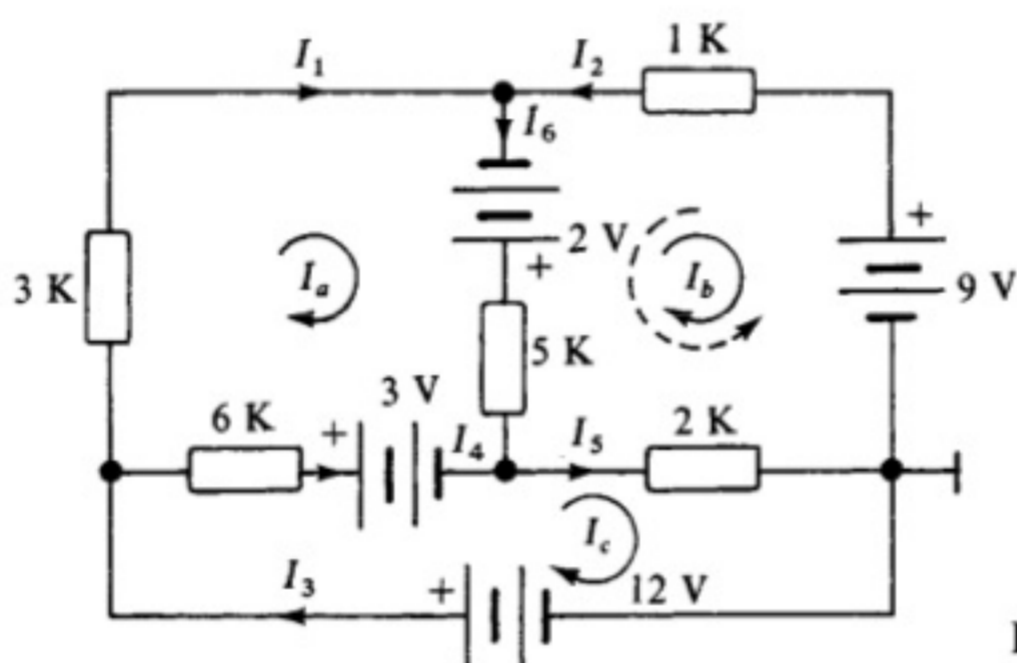


Figura 3.10.

Planteemos ahora las ecuaciones mallaes según los sentidos fijados para las corrientes en la Figura 3.10:

$$\begin{aligned} 2 + 3 &= 3 \cdot I_a + 6 \cdot (I_a - I_c) + 5 \cdot (I_a - I_b) \\ -9 + 2 &= 1 \cdot I_b + 2 \cdot (I_b - I_c) + 5 \cdot (I_b - I_a) \\ 12 - 3 &= 2 \cdot (I_c - I_b) + 6(I_c - I_a) \end{aligned}$$

Ordenando el sistema de ecuaciones, tendremos

$$\begin{cases} 5 = 14 \cdot I_a - 5 \cdot I_b - 6 \cdot I_c \\ -11 = -5 \cdot I_a + 8 \cdot I_b - 2 \cdot I_c \\ 9 = -6 \cdot I_a - 2 \cdot I_b + 8 \cdot I_c \end{cases}$$

Aplicando, por último, la Regla de Cramer, obtenemos

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -5 & -6 \\ -11 & 8 & -2 \\ 9 & -2 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 14 & -5 & -6 \\ -5 & 8 & -2 \\ -6 & -2 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{250}{232} = 1,077 \text{ mA}$$

$$5 = 14 \cdot 1,077 - 5 \cdot (-0,23) - 6 \cdot I_c$$

$$I_c = \frac{5 - 14 \cdot 1,077 + 5 \cdot (-0,23)}{-6} = 1,875 \text{ mA}$$

$$I_b = \frac{\begin{vmatrix} 14 & 5 & -6 \\ -5 & -11 & -2 \\ -6 & 9 & 8 \end{vmatrix}}{232} = \frac{-54}{232} = -0,23 \text{ mA}$$

Hallemos ahora la intensidad en cada rama, partiendo de las intensidades mallales:

$$|I_1| = |I_a| = 1,077 \text{ mA} \quad ; \quad |I_2| = |I_b| = 0,23 \text{ mA} \quad ; \quad |I_3| = |I_c| = 1,875 \text{ mA}$$

$$|I_4| = |I_c| - |I_a| = 1,875 - 1,077 = 0,798 \text{ mA} \quad ; \quad |I_5| = |I_b| + |I_c| = 0,23 + 1,875 = 2,105 \text{ mA}$$

$$|I_6| = |I_a| + |I_b| = 1,077 + 0,23 = 1,307 \text{ mA}$$

Para terminar, hallemos la potencia disipada en las resistencias del circuito:

$$P_{1K} = I_2^2 \cdot 1 \cdot 10^3 = 5,29 \cdot 10^{-5} \text{ W} \quad ; \quad P_{2K} = I_3^2 \cdot 2 \cdot 10^3 = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$P_{3K} = I_1^2 \cdot 3 \cdot 10^3 = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ W} \quad ; \quad P_{5K} = I_6^2 \cdot 5 \cdot 10^3 = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$P_{6K} = I_4^2 \cdot 6 \cdot 10^3 = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

3.5. Calcular en el circuito de la Figura 3.11 las intensidades en cada una de las ramas.

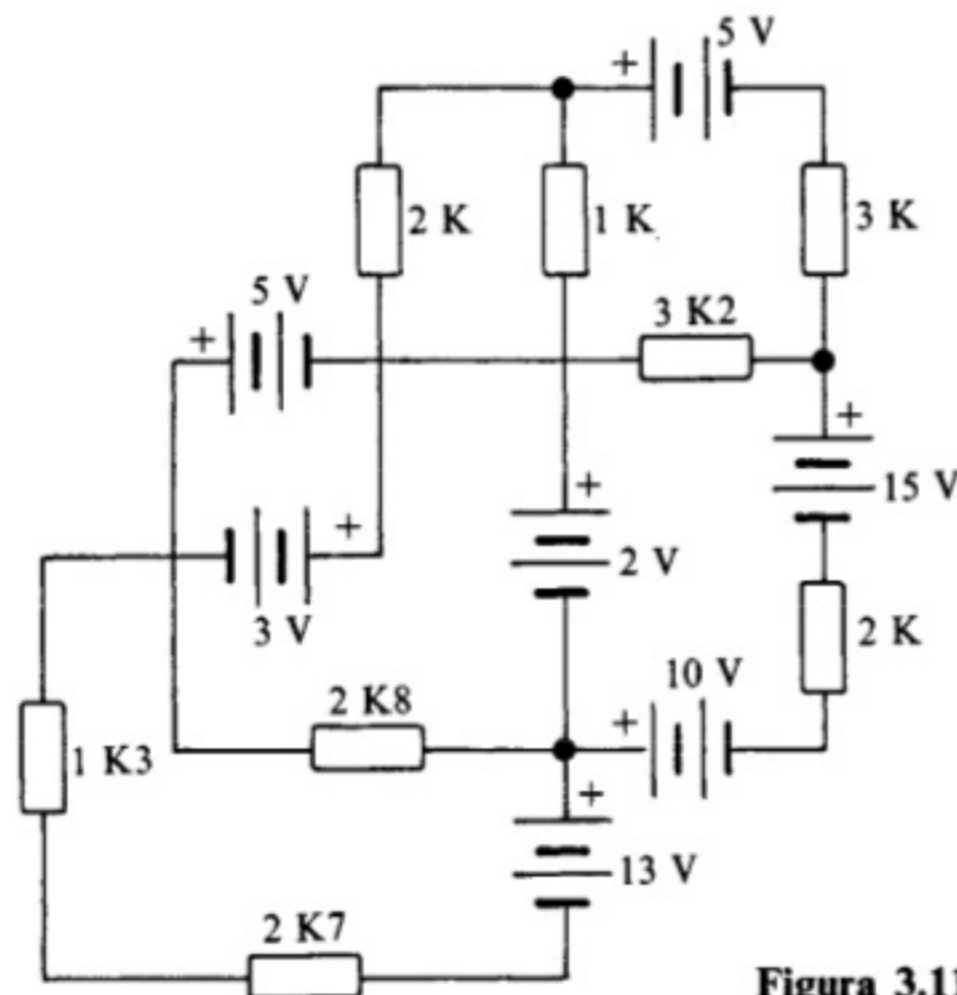


Figura 3.11.

**Solución:** El circuito de la Figura 3.12 corresponde a la reorganización del circuito propuesto.

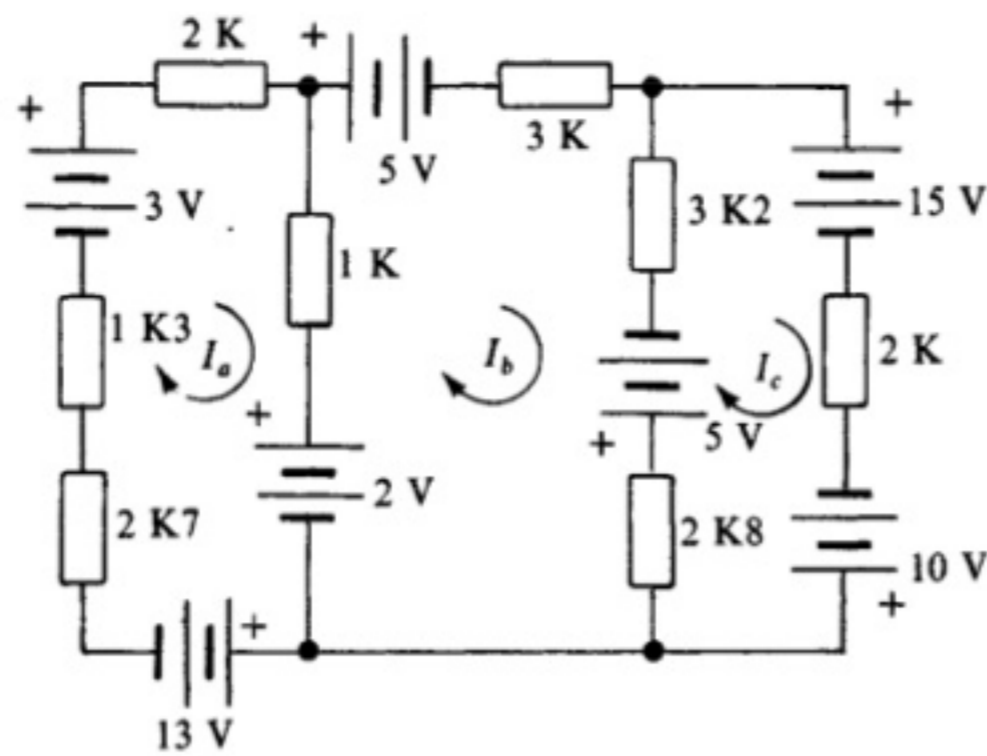


Figura 3.12.

Las ecuaciones de cada malla son

$$\begin{aligned} -2 - 13 + 3 &= 1,3 \cdot I_a + 2,7 \cdot I_a + 2 \cdot I_a + 1 \cdot (I_a - I_b) \\ 2 - 5 + 5 &= 3 \cdot I_b + 1 \cdot (I_b - I_a) + 3,2 \cdot (I_b - I_c) + 2,8 \cdot (I_b - I_c) \\ -5 - 15 + 10 &= 2 \cdot I_c + 3,2 \cdot (I_c - I_b) + 2,8 \cdot (I_c - I_b) \end{aligned}$$

Ordenando el sistema se obtiene el siguiente:

$$\begin{cases} -12 = 7 \cdot I_a - 1 \cdot I_b \\ 2 = -1 \cdot I_a + 10 \cdot I_b - 6 \cdot I_c \\ -10 = -6 \cdot I_b + 8 \cdot I_c \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} -12 & -1 & 0 \\ 2 & 10 & -6 \\ 10 & -6 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -1 & 0 \\ -1 & 10 & -6 \\ 0 & -6 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{-572}{300} = -1,9 \text{ mA}$$

$$-12 = 7 \cdot (-1,9) - 1 \cdot I_b$$

$$I_b = \frac{-12 - (-1,9) \cdot 7}{-1} = -1,3 \text{ mA}$$

$$-10 = -6 \cdot (-1,3) + 8 \cdot I_c \quad I_c = \frac{-10 + 6 \cdot (-1,3)}{8} = -2,225 \text{ mA}$$

De los anteriores valores se deducen las intensidades en cada rama, que aparecen en la Figura 3.13.

$$\begin{aligned} I_1 &= |I_a| = 1,9 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = |I_b| = 1,3 \text{ mA} \quad ; \quad I_3 = |I_c| = 2,225 \text{ mA} \\ I_4 &= |I_a| - |I_b| = 1,9 - 1,3 = 0,6 \text{ mA} \quad ; \quad I_5 = |I_c| - |I_b| = 2,225 - 1,3 = 0,925 \text{ mA} \end{aligned}$$

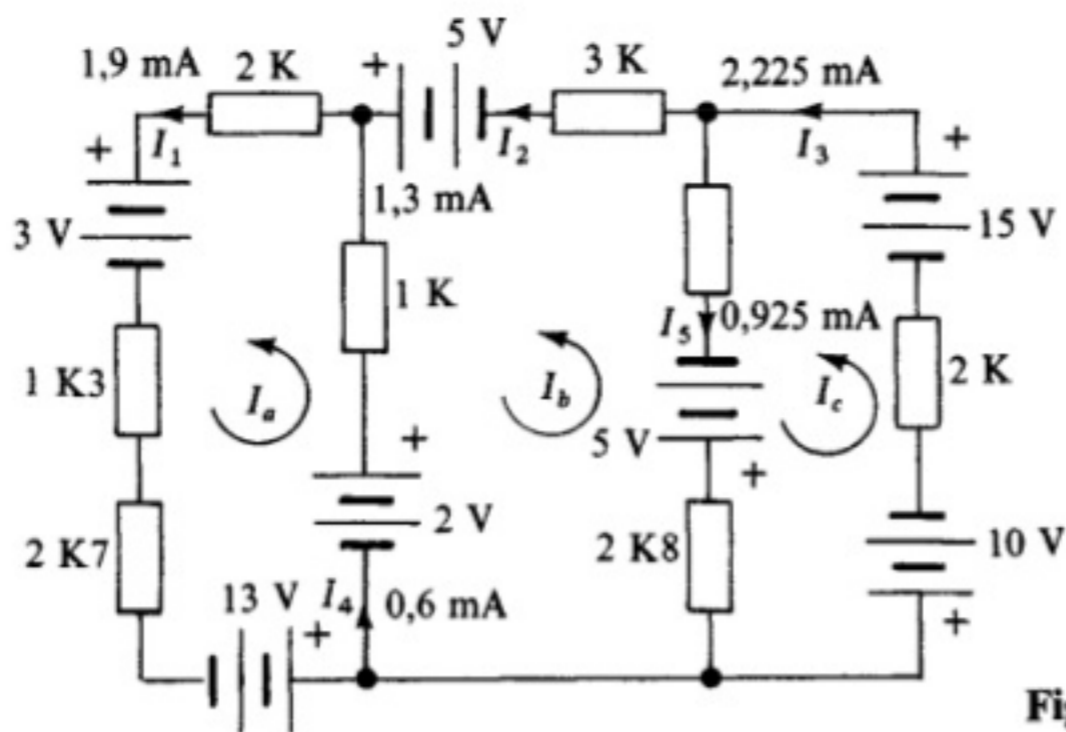


Figura 3.13.

3.6. Hallar la diferencia de potencial entre los puntos A y B del circuito de la Figura 3.14.

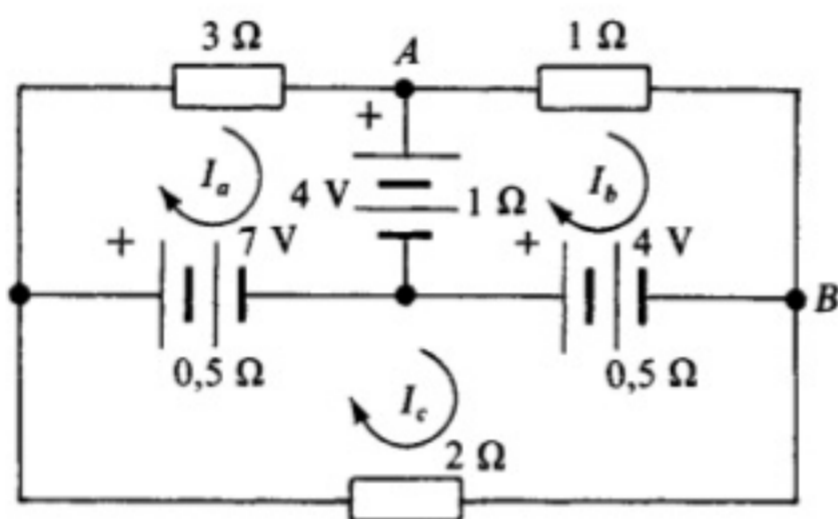


Figura 3.14.

**Solución:** En los circuitos analizados hasta ahora no hemos tenido en cuenta la resistencia interna de los generadores, por considerarla despreciable. En el problema presente consideraremos dicha resistencia, para completar mejor el estudio de este tipo de circuitos.

Planteemos primeramente las ecuaciones mallaes:

$$\begin{aligned} 7 - 4 &= 3 \cdot I_a + 1 \cdot (I_a - I_b) + 0,5 \cdot (I_a - I_c) \\ 4 + 4 &= 1 \cdot I_b + 0,5 \cdot (I_b - I_c) + 1 \cdot (I_b - I_a) \\ -7 - 4 &= 2 \cdot I_c + 0,5 \cdot (I_c - I_a) + 0,5 \cdot (I_c - I_b) \end{aligned}$$

Reorganizando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3 = 4,5 \cdot I_a - 1 \cdot I_b - 0,5 \cdot I_c \\ 8 = -1 \cdot I_a + 2,5 \cdot I_b - 0,5 \cdot I_c \\ -11 = -0,5 \cdot I_a - 0,5 \cdot I_b + 3 \cdot I_c \end{cases}$$



Pasemos, por fin, a la resolución:

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -0,5 \\ 8 & 2,5 & -0,5 \\ -11 & -0,5 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4,5 & -1 & -0,5 \\ -1 & 2,5 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{28,5}{28,5} = 1 \text{ A} ; \quad I_b = \frac{\begin{vmatrix} 4,5 & 3 & -0,5 \\ -1 & 8 & -0,5 \\ -0,5 & -11 & 3 \end{vmatrix}}{28,5} = \frac{85,5}{28,5} = 3 \text{ A}$$

$$3 = 4,5 \cdot 1 - 1 \cdot 3 - 0,5 \cdot I_c ; \quad I_c = \frac{3 - 4,5 + 3}{-0,5} = -3 \text{ A}$$

Por último, hallemos el valor de la diferencia de potencial:

$$V_{A-B} = I_b \cdot 1 = 3 \cdot 1 = 3 \text{ V}$$

- 3.7. Calcular por el método de los nudos la diferencia de potencial existente entre los extremos de cada una de las ramas del circuito de la Figura 3.15, así como la intensidad que circula por ellas.

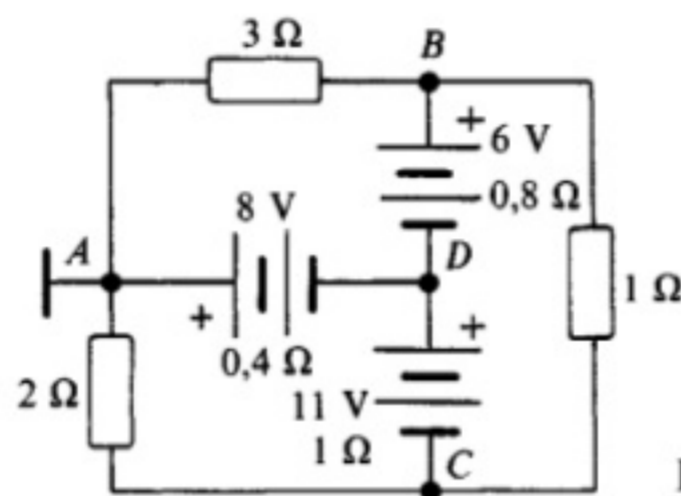


Figura 3.15.

**Solución:** En primer lugar, supondremos el nudo *A* puesto a masa, para que nos sirva como referencia de potenciales.

Seguidamente, teniendo en cuenta que, según la Primera Ley de Kirchoff, la suma algebraica de las intensidades que concurren en un nudo es cero, podremos obtener la ecuación del nudo *B*. Para ello, no tendremos más que calcular dichas intensidades mediante el cociente entre la diferencia de potencial que existe entre los extremos de cada rama de las que concurren en el nudo y su respectiva resistencia:

$$\frac{V_B}{3} + \frac{V_B - V_C}{1} + \frac{V_B - V_D - 6}{0,8} = 0$$

Procediendo de igual forma, se obtiene la ecuación de los restantes nudos:

$$\frac{V_C}{2} + \frac{V_C - V_B}{1} + \frac{V_C - V_D + 11}{1} = 0$$

$$\frac{V_D + 8}{0,4} + \frac{V_D - V_B + 6}{0,8} + \frac{V_D - V_C - 11}{1} = 0$$

Reorganizando las ecuaciones, se obtiene el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 18 = 6,2 \cdot V_B - 2,4 \cdot V_C - 3 \cdot V_D \\ -22 = -2 \cdot V_B + 5 \cdot V_C - 2 \cdot V_D \\ -5,28 = -0,4 \cdot V_B - 0,32 \cdot V_C + 1,52 \cdot V_D \end{cases}$$

Seguidamente se resuelve el sistema y se obtienen los valores de los potenciales de cada nudo respecto de masa. Estos valores son

$$V_A = 0 \quad ; \quad V_B = -3,09 \text{ V} \quad ; \quad V_C = -8,03 \text{ V} \quad ; \quad V_D = -5,98 \text{ V}$$

Conociendo estos potenciales, es fácil calcular tanto el sentido como el valor de las intensidades en cada rama:

$$I_1 = \frac{|V_B|}{3} = \frac{3,09}{3} = 1,03 \text{ A} \quad ; \quad I_2 = \frac{|V_C| - |V_B|}{1} = \frac{8,03 - 3,09}{1} = 4,94 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{|V_C|}{2} = \frac{8,03}{2} = 4,01 \text{ A} \quad ; \quad I_4 = \frac{8 - |V_D|}{0,4} = \frac{8 - 5,98}{0,4} = 5,05 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{11 - (|V_C| - |V_D|)}{1} = \frac{11 - (8,03 - 5,98)}{1} = 8,95 \text{ A}$$

$$I_6 = \frac{6 - (|V_D| - |V_B|)}{0,8} = \frac{6 - (5,98 - 3,09)}{0,8} = 3,88 \text{ A}$$

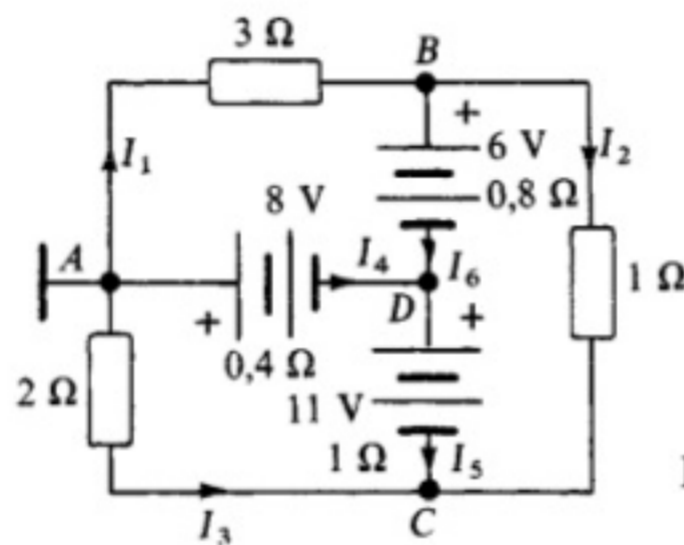


Figura 3.16.

- 3.8. Hallar la intensidad en cada rama y el potencial en cada nudo del circuito de la Figura 3.17, empleando el método de los nudos.

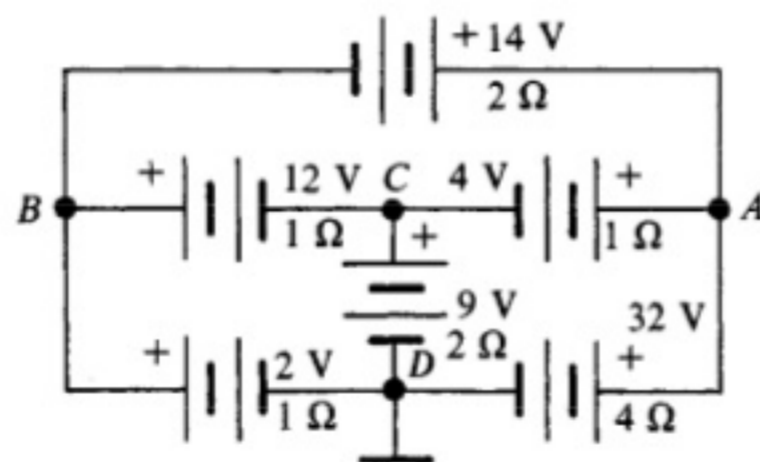


Figura 3.17.

**Solución:** En la Figura 3.17 el nudo  $D$  se toma como referencia de potenciales.  
Planteemos las ecuaciones de cada nudo aplicando la Primera Ley de Kirchoff:

$$\frac{V_A - 32}{4} + \frac{V_A - V_C - 4}{1} + \frac{V_A - V_B - 14}{2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{V_B - 2}{1} + \frac{V_B - V_A + 14}{2} + \frac{V_B - V_C - 12}{1} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{V_C - 9}{2} + \frac{V_C - V_B + 12}{1} + \frac{V_C - V_A - 4}{1} = 0 \quad (2)$$

Ordenando el sistema de ecuaciones quedará

$$\begin{cases} 14 = -1 \cdot V_A + 5 \cdot V_B - 2 \cdot V_C & (3) \\ -23 = -2 \cdot V_A + 2 \cdot V_B - 5 \cdot V_C & (2) \\ 152 = 14 \cdot V_A + 4 \cdot V_B - 8 \cdot V_C & (1) \end{cases}$$

Resolviendo quedará

$$V_A = \frac{\begin{vmatrix} 14 & 5 & -2 \\ -23 & -2 & 5 \\ 152 & -4 & -8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 5 \\ 14 & -4 & -8 \end{vmatrix}} = \frac{2\,592}{162} = 16 \text{ V} ; \quad V_B = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 14 & -2 \\ -2 & -23 & 5 \\ 14 & 152 & -8 \end{vmatrix}}{162} = \frac{1\,296}{162} = 8 \text{ V}$$

$$V_C = \frac{14 + 1 \cdot 16 - 5 \cdot 8}{-2} = 5 \text{ V}$$

Aplicando seguidamente la Ley de Ohm en cada rama, obtendremos el valor de las intensidades:

$$I_1 = \frac{V_B - 2}{1} = \frac{8 - 2}{1} = 6 \text{ A} ; \quad I_2 = \frac{V_B + 14 - V_A}{2} = \frac{8 + 14 - 16}{2} = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{32 - V_A}{4} = \frac{32 - 16}{4} = 4 \text{ A} ; \quad I_4 = \frac{V_C + 12 - V_B}{1} = \frac{5 + 12 - 8}{1} = 9 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{V_A - 4 - V_C}{1} = \frac{16 - 4 - 5}{1} = 7 \text{ A} ; \quad I_6 = \frac{9 - V_C}{2} = \frac{9 - 5}{2} = 2 \text{ A}$$

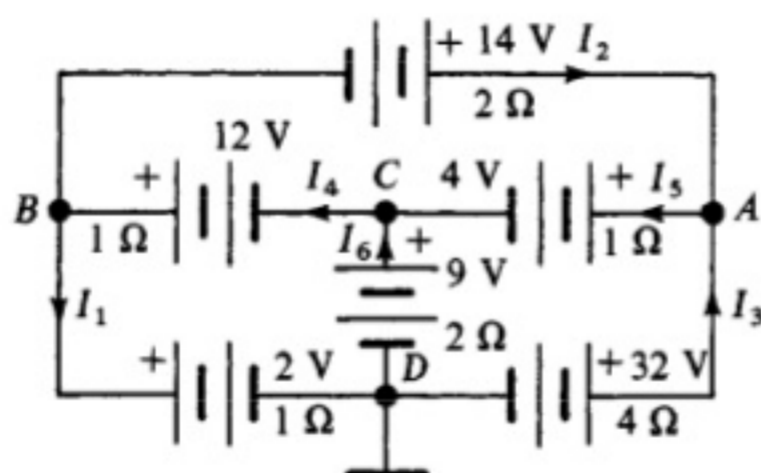


Figura 3.18.

3.9. Calcular la diferencia del potencial entre los puntos *A* y *B* en el circuito de la Figura 3.8, correspondiente al Problema 3.3, realizando el cálculo por el método de los nudos.

**Solución:** En este circuito existen tres ramas conectadas a masa y solamente dos nudos reales, que son el *A* y el *B*, ya que el tercer nudo es, precisamente, la masa.

Por otra parte, el nudo *A* se encuentra a un potencial de +3 V respecto de masa, causa por la que sólo hay que plantear la ecuación del nudo *B*:

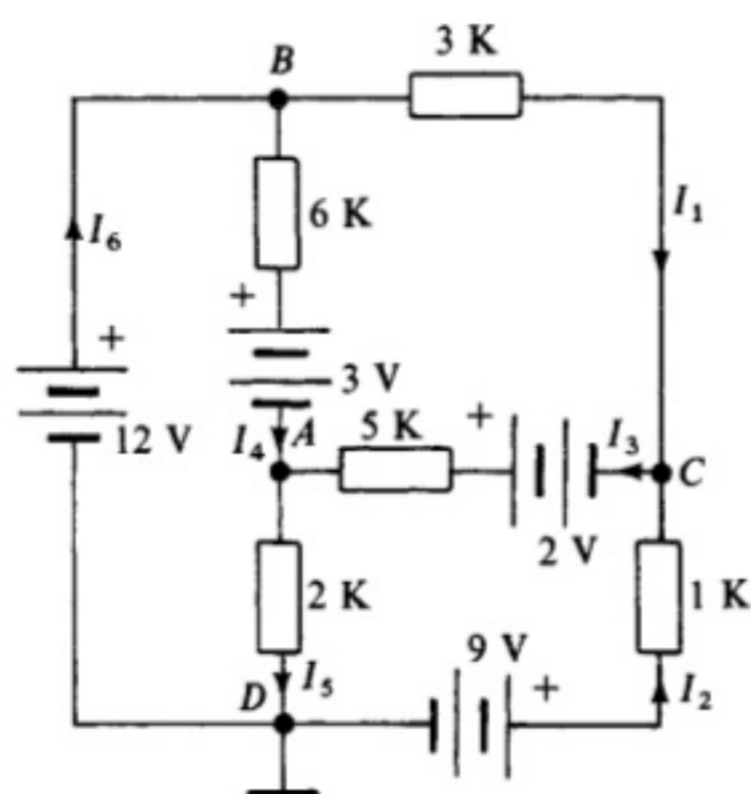
$$\frac{V_B}{3,2} + \frac{V_B - 5}{1 + 2} + \frac{V_B - V_A + 9 + 12}{4} + \frac{V_B - V_A}{7} = 0 \quad ; \quad 279,2 \cdot V_B + 646,4 = 0$$

$$V_B = \frac{-646,4}{279,2} = -2,32 \text{ V} \quad ; \quad V_A = 3 \text{ V}$$

Una vez conocido el potencial del nudo *B*, que resulta ser negativo respecto de masa, podremos calcular la diferencia de potencial entre *A* y *B*:

$$V_A - V_B = 3 - (-2,32) = 5,32 \text{ V}$$

3.10. Empleando el método de los nudos, hallar en el circuito de la Figura 3.19 el valor de la intensidad en cada rama.



*Nota:* Se desprecia la resistencia interna de los generadores.

Figura 3.19.

**Solución:** De los 4 nudos que posee el circuito, el nudo *D* está conectado a masa y nos servirá de referencia de potenciales; el nudo *B* está conectado a +12 V a través del correspondiente generador. Restan, por tanto, hallar los potenciales en los nudos *A* y *C*.

Planteando las ecuaciones correspondientes, tendremos

$$\frac{V_A}{2} + \frac{V_A - V_B + 3}{6} + \frac{V_A - V_C - 2}{5} = 0$$

$$\frac{V_C - 9}{1} + \frac{V_C - V_A + 2}{5} + \frac{V_C - V_B}{3} = 0$$

Reorganizando el sistema y resolviéndolo, quedará

$$\begin{cases} 114 = 52 \cdot V_A - 12 \cdot V_C \\ 189 = -3 \cdot V_A + 23 \cdot V_C \end{cases} ; V_A = \frac{\begin{vmatrix} 114 & -12 \\ 189 & 23 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 52 & -12 \\ -3 & 23 \end{vmatrix}} = \frac{4890}{1160} = 4,21 \text{ V}$$

$$V_C = \frac{189 + 3 \cdot 4,21}{23} = 8,76 \text{ V} ; V_B = 12 \text{ V} ; V_D = 0$$

Por último, calcularemos las intensidades en cada rama:

$$I_1 = \frac{12 - 8,76}{3} = 1,08 \text{ mA} ; I_2 = \frac{9 - 8,76}{1} = 0,24 \text{ mA} ; I_3 = \frac{8,76 + 2 - 4,21}{5} = 1,31 \text{ mA}$$

$$I_4 = \frac{12 - 3 - 4,21}{6} = 0,798 \text{ mA} ; I_5 = \frac{4,21}{2} = 2,105 \text{ mA}$$

$$I_6 = I_1 + I_4 = I_5 - I_2 = 1,08 + 0,798 = 2,105 - 0,24 = 1,878 \text{ mA}$$

3.11. Hallar el circuito equivalente Thevenin del circuito de la Figura 3.20.

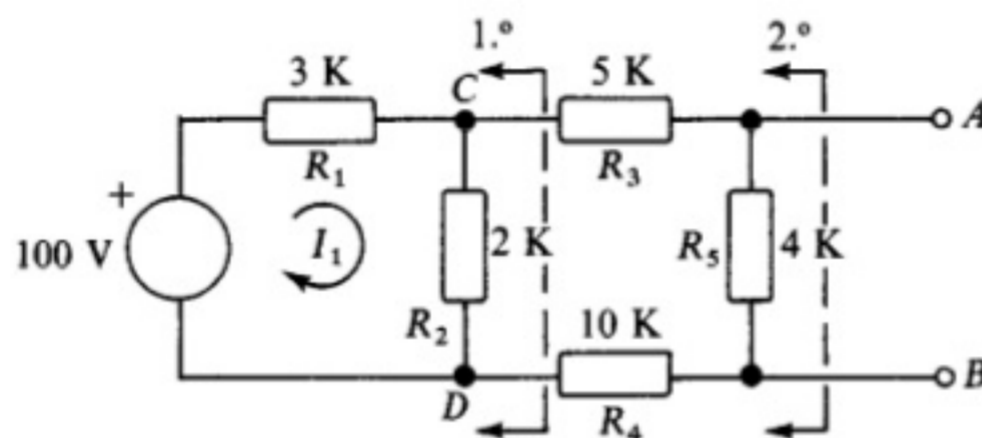


Figura 3.20.

**Solución:** Aunque el cálculo de la resistencia equivalente Thevenin podría hacerse directamente cortocircuitando la fuente de tensión, suele ser conveniente aplicar Thevenin de forma sucesiva a cada rama que se encuentre en paralelo con los terminales desde los que se quiere calcular el circuito equivalente.

Comenzaremos, en consecuencia, aplicando el Teorema de Thevenin entre los puntos C y D indicados en la Figura 3.20. El resultado será el circuito de la Figura 3.21, donde los valores del  $V_{q_1}$  y  $R_{q_1}$  se obtienen por el siguiente cálculo:

$$V_{q_1} = I_1 \cdot 2 = \frac{100}{3 + 2} \cdot 2 = 40 \text{ V} ; R_{q_1} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 1,2 \text{ K}$$

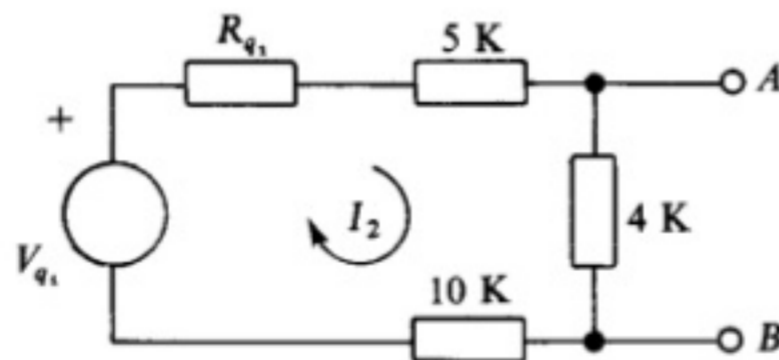


Figura 3.21.

Aplicando de nuevo Thevenin, ahora entre los terminales *A* y *B*, obtendremos el circuito final:

$$V_{q_2} = I_2 \cdot 4 = \frac{40}{1,2 + 5 + 10 + 4} \cdot 4 = 7,92 \text{ V} \quad ; \quad R_{q_2} = \frac{4 \cdot 16,2}{4 + 16,2} = 3,2 \text{ K}$$

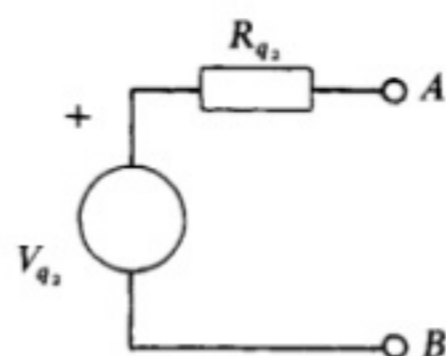


Figura 3.22.

Al principio del problema indicamos que el valor de la resistencia equivalente Thevenin del circuito podría haber sido calculado globalmente. Para comprobar esta afirmación, vamos, para finalizar, a calcular dicho valor, sin más que cortocircuitar las fuentes de tensión existentes y calcular la resistencia total que el circuito posee entonces entre los terminales *A* y *B*:

$$R_{1,2} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 1,2 \text{ K} \quad ; \quad R_{1,2,3,4} = 1,2 + 5 + 10 = 16,2 \text{ K} \quad ; \quad R_T = \frac{16,2 \cdot 4}{16,2 + 4} = 3,2 \text{ K}$$

3.12. Calcular el circuito equivalente Thevenin del circuito de la Figura 3.23.

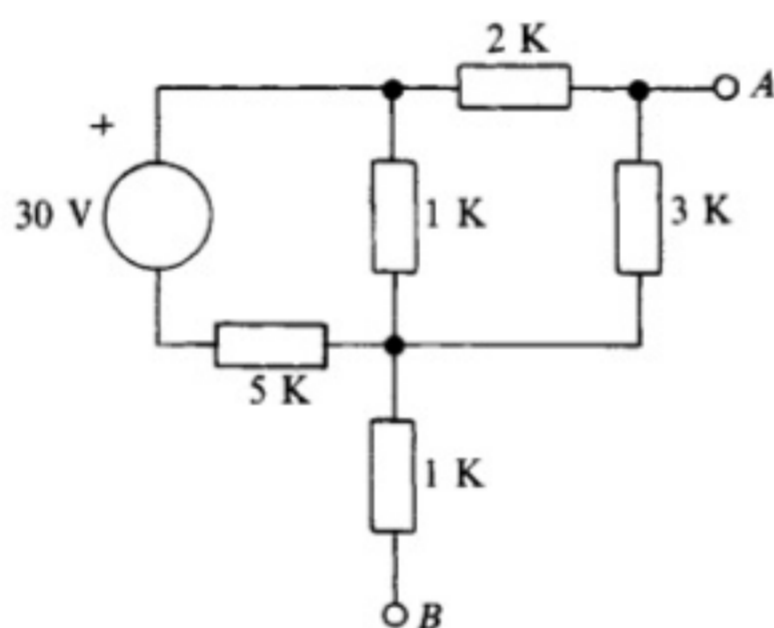


Figura 3.23.

Solución: Reorganizando el circuito de la Figura 3.23, obtenemos el de la Figura 3.24.

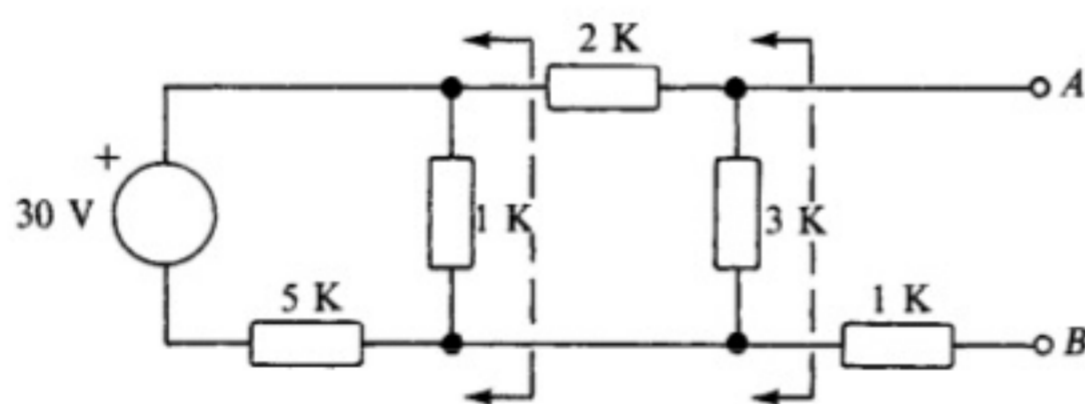


Figura 3.24.

Aplicando sucesivamente Thevenin al igual que en el problema anterior, diremos

$$V_{q_1} = \frac{30}{5+1} \cdot 1 = 5 \text{ V} ; R_{q_1} = \frac{5 \cdot 1}{5+1} = \frac{5}{6} \text{ K} ; V_{q_2} = \frac{5}{2+3+\frac{5}{6}} \cdot 3 = 2,57 \text{ V}$$

$$R_{q_2} = \frac{3 \cdot \left(2 + \frac{5}{6}\right)}{3 + \left(2 + \frac{5}{6}\right)} = 1,45 \text{ K} ; R_{q_{total}} = 1,45 + 1 = 2,45 \text{ K}$$

Por tanto, el circuito final es el de la Figura 3.25.

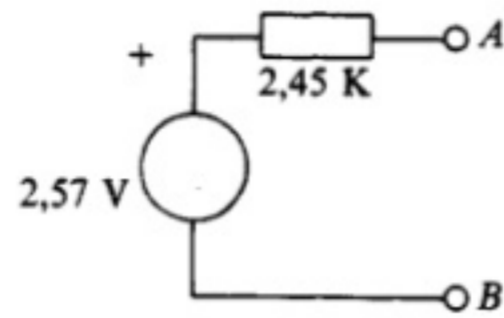


Figura 3.25.

- 3.13. Si en el circuito de la Figura 3.26 aplicamos entre los terminales A y B, sucesivamente, cargas de 1 kΩ, 5 kΩ y 10 kΩ, determinar para qué valor de la carga se suministra más potencia a ésta.

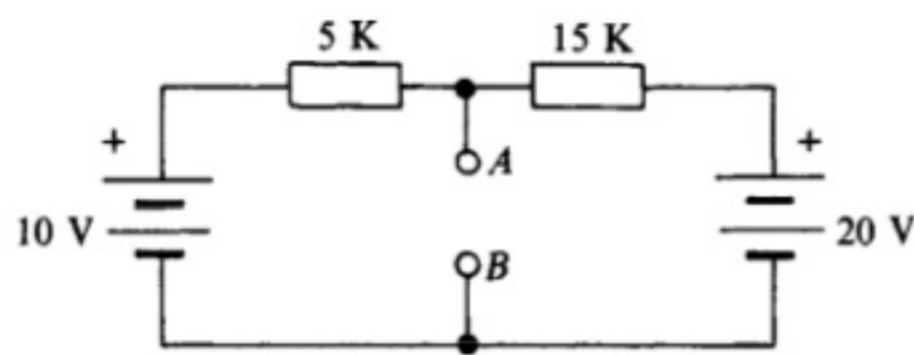


Figura 3.26.

**Solución:** En primer lugar, calcularemos el equivalente Thevenin entre los terminales A y B, tal y como se indica en la Figura 3.27.

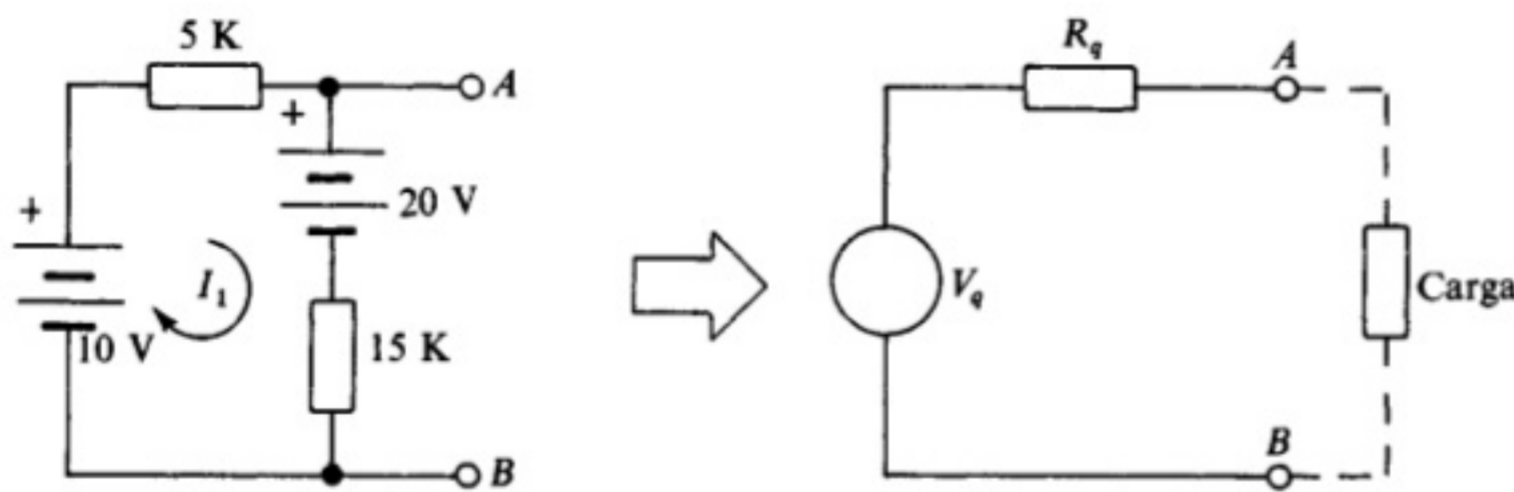


Figura 3.27.

El valor de la  $V_q$  y la  $R_q$  se realiza de la forma siguiente:

$$V_q = 20 - I_1 \cdot 15 = 20 - \frac{20 - 10}{15 + 5} \cdot 15 = 12,5 \text{ V} \quad ; \quad R_q = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = 3,75 \text{ K}$$

Suponiendo ahora que al circuito equivalente de la Figura 3.27 le aplicamos, entre  $A$  y  $B$ , resistencias de 1 K, 5 K y 10 K, podremos calcular el valor de la potencia disipada en dichas cargas, sin más que calcular la intensidad que circula en cada caso por ella:

- Carga = 1 K  $\rightarrow P_{1\text{K}} = \left(\frac{12,5}{3,75 + 1}\right)^2 \cdot 1 = 6,92 \text{ mW}$
- Carga = 5 K  $\rightarrow P_{5\text{K}} = \left(\frac{12,5}{3,75 + 5}\right)^2 \cdot 5 = 10,2 \text{ mW}$
- Carga = 10 K  $\rightarrow P_{10\text{K}} = \left(\frac{12,5}{3,75 + 10}\right)^2 \cdot 10 = 8,26 \text{ mW}$

Como vemos, se disipa más potencia en la carga de 5 k $\Omega$ ; hecho que podríamos haber deducido teniendo en cuenta el fenómeno de adaptación de impedancias entre circuitos para transferir potencia y que dice que la potencia se transfiere al máximo cuando sus impedancias son iguales.

3.14. Calcular el circuito equivalente Thevenin del circuito de la Figura 3.28.

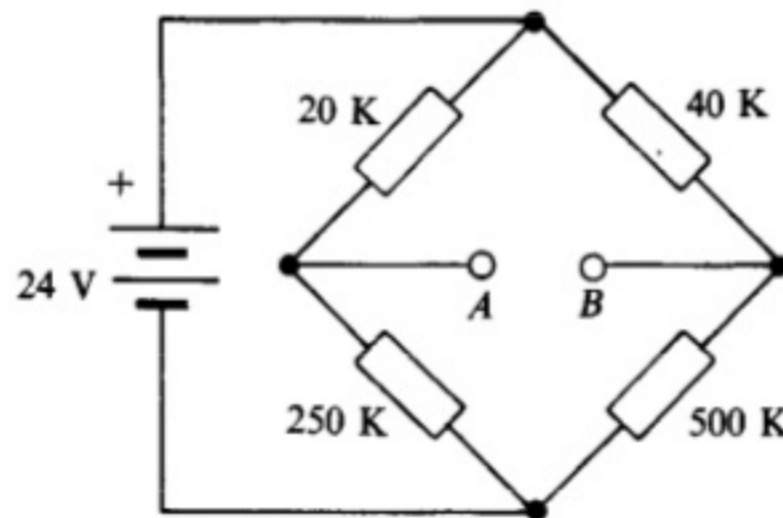


Figura 3.28.

Solución: Reorganizando el circuito, obtenemos el que aparece en la Figura 3.29.

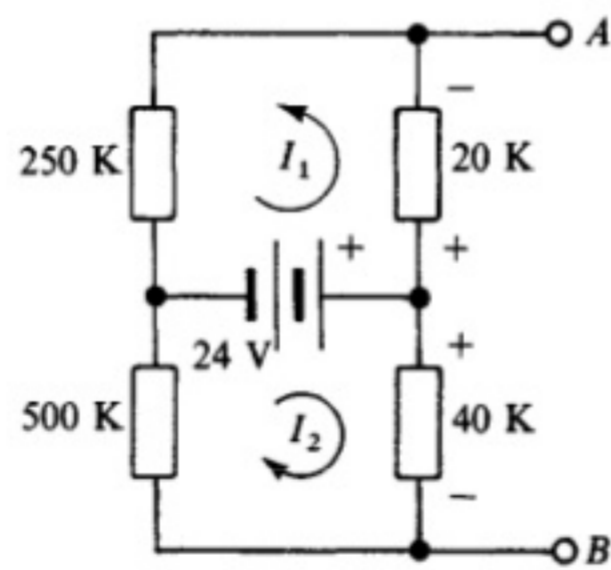


Figura 3.29.



Calculemos ahora el circuito equivalente Thevenin. Para ello, comenzaremos por la resistencia equivalente, cortocircuitando la fuente de tensión y calculando la resistencia del conjunto:

$$R_q = \frac{250 \cdot 20}{250 + 20} + \frac{500 \cdot 40}{500 + 40} = 55,5 \text{ K}$$

Seguidamente, calcularemos la tensión equivalente, para lo cual diremos

$$V_q = V_{AB| \text{ circuito abierto}} = 20 \cdot I_1 - 40 \cdot I_2 = 20 \cdot 0,08 - 40 \cdot 0,04 = 0 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{24}{250 + 20} = 0,08 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = \frac{24}{500 + 40} = 0,04 \text{ mA}$$

El resultado del problema, aparentemente extraño, no lo es si consideramos que el circuito estudiado posee la estructura de un puente de Wheatstone. En este puente se cumple que la tensión entre los extremos A y B es cero, si el puente está equilibrado, es decir, si el producto de dos resistencias opuestas del puente es el mismo:

$$250 \cdot 40 = 500 \cdot 20 \Rightarrow 10\,000 = 10\,000 \Rightarrow \text{Puente equilibrado} \Rightarrow V_{A-B} = 0$$

3.15. Hallar la potencia disipada en la resistencia  $R_1$  del circuito de la Figura 3.30.

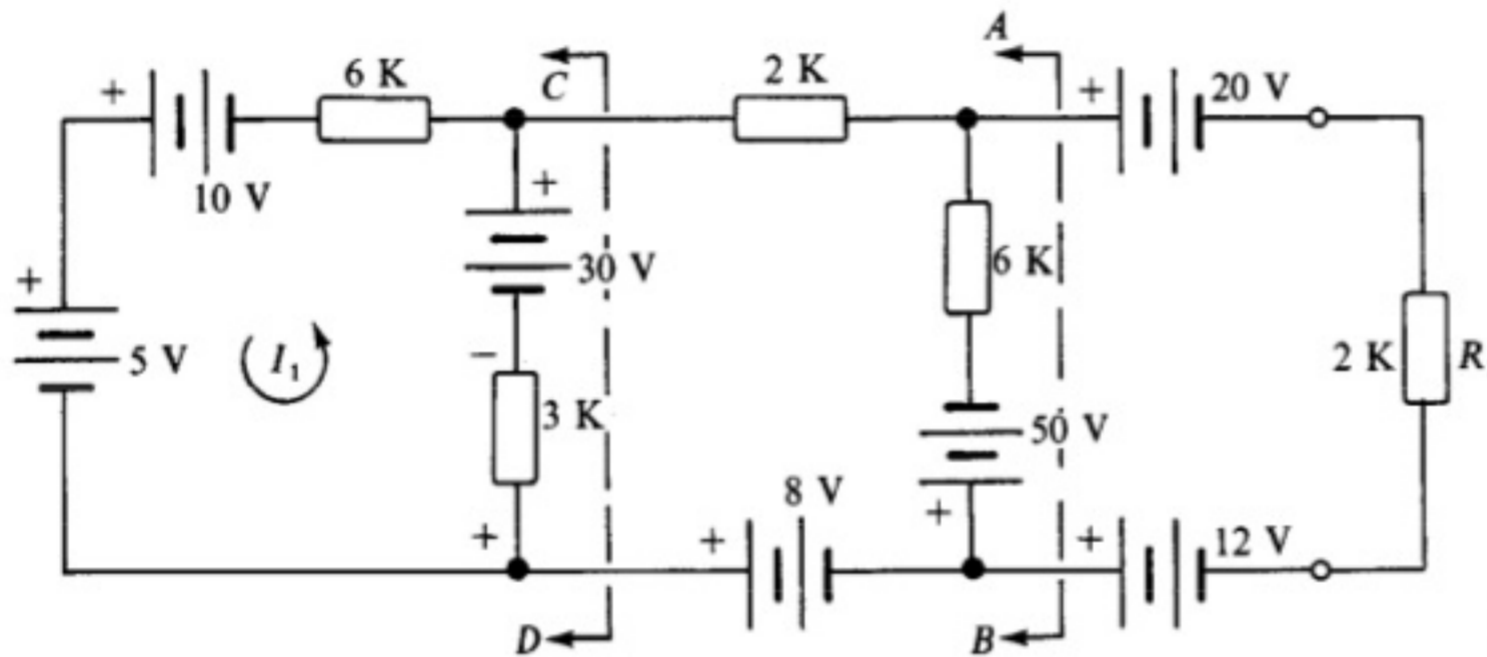


Figura 3.30.

Solución: Hallaremos, en primer lugar, el circuito equivalente Thevenin entre los puntos C y D:

$$R_{q_1} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2 \text{ K} \quad ; \quad V_{q_1} = 30 - 3 \cdot I_1 = 30 - 3 \cdot \frac{30 + 10 - 5}{6 + 3} = 18,3 \text{ V}$$

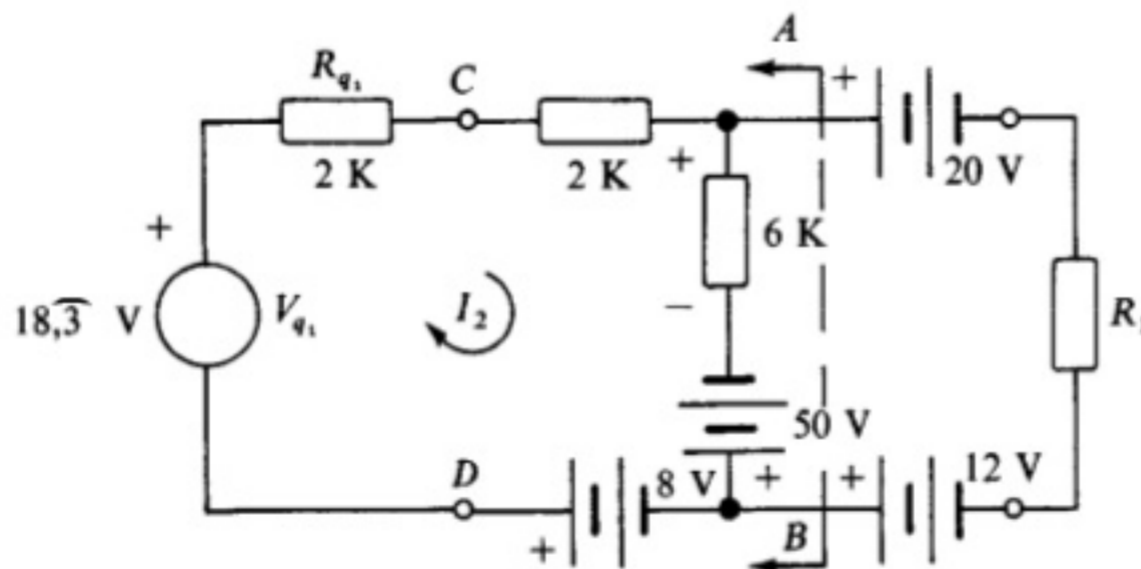


Figura 3.31.

Seguidamente, hallemos el equivalente entre los terminales A y B:

$$R_{q_2} = \frac{(2 + 2) \cdot 6}{(2 + 2) + 2} = 2,4 \text{ K} \quad ; \quad V_{q_2} = 6 \cdot I_2 - 50 = 6 \cdot \frac{50 + 8 + 18,3}{2 + 2 + 6} - 50 = 4,2 \text{ V}$$

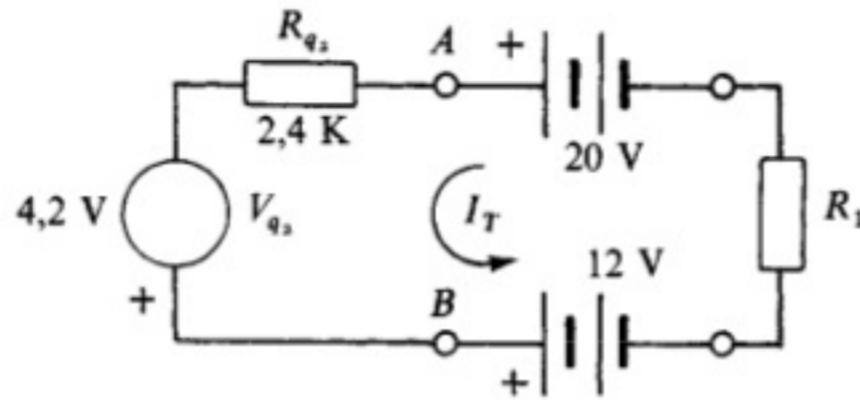


Figura 3.32.

Por último, partiendo del circuito de la Figura 3.32, diremos

$$I_T = \frac{20 + 4,2 - 12}{2,4 + 2} = 2,77 \text{ mA} \quad ; \quad P_{R_1} = I_T^2 \cdot R_1 = 2,77^2 \cdot 2 = 15,34 \text{ mW}$$

- 3.16. Dado el circuito de la Figura 3.33, determinar qué diodo conduce para cada uno de los siguientes valores de tensión que tome el generador  $V_1$ : a) 10 V; b) 60 V; c) 90 V.

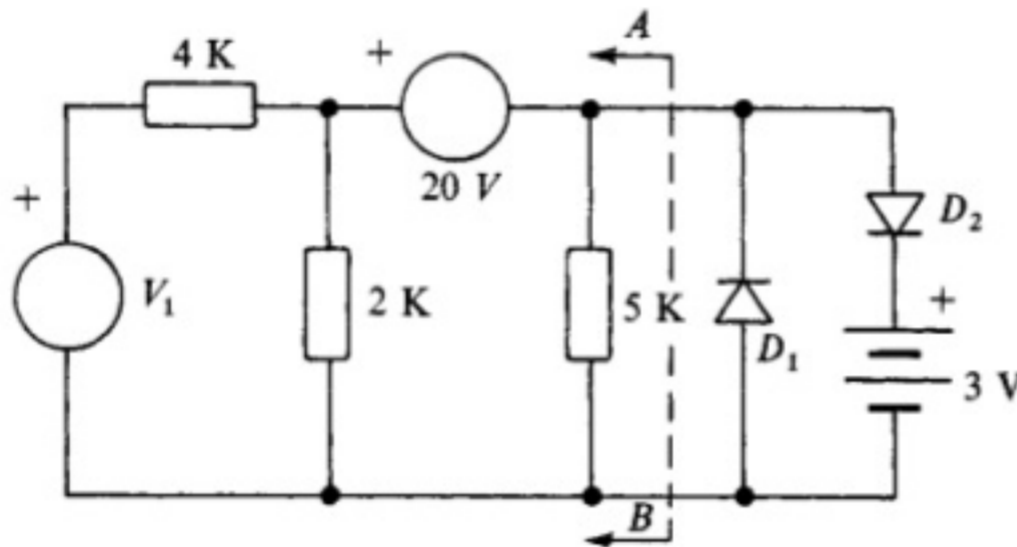


Figura 3.33.

**Solución:** En primer lugar, calculemos el circuito equivalente entre los terminales A y B:

$$V_{q_1} = 2 \cdot \frac{V_1}{4 + 2} = \frac{V_1}{3} \quad ; \quad R_{q_1} = \frac{4 \cdot 2}{4 + 2} = 1,3 \text{ K}$$

$$V_{q_2} = 5 \cdot \frac{(V_1/3) - 20}{1,3 + 5} = \frac{V_1 - 60}{3,8} \quad ; \quad R_{q_2} = \frac{1,3 \cdot 5}{1,3 + 5} = 1,05 \text{ K}$$

- a) Si  $V_1 = 10 \text{ V}$ , el valor de la tensión equivalente en el circuito de la Figura 3.34 vale:

$$V_{q_2} = \frac{10 - 60}{3,8} = -13,15 \text{ V.}$$

Por tanto,  $D_1$  conduce y  $D_2$  no conduce.

- b) Si  $V_1 = 60$  V, tendremos:  $V_{q_2} = \frac{60 - 60}{3,8} = 0$  V.  
 Por lo que no conducen ni  $D_1$  ni  $D_2$ .
- c) Si  $V_1 = 90$  V, tendremos:  $V_{q_2} = \frac{90 - 60}{3,8} = 7,89$  V.  
 Por fin, diremos  $D_1$  no conduce y  $D_2$  conduce.

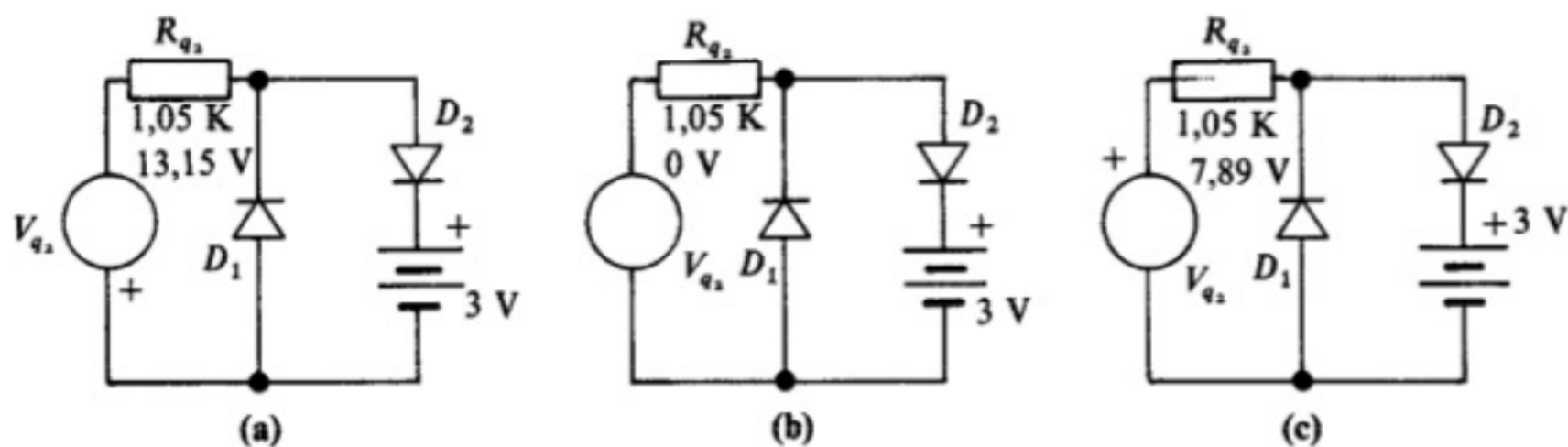


Figura 3.34. Circuito equivalente del Problema 3.16: Apartado (a); Apartado (b); Apartado (c).

3.17. Calcular el circuito equivalente Norton entre los terminales A y B del circuito de la Figura 3.26, correspondiente al Problema 3.13.

**Solución:** Comenzaremos calculando la resistencia equivalente de la misma forma que en el circuito Thevenin. Para ello, cortocircuitaremos las fuentes de tensión y calcularemos la resistencia entre A y B:

$$R_q = \frac{5 \cdot 15}{5 + 15} = 3,75 \text{ K}$$

Seguidamente, para calcular la intensidad de la fuente de corriente, cortocircuitaremos los terminales de salida A y B, calculando entonces el valor de la intensidad que por ellos circula:

$$I_q = \frac{10}{5} + \frac{20}{15} = 3,33 \text{ mA}$$

El circuito equivalente Norton resulta ser, por fin:

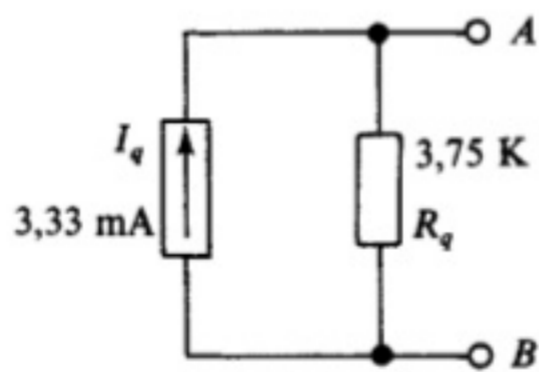


Figura 3.35.

3.18. Hallar el circuito equivalente Thevenin del circuito de la Figura 3.36.

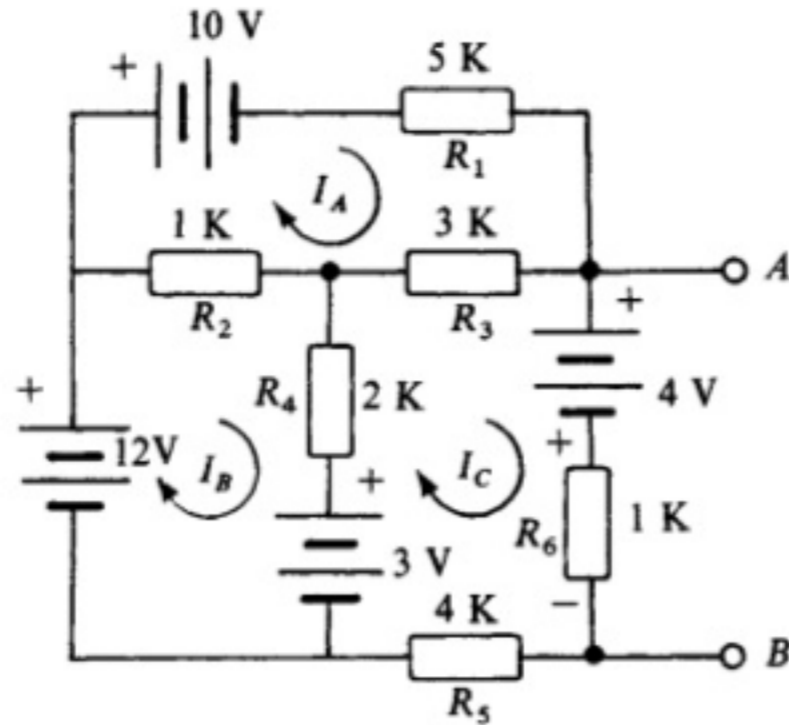


Figura 3.36.

**Solución:** Para resolver este problema haremos uso conjunto del teorema de Thevenin y del análisis de circuitos por mallas. En primer lugar, hallaremos la resistencia equivalente Thevenin, cortocircuitando las fuentes de tensión:

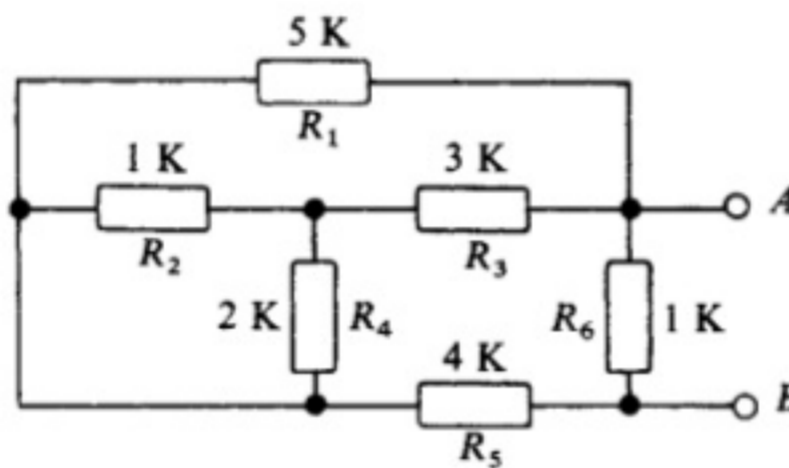


Figura 3.37.

$$R_{2-4} = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1} = 0,6 \text{ K} \quad ; \quad R_{2-3-4} = 0,6 + 3 = 3,6 \text{ K}$$

$$R_{1-2-3-4} = \frac{3,6 \cdot 5}{3,6 + 5} = 2,11 \text{ K} \quad ; \quad R_{1-2-3-4-5} = 2,11 + 4 = 6,11 \text{ K}$$

$$R_q = \frac{6,11 - 1}{6,11 + 1} = 0,86 \text{ K}$$

Seguidamente, partiendo de las intensidades mallaes señaladas en la Figura 3.36, hallemos la intensidad que circula entre los puntos A y B, con la que podremos calcular la tensión existente, a circuito abierto, entre los terminales A y B, o tensión equivalente Thevenin:

$$\begin{aligned} -10 &= 5 \cdot I_A + 1 \cdot (I_A - I_B) + 3 \cdot (I_A - I_C) \\ 12 - 3 &= 1 \cdot (I_B - I_A) + 2 \cdot (I_B - I_C) \\ 3 - 4 &= 4 \cdot I_C + 1 \cdot I_C + 2 \cdot (I_C - I_B) + 3 \cdot (I_C - I_A) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -10 = 9 \cdot I_A - I_B - 3 \cdot I_C \\ 9 = -I_A + 3 \cdot I_B - 2 \cdot I_C \\ -1 = -3 \cdot I_A - 2 \cdot I_B + 10 \cdot I_C \end{cases}$$

$$I_A = \frac{-127}{185} ; I_B = \frac{548}{185} ; I_C = \frac{53}{185} = 0,286 \text{ mA}$$

$$V_q = V_{AB} = 4 + I_C \cdot 1 = 4 + 1 \cdot 0,286 = 4,286 \text{ V}$$

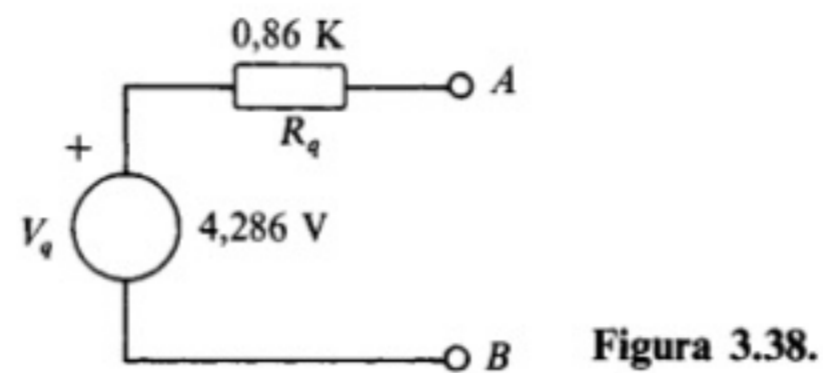


Figura 3.38.

3.19. Calcular en el circuito de la Figura 3.39 la resistencia total entre los puntos A y B.

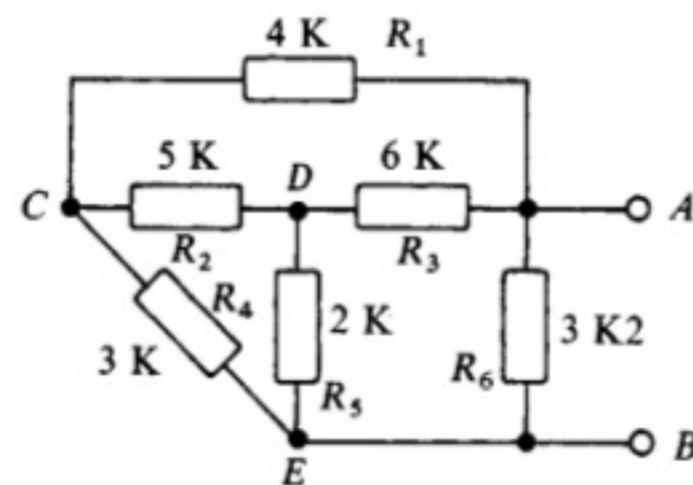


Figura 3.39.

**Solución:** Aplicaremos el teorema de conversión triángulo-estrella a las resistencias  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $R_5$ , y obtendremos el circuito de la Figura 3.40.

$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 3}{5 + 3 + 2} = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ K}$$

$$R_D = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = \frac{10}{10} = 1 \text{ K}$$

$$R_E = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{3 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ K}$$

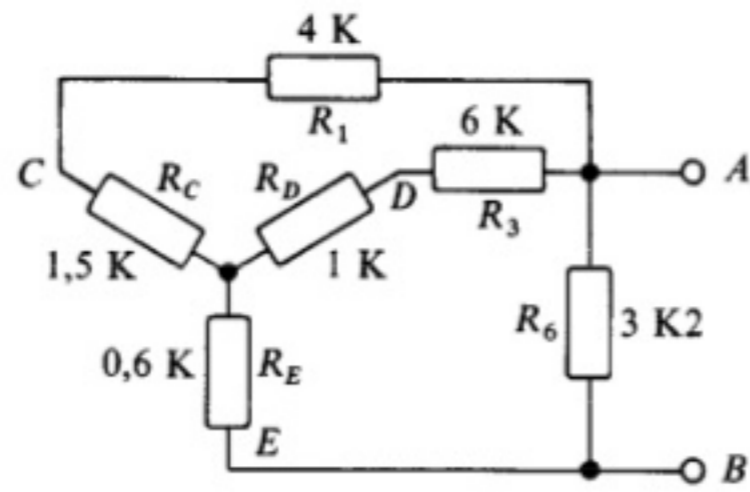


Figura 3.40.

Por último, calculemos la resistencia total entre los puntos A y B:

$$R_{3-D} = 1 + 6 = 7 \text{ K} \quad ; \quad R_{1-C} = 1,5 + 4 = 5,5 \text{ K}$$

$$R_{1-3-C-D} = \frac{7 \cdot 5,5}{7 + 5,5} = 3,08 \text{ K} \quad ; \quad R_{1-3-C-D-E} = 3,08 + 0,6 = 3,68 \text{ K}$$

$$R_T = \frac{3,68 - 3,2}{3,68 + 3,2} = 1,71 \text{ K}$$

3.20. Hallar la resistencia equivalente Thevenin del circuito de la Figura 3.41 entre los puntos A y B.

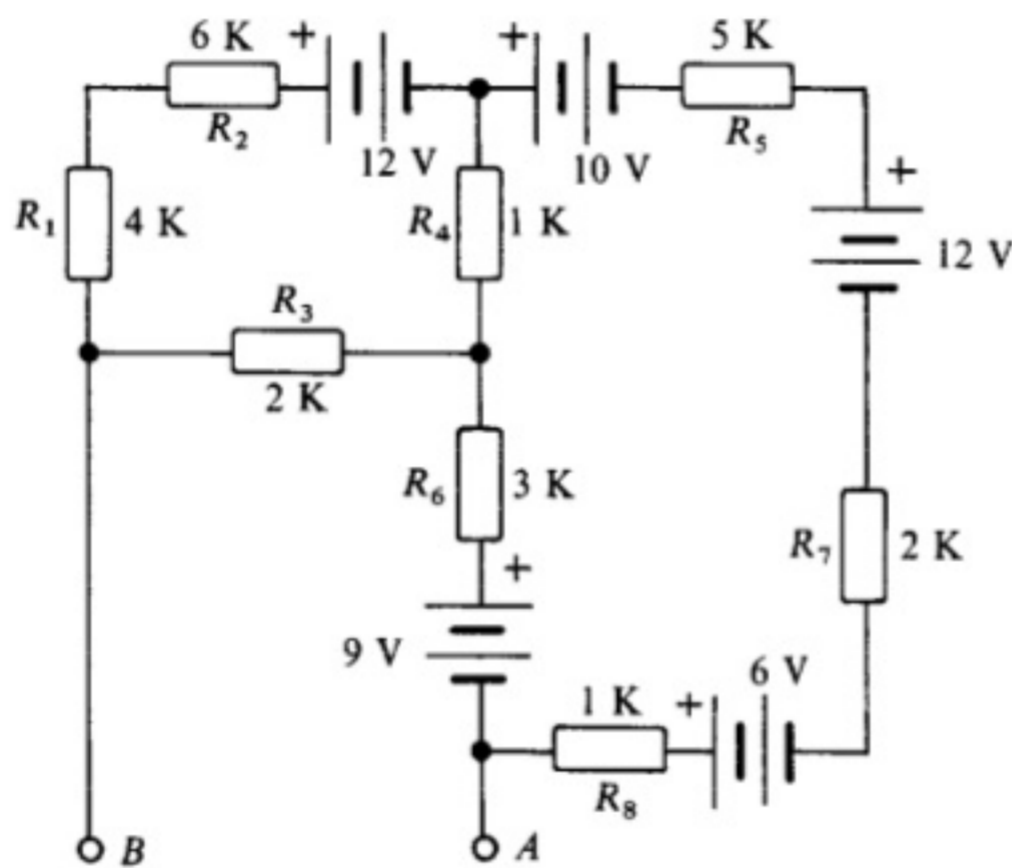


Figura 3.41.

**Solución:** Cortocircuitando las fuentes de tensión, nos resulta el circuito de la Figura 3.42, al que aplicaremos la conversión triángulo-estrella:

$$R_D = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_4}{(R_1 + R_2) + R_3 + R_4} = \frac{(6 + 4) \cdot 1}{(6 + 4) + 2 + 1} = \frac{10}{13} = 0,77 \text{ K}$$

$$R_C = \frac{R_3 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) + R_3 + R_4} = \frac{2 \cdot 1}{(6 + 4) + 2 + 1} = \frac{2}{13} = 0,15 \text{ K}$$

$$R_E = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{(R_1 + R_2) + R_3 + R_4} = \frac{(6 + 4) \cdot 2}{(6 + 4) + 2 + 1} = \frac{20}{13} = 1,54 \text{ K}$$

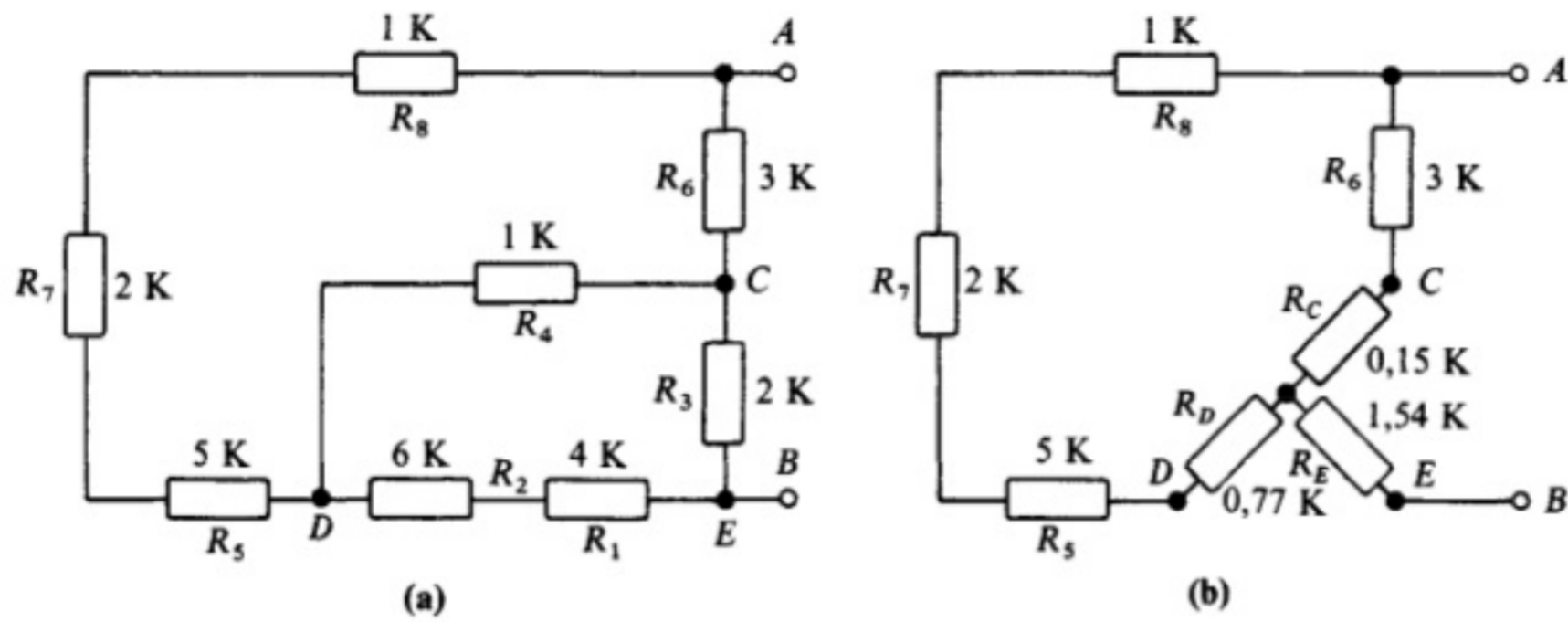


Figura 3.42. Circuitos del Problema 3.20: (a) sin fuentes de tensión; (b) transformado.

Calculando, por fin, la resistencia entre A y B tendremos

$$R_{5-7-8-D} = 5 + 2 + 1 + 0,77 = 8,77 \text{ K} \quad ; \quad R_{6-C} = 3 + 0,15 = 3,15 \text{ K}$$

$$R_{5-6-7-8-C-D} = \frac{3,15 \cdot 8,77}{3,15 + 8,77} = \frac{27,6}{11,92} = 2,3 \text{ K} \quad ; \quad R_q = 2,3 + 1,54 = 3,84 \text{ K}$$

3.21. Hallar, aplicando sucesivamente los Teoremas de Kennelly, Thevenin y Norton, la diferencia de potencial entre los puntos A y B y la intensidad que entre ellos circula en el circuito de la Figura 3.43.

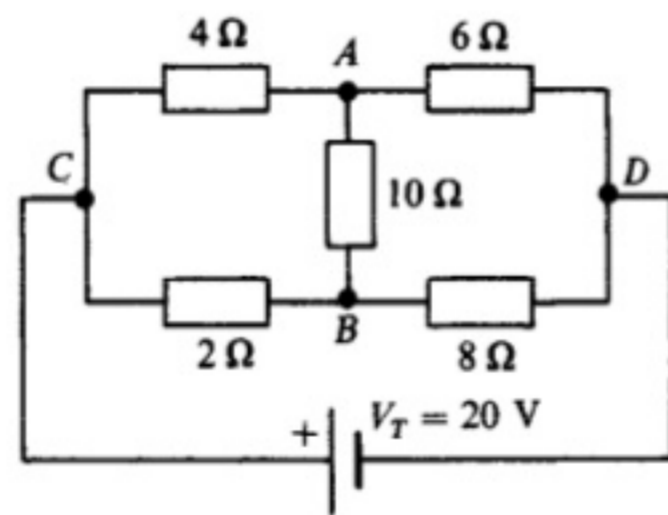


Figura 3.43.

**Solución:**

a) Aplicación de las ecuaciones de Kennelly:

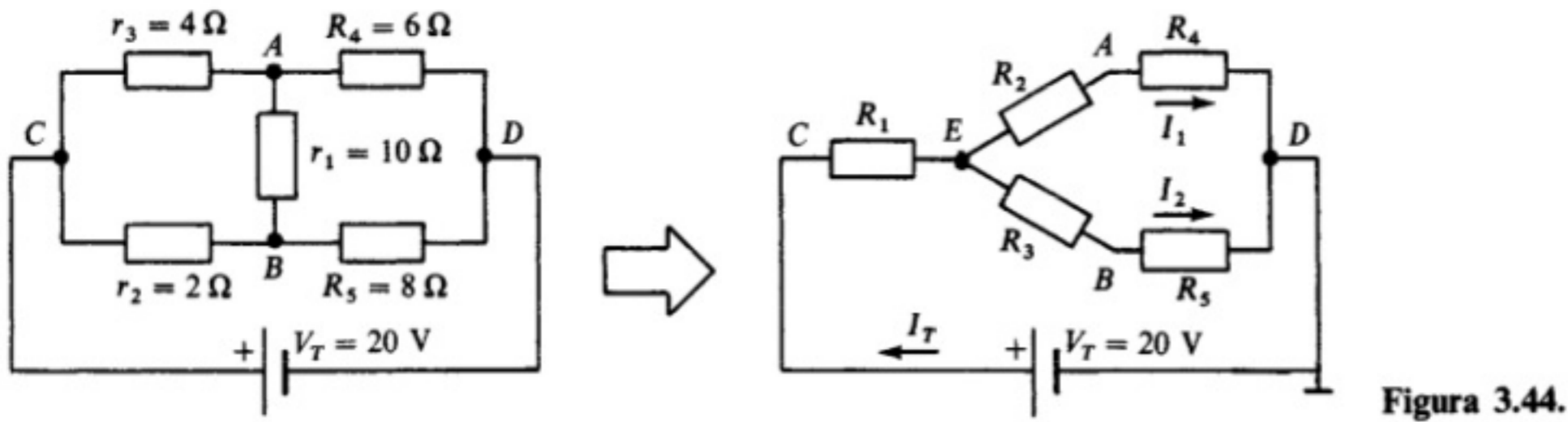


Figura 3.44.

$$R_1 = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{2 \cdot 4}{10 + 2 + 4} = 0,5 \, \Omega ; \quad R_2 = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{10 \cdot 4}{10 + 2 + 4} = 2,5 \, \Omega$$

$$R_3 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{10 \cdot 2}{10 + 2 + 4} = 1,25 \, \Omega$$

El valor de la resistencia equivalente de toda la red será:

$$R_{eq} = R_1 + \frac{(R_2 + R_4)(R_3 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 0,5 + \frac{8,5 \cdot 9,25}{8,5 + 9,25} = 4,93 \, \Omega$$

$$I_T = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{20}{4,93} = 4,05 \, \text{A}$$

$$V_{CE} = I_T \cdot R_1 = 4,05 \cdot 0,5 = 2,025 \, \text{V}$$

$$V_E \text{ respecto masa} = V_T - V_{CE} = 20 - 2,025 = 17,97 \, \text{V}$$

$$I_2 = \frac{V_{ED}}{R_3 + R_5} = \frac{17,97}{2,5 + 6} = 1,94 \, \text{A}$$

$$I_2 = \frac{V_{ED}}{R_3 + R_5} = \frac{17,97}{1,25 + 8} = 1,94 \, \text{A}$$

$$V_A \text{ respecto masa} = V_E - V_{EA} = V_E - I_1 \cdot R_2 = 17,97 - 2,11 \cdot 2,5 = 12,69 \, \text{V}$$

$$V_B \text{ respecto masa} = V_E - V_{EB} = V_E - I_2 \cdot R_3 = 17,97 - 1,94 \cdot 1,25 = 15,54 \, \text{V}$$

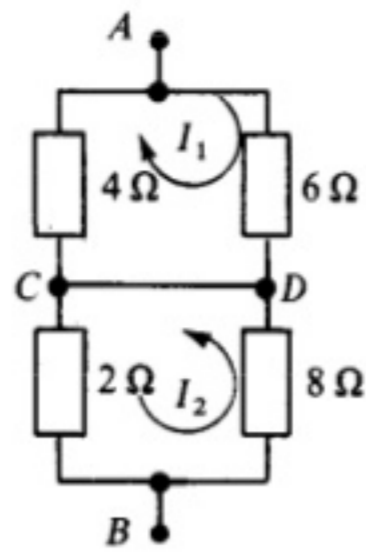
$$|V_A - V_B| = |12,69 - 15,54| = 2,85 \, \text{V} ; \quad I_{AB} = \frac{2,85}{10} = 0,285 \, \text{A}$$

El punto B se encuentra a un potencial más alto que el punto A: por tanto, la corriente por la resistencia  $r_1$  circula desde el punto B hasta el punto A.

b) Aplicación del Teorema de Thevenin:

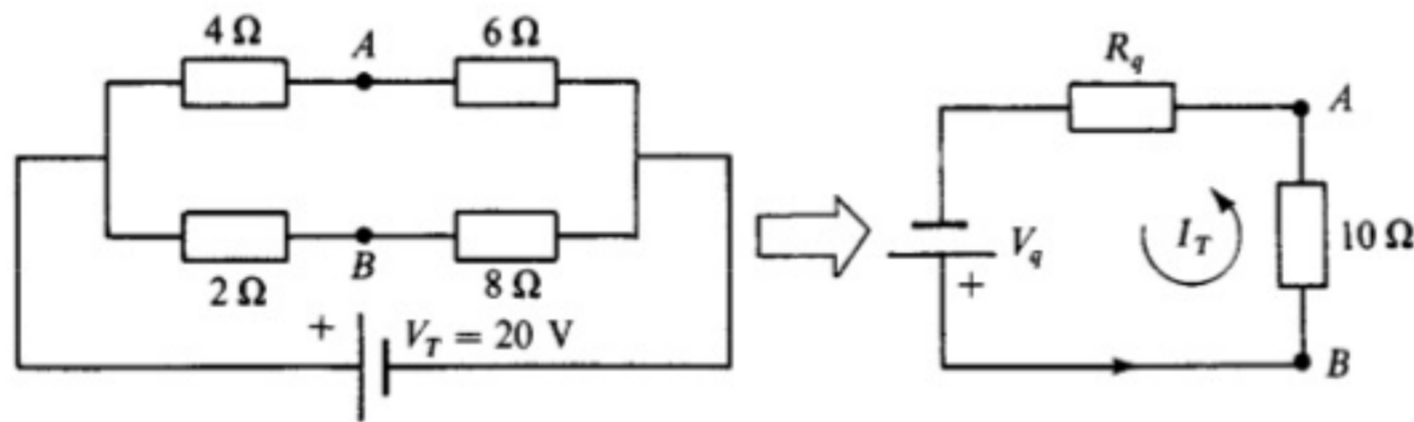
$$\text{Cálculo de la } R_q: R_q = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} + \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} = 4 \, \Omega ; \quad I_1 = \frac{20}{4 + 6} = 2 \, \text{A} ; \quad I_2 = \frac{20}{8 + 2} = 2 \, \text{A}$$





**Figura 3.45.**  
Circuito para el cálculo de la resistencia equivalente Thevenin del Problema 3.21.

$$V_q = 6 \cdot I_1 - 8 \cdot I_2 = 6 \cdot 2 - 8 \cdot 2 = -4 \text{ V}$$



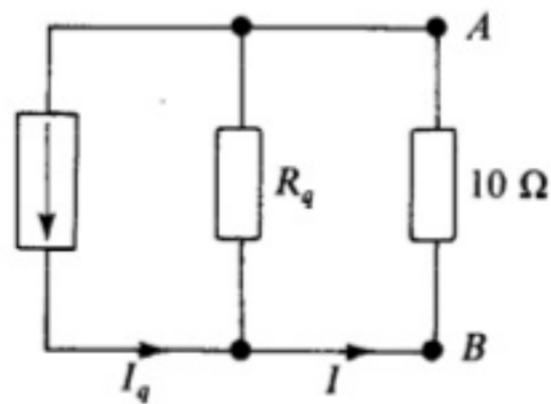
**Figura 3.46.** Equivalente Thevenin del Problema 3.21.

$$I_T = \frac{|V_q|}{R_q + 10} = \frac{4}{4 + 10} = 0,285 \text{ A} \quad ; \quad V_{AB} = 10 \cdot 0,285 = 2,85 \text{ V}$$

c) Aplicación del Teorema de Norton. Partiendo del generador de Thevenin:

$$I_q = \frac{|E_T|}{R_q} = \frac{4}{4} = 1 \text{ A} \quad ; \quad V_{AB} = I_q \frac{R_q \cdot 10}{R_q + 10} = 1 \cdot \frac{40}{14} = 2,86 \text{ V}$$

$$V_{AB} = -2,86 \text{ V} \quad ; \quad I = \frac{V_{AB}}{10} = \frac{2,86}{10} = 0,286 \text{ A}$$



**Figura 3.47.**  
Circuito equivalente Norton del Problema 3.21.

$$R_{q_2} = \frac{3 \cdot 2,64}{3 + 2,64} = 1,4 \text{ K} ; V_{q_2} = I \cdot (r_2 \parallel r_5) ; I = \frac{V_{q_2}}{r_{4-7} + r_{2-5}}$$

$$V_{q_2} = \frac{24}{3 + 2,64} \cdot 2,64 = 11,23 \text{ V} ; I_{R_1} = \frac{V_{q_2}}{R_{q_2} + R_1} = \frac{11,23}{1,4 + 10} = 0,98 \text{ mA}$$

Por fin, diremos

$$P_{R_1} = 0,98^2 \cdot 10 = 9,7 \text{ mW}$$

3.23. Hallar la intensidad absorbida de la batería en el circuito de la Figura 3.50.

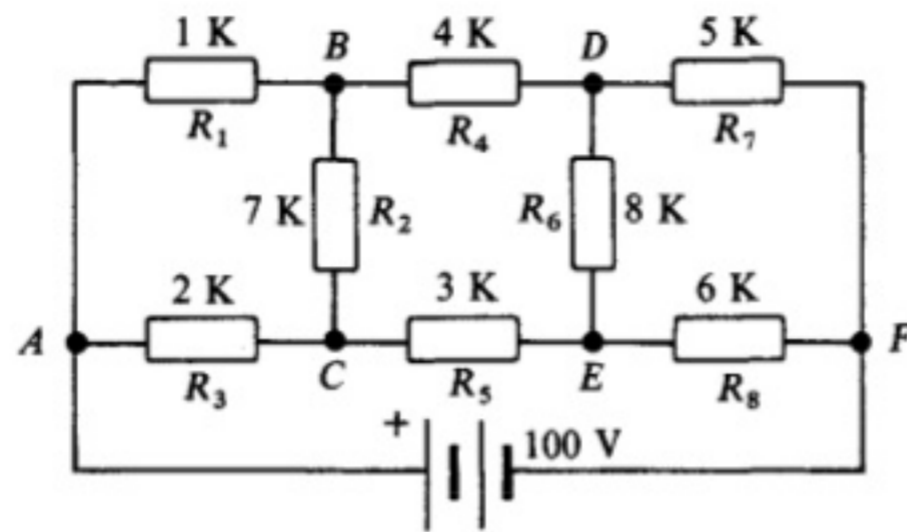


Figura 3.50.

**Solución:** En el circuito aparecen dos estructuras triángulo que se pueden transformar en estrella:

$$r_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 7 + 2} = 0,2 \text{ K} ; r_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1 \cdot 7}{1 + 7 + 2} = 0,7 \text{ K}$$

$$r_c = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{7 \cdot 2}{1 + 7 + 2} = 1,4 \text{ K} ; r_d = \frac{R_6 \cdot R_7}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{8 \cdot 5}{8 + 5 + 6} = 2,1 \text{ K}$$

$$r_e = \frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{8 \cdot 6}{8 + 5 + 6} = 2,52 \text{ K} ; r_f = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{5 \cdot 6}{8 + 5 + 6} = 1,58 \text{ K}$$

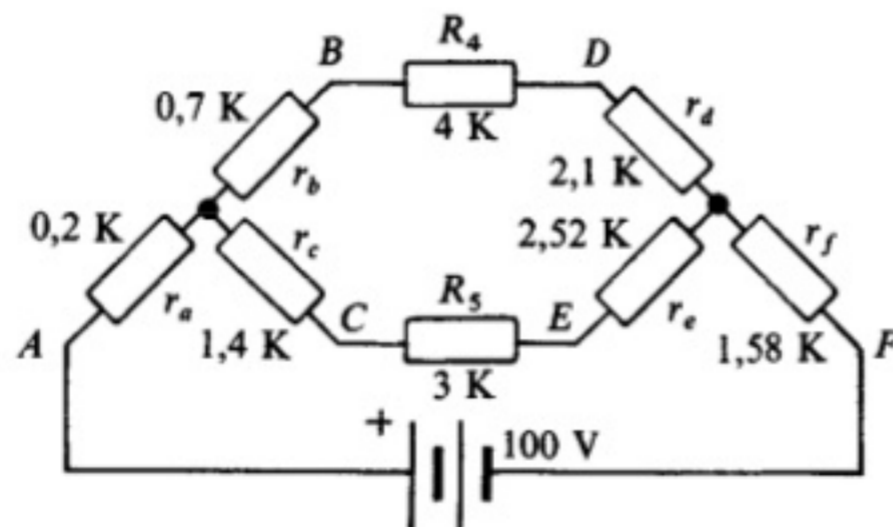


Figura 3.51.

Asociando resistencias y calculando la intensidad, será

$$R_{b-4-d} = 0,7 + 4 + 2,1 = 6,8 \text{ K} \quad ; \quad R_{c-5-e} = 1,4 + 3 + 2,52 = 6,92 \text{ K}$$

$$R_{4-5-b-c-d-e} = \frac{6,8 \cdot 6,92}{6,8 + 6,92} = 3,43 \text{ K} \quad ; \quad R_T = 3,43 + 0,2 + 1,58 = 5,21 \text{ K}$$

$$I_T = \frac{100}{5,21} = 19,2 \text{ mA}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

3.24. Calcular las intensidades en cada rama del circuito de la Figura 3.52.

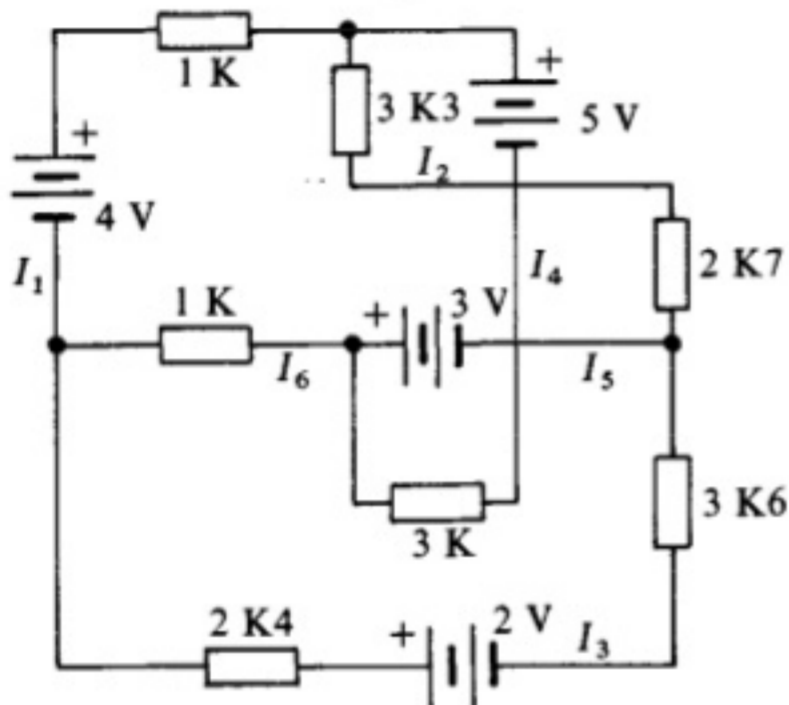


Figura 3.52.

**Solución:**  $I_1 = 0,39 \text{ mA}$ ;  $I_2 = 1,02 \text{ mA}$ ;  
 $I_3 = -0,08 \text{ mA}$ ;  $I_4 = 0,63 \text{ mA}$ ;  
 $I_5 = 1,1 \text{ mA}$ ;  $I_6 = 0,47 \text{ mA}$ .

3.25. Hallar, empleando el método de las mallas, la intensidad que circula por cada rama del circuito de la Figura 3.53.

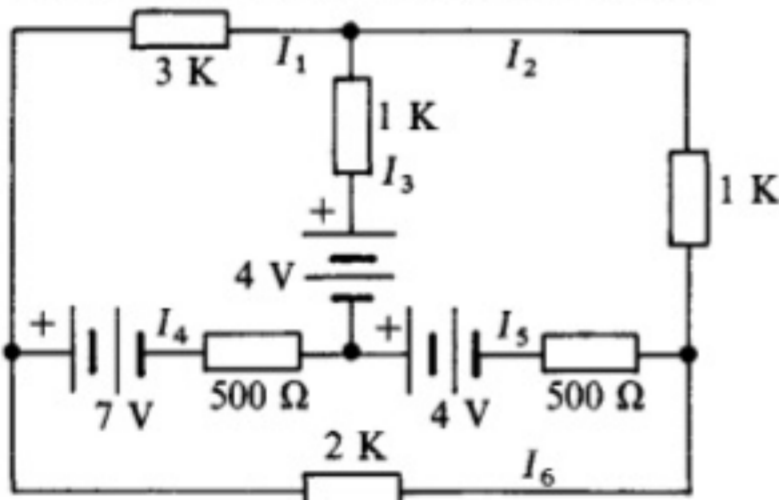
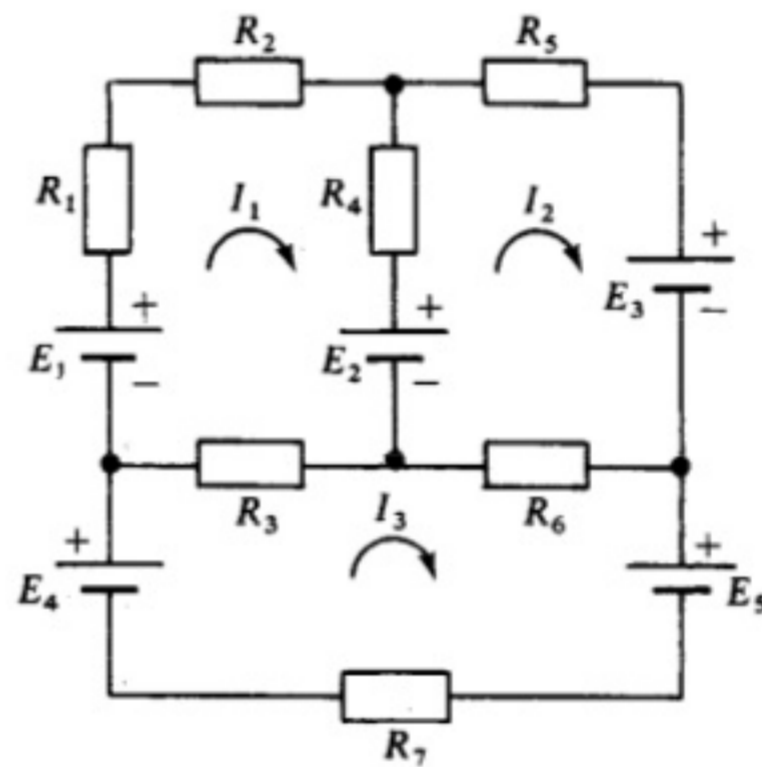


Figura 3.53.

**Solución:**  $I_1 = 1 \text{ mA}$ ;  $I_2 = 3 \text{ mA}$ ;  
 $I_3 = 2 \text{ mA}$ ;  $I_4 = 4 \text{ mA}$ ;  
 $I_5 = 6 \text{ mA}$ ;  $I_6 = 3 \text{ mA}$ .

3.26. Calcular las intensidades mallas en el circuito de la Figura 3.54.



$E_1 = 20 \text{ V}$                        $R_1 = 4 \Omega$   
 $E_2 = 10 \text{ V}$                       $R_2 = 2 \Omega$   
 $E_3 = 20 \text{ V}$                       $R_3 = 6 \Omega$   
 $E_4 = E_5 = 5 \text{ V}$                  $R_4 = 5 \Omega$   
     $R_5 = 3 \Omega$   
     $R_6 = 2 \Omega$   
     $R_7 = 10 \Omega$

Figura 3.54.

**Solución:**  $I_1 = 0,36 \text{ A}$ ;  $I_2 = -0,81 \text{ A}$   
 $I_3 = 0,03 \text{ A}$ .

3.27. Hallar el potencial del punto A respecto de masa en el circuito de la Figura 3.55.

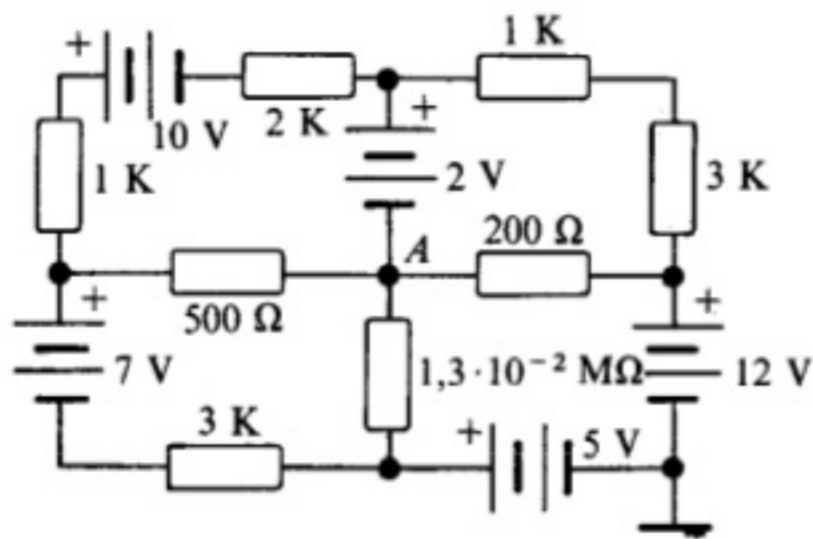
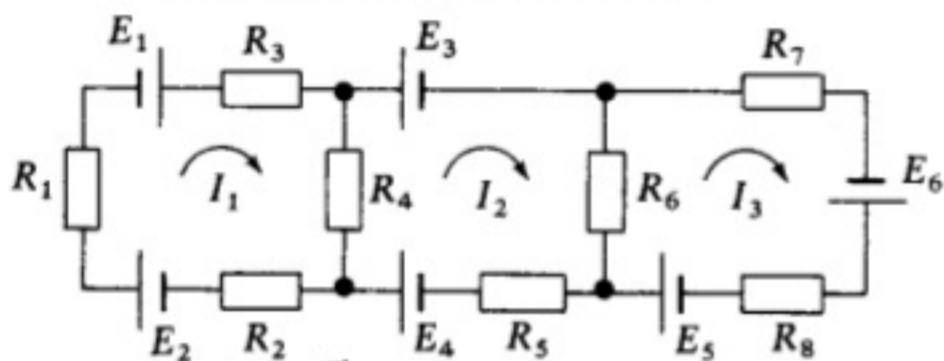


Figura 3.55.

Solución:  $V_A = 11,89 \text{ V}$ .

3.28. Calcular la corriente por cada malla en el circuito de la Figura 3.56.



- |                       |                    |
|-----------------------|--------------------|
| $E_1 = 2 \text{ V}$   | $R_1 = 2 \Omega$   |
| $E_2 = 5 \text{ V}$   | $R_2 = 0,5 \Omega$ |
| $E_3 = 1 \text{ V}$   | $R_3 = 1 \Omega$   |
| $E_4 = 4,5 \text{ V}$ | $R_4 = 5 \Omega$   |
| $E_5 = 10 \text{ V}$  | $R_5 = 1,5 \Omega$ |
| $E_6 = 1,5 \text{ V}$ | $R_6 = 10 \Omega$  |
|                       | $R_7 = 2,5 \Omega$ |
|                       | $R_8 = 0,5 \Omega$ |

Figura 3.56.

Solución:  $I_1 = 2,47 \text{ A}$ ;  $I_2 = 2,81 \text{ A}$ ;  
 $I_3 = 3,04 \text{ A}$ .

3.29. Hallar el equivalente Thevenin del circuito de la Figura 3.57.

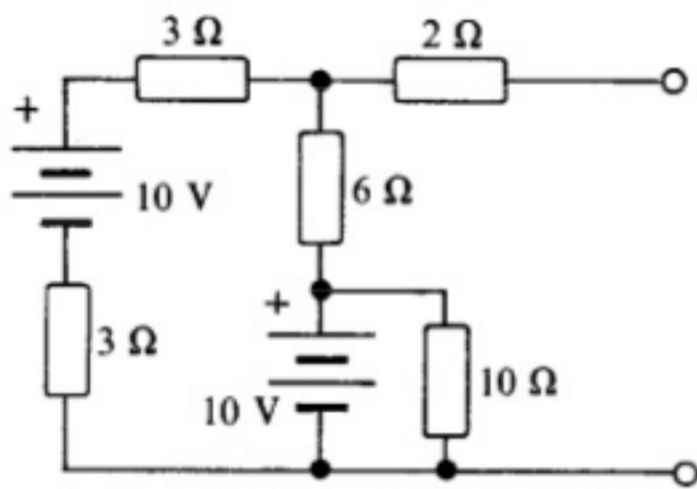


Figura 3.57.

Solución:  $V_q = 10 \text{ V}$ ;  $R_q = 5 \Omega$ .

3.30. Calcular el equivalente Thevenin entre los puntos A y B del circuito de la Figura 3.58.

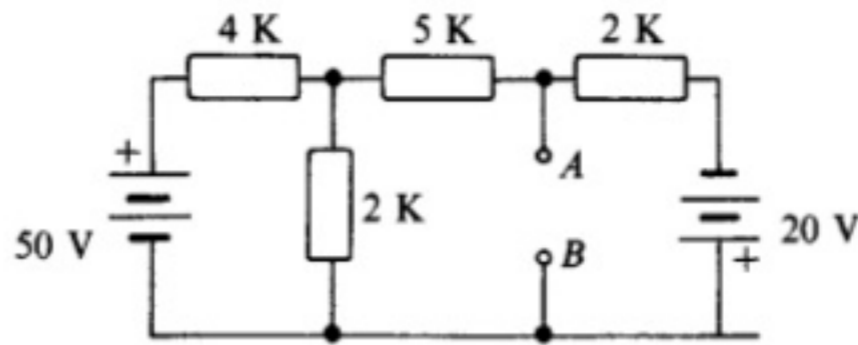


Figura 3.58.

Solución:  $V_q = -11,2 \text{ V}$ ;  $R_q = 1,52 \text{ V}$ .

3.31. Hallar el equivalente Thevenin entre los puntos A y B del circuito de la Figura 3.59.

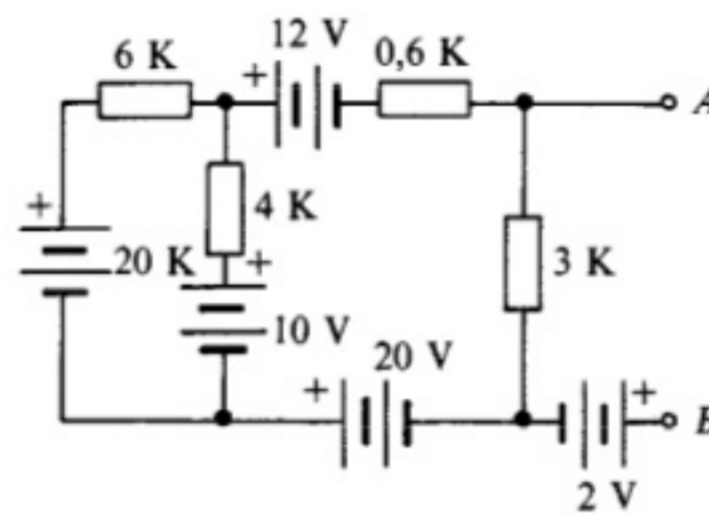


Figura 3.59.

Solución:  $V_q = 9 \text{ V}$ ;  $R_q = 1,5 \text{ K}$ .

3.32. Calcular la resistencia equivalente del circuito de la Figura 3.60, transformando, en primer lugar, un triángulo en estrella, y, en segundo lugar, una estrella en triángulo.

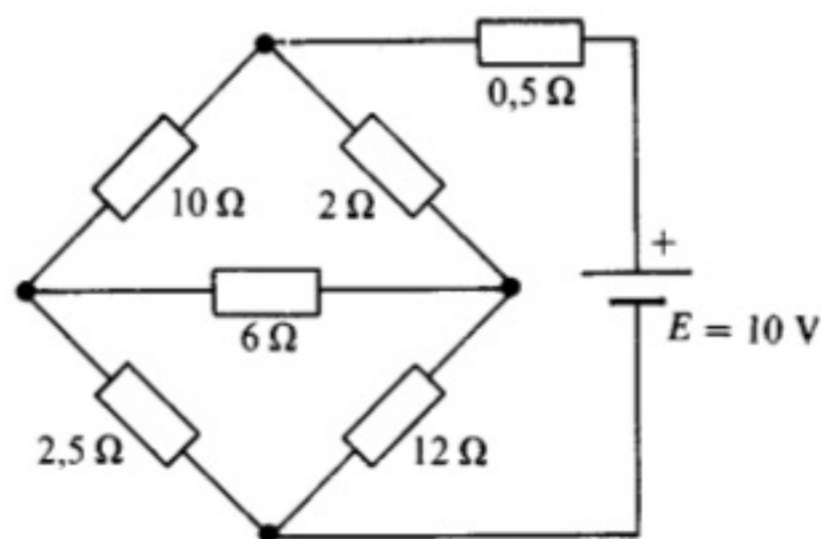
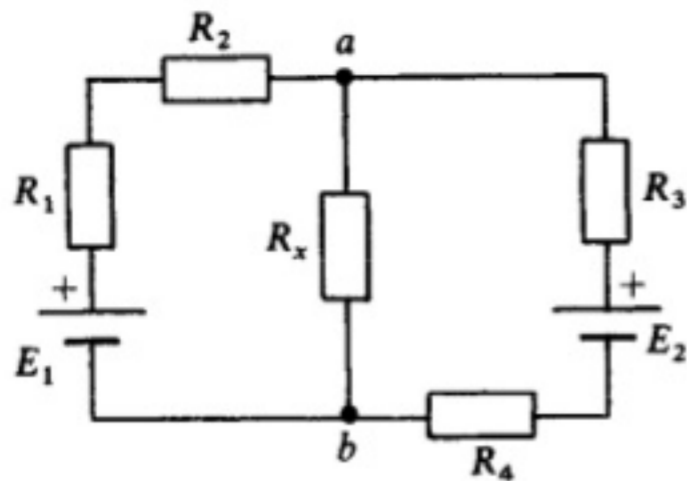


Figura 3.60.

Solución:  $R_q = 5,5 \Omega$ .

- 3.33. Calcular el Thevenin equivalente entre los puntos A y B del circuito de la Figura 3.61. Calcular asimismo la corriente por  $R_x$ .

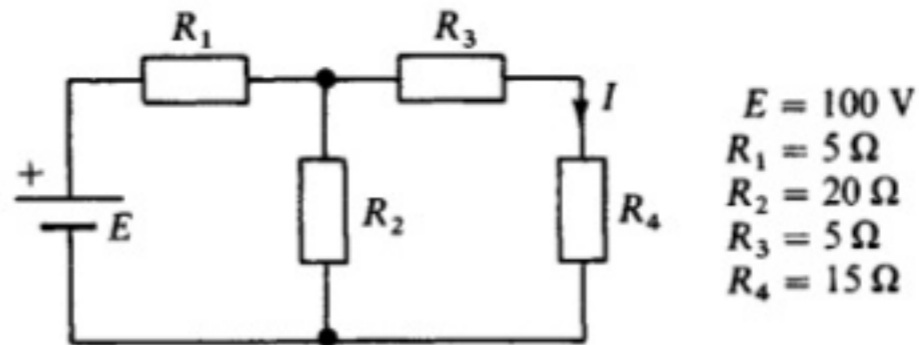


$E_1 = 6 \text{ V}$   
 $E_2 = 10 \text{ V}$   
 $R_1 = R_2 = 20 \Omega$   
 $R_3 = R_4 = 30 \Omega$   
 $R_x = 15 \Omega$

Figura 3.61.

Solución:  $V_q = 8 \text{ V}$ ;  $R_q = 25 \Omega$ ;  $I_x = 0,2 \text{ A}$ .

- 3.34. Hallar la intensidad que circula por la resistencia  $R_4$  en el circuito de la Figura 3.62, empleando los siguientes procedimientos: a) Método de las mallas. b) Teorema de Thevenin. c) Teorema de Norton.



$E = 100 \text{ V}$   
 $R_1 = 5 \Omega$   
 $R_2 = 20 \Omega$   
 $R_3 = 5 \Omega$   
 $R_4 = 15 \Omega$

Figura 3.62.

Solución:  $I = 10,6 \text{ A}$ .

- 3.35. Utilizando el método más rápido, calcular el circuito equivalente Thevenin del circuito de la Figura 3.63.

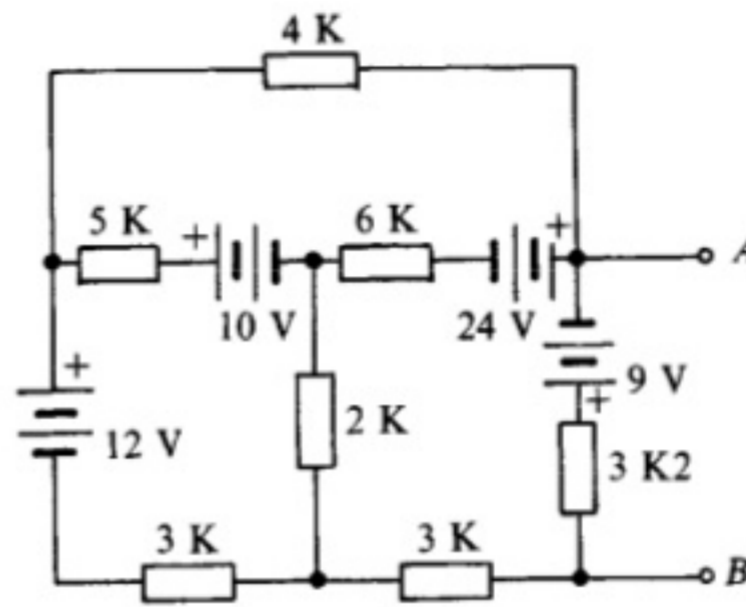


Figura 3.63.

Solución:  $V_q = 0,54 \text{ V}$ ;  $R_q = 2,16 \text{ K}$ .

# CAPITULO 4

## Corriente alterna

### 4.1. MAGNITUDES Y VALORES CARACTERISTICOS

Las magnitudes más significativas de las señales de corriente alterna senoidal (ca), como las que se muestran en la Figura 4.1, son la **pulsación**  $\omega$ , la **frecuencia**  $f$  y el **período**  $T$ , y las relaciones entre ellas las que se indican en la Tabla 4.1.

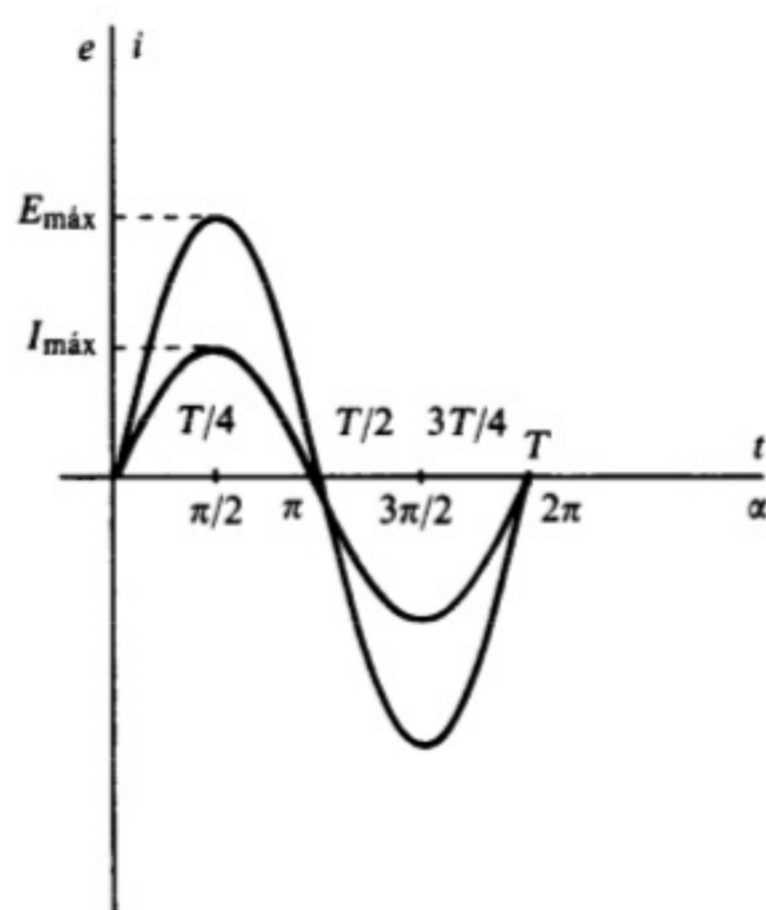


Figura 4.1. Señales de tensión e intensidad alternas senoidales.

Tabla 4.1. Relaciones entre  $\omega$ ,  $f$  y  $T$

Magnitud	Pulsación $\omega$	Período $T$	Frecuencia $f$	Desplazamiento angular $\alpha$
Unidades	rad/s	s	c/s o Hz	rad
Relaciones entre magnitudes	$\omega = 2\pi f$	$T = 1/f$	$f = 1/T$	$\alpha = \omega t$

Los valores característicos de una señal de ca, tanto de tensión como de intensidad, son el **instantáneo** ( $e$  o  $i$ ), el **máximo** ( $E_{\text{máx}}$  o  $I_{\text{máx}}$ ), el **medio** ( $E_{\text{med}}$  o  $I_{\text{med}}$ ) y el **eficaz** ( $E_{\text{ef}}$  o  $I_{\text{ef}}$ ) (Figura 4.1). En la Tabla 4.2 se describen las ecuaciones de los valores instantáneos, medio y eficaz en función del valor máximo o de pico. Los valores eficaces los representaremos también utilizando la letra  $E$  o la  $I$ , según se trate de tensión o de corriente, respectivamente.

**Tabla 4.2.** Ecuaciones de los valores instantáneos, medio y eficaz

Valor	Instantáneo	Eficaz	Medio
Tensión	$e = E_{\text{máx}} \text{ sen } \omega t$	$E_{\text{ef}} = \frac{E_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$	0
Intensidad	$i = I_{\text{máx}} \text{ sen } \omega t$	$I_{\text{ef}} = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$	0

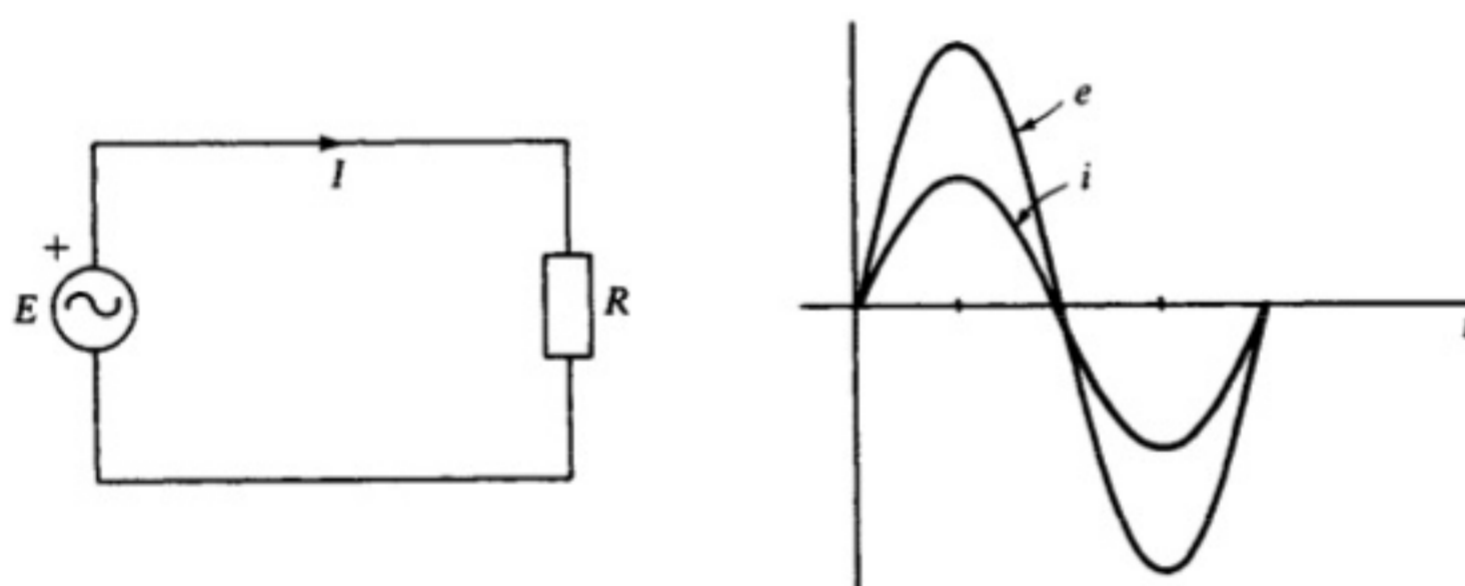
## 4.2. CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA CON ELEMENTOS PASIVOS

Los generadores de ca pueden alimentar redes o circuitos constituidos por *resistencias*, *bobinas* y/o *condensadores*.

Cuando la carga consiste exclusivamente en una resistencia, la tensión y la corriente están en fase, tal como se muestra en la Figura 4.2, y la relación entre ambas se puede obtener mediante la *Ley de Ohm* aplicada a los valores eficaces:

$$E = RI$$

Dicha ley es aplicable también a los valores instantáneos, máximos y medios.



**Figura 4.2.** Circuito de ca con resistencia.

Cuando el receptor es una bobina cuyo coeficiente de autoinducción es  $L$ , se produce un desfase de  $90^\circ$  entre la tensión y la corriente, de manera que ésta se encuentra *retrasada* respecto a la tensión (Fig. 4.3). La relación entre ambas magnitudes es en este caso:

$$E = \omega LI$$

donde el producto  $\omega L$  se denomina **reactancia inductiva**  $X_L$ , y se mide en *ohmios*.

La tensión y la corriente se consideran magnitudes *vectoriales*. Para indicar el desfase entre ambas, se utiliza la notación compleja:

$$\mathbf{E} = j\omega L \mathbf{I}$$

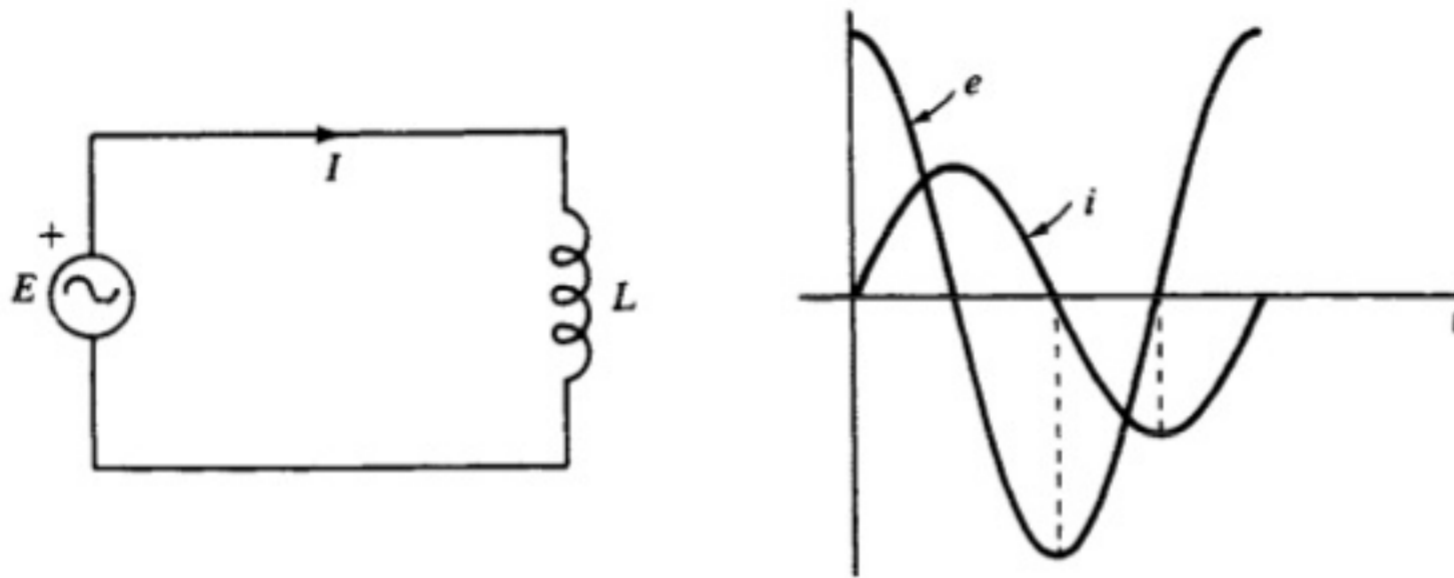


Figura 4.3. Circuito de ca con autoinducción.

Cuando el receptor es un condensador cuya capacidad es  $C$ , también se produce un desfase de  $90^\circ$  entre tensión y corriente, pero en este caso, al contrario que en el anterior, la tensión está *retrasada* respecto de la corriente, tal como se muestra en la Figura 4.4. La relación entre estas dos magnitudes será

$$E = \frac{1}{\omega C} I$$

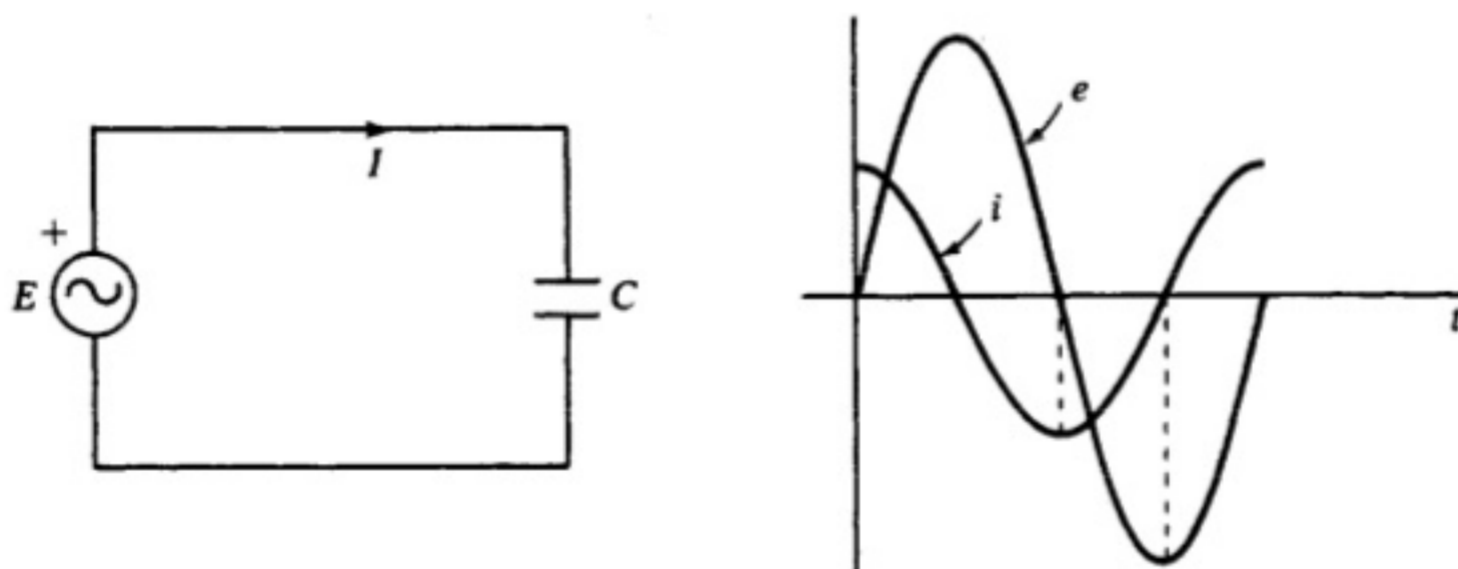


Figura 4.4. Circuito de ca con capacidad.



donde la expresión  $1/\omega C$  se denomina **reactancia capacitiva**  $X_C$  y se mide, como en el caso anterior, en *ohmios*.

El desfase entre tensión y corriente se indica de la siguiente manera:

$$\mathbf{E} = -j \frac{1}{\omega C} \mathbf{I}$$

En la Figura 4.5 se muestra un circuito que contiene los tres elementos pasivos: resistencia, bobina y condensador. La **impedancia**  $Z$  del circuito, expresada en forma *binómica*, será

$$Z = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

El módulo y el ángulo de desfase vendrán dados por las expresiones

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} ; \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

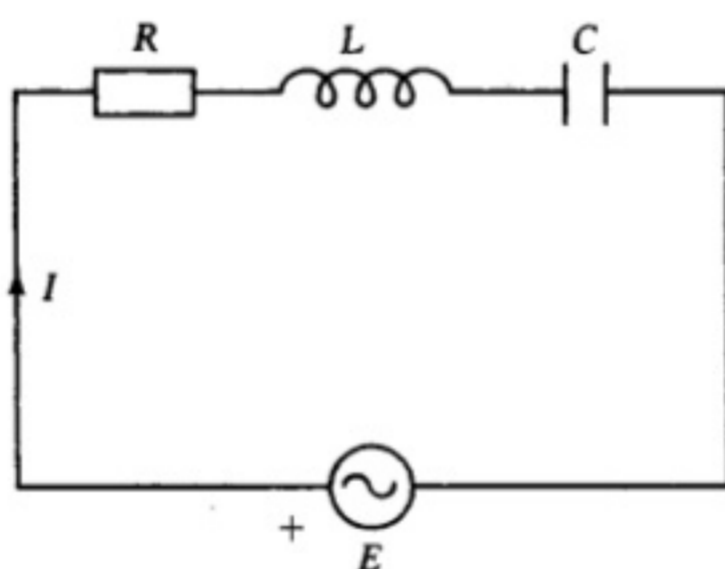


Figura 4.5. Circuito de ca con  $R$ ,  $L$  y  $C$ .

Los valores de la corriente por el circuito y de la ddp entre los extremos de cada elemento serán

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} ; \quad \mathbf{V}_R = R\mathbf{I} ; \quad \mathbf{V}_L = j\omega L\mathbf{I} ; \quad \mathbf{V}_C = -j \frac{1}{\omega C} \mathbf{I}$$

### 4.3. POTENCIA EN CORRIENTE ALTERNA

En un circuito de ca es posible hablar de tres tipos diferentes de potencia: **activa**,  $P_a$ , **reactiva**,  $P_r$ , y **aparente**,  $P$ . La única potencia capaz de transformarse en otro tipo de energía

es la activa. En la Figura 4.6 se muestra la señal de potencia de un circuito de ca en el cual la corriente y la tensión están desfasadas un ángulo  $\varphi$ .

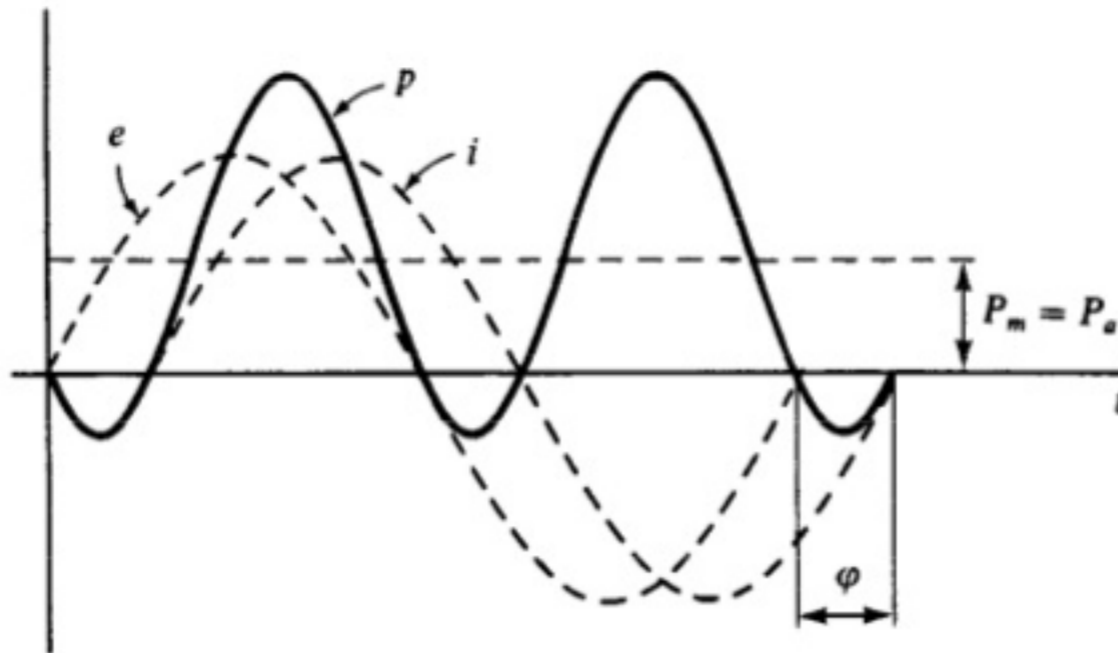


Figura 4.6. Forma de onda de la potencia de un circuito de ca.

Los valores de las tres potencias se pueden obtener mediante las siguientes ecuaciones:

$$P_a = EI \cos \varphi \quad ; \quad P_r = EI \sin \varphi \quad ; \quad P = EI$$

La relación entre la potencia activa y la potencia aparente se conoce como **factor de potencia**, y se representa por  $\cos \varphi$ :

$$\cos \varphi = \frac{P_a}{P}$$

#### 4.4. RESONANCIA SERIE Y PARALELO

La intensidad por el circuito serie de la Figura 4.5 será

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$

Los valores del módulo y del ángulo de retraso de la intensidad por el circuito respecto de la tensión del generador se pueden obtener mediante las expresiones

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad ; \quad \varphi = \text{arc tg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

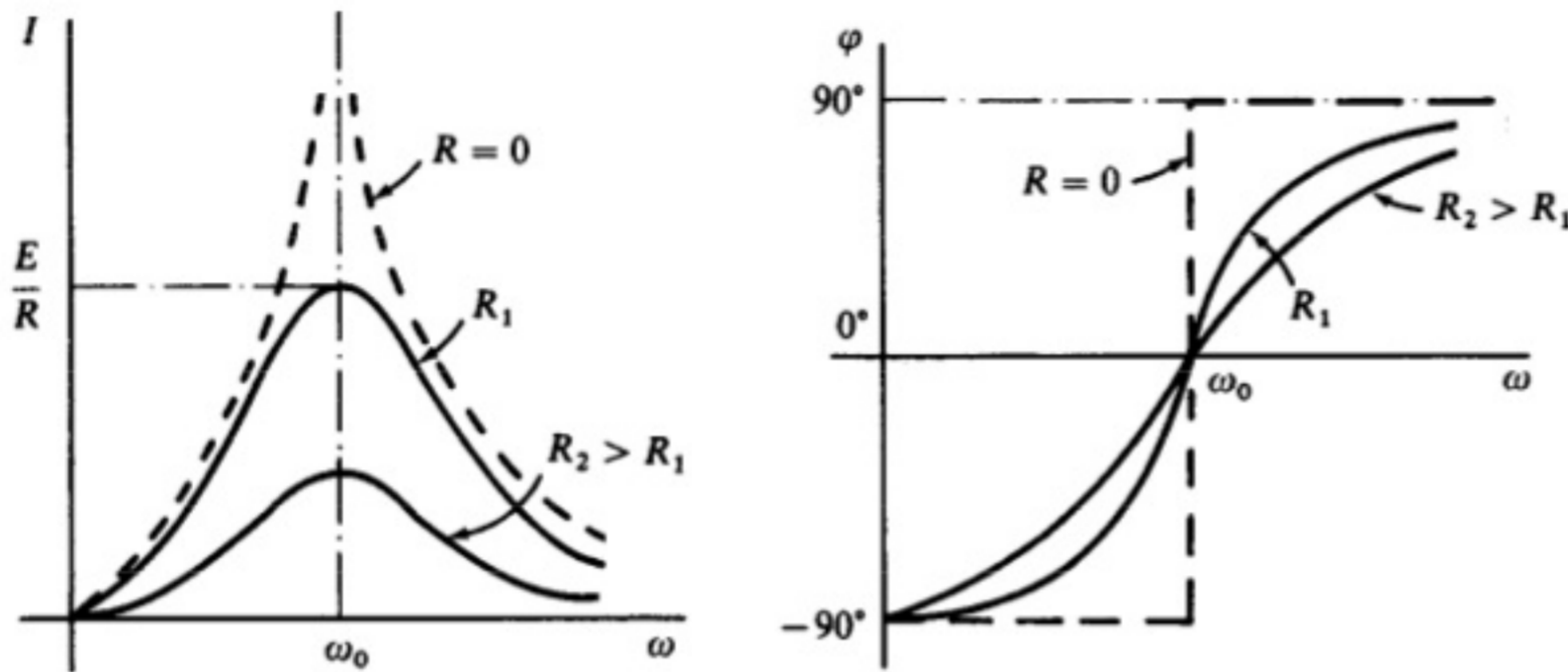
Existe un valor de la pulsación para el cual la reactancia inductiva se iguala con la reactancia capacitiva,  $\omega L = 1/\omega C$ . Se dice en este caso que el circuito entra en **resonancia**. Los valores de la pulsación y de la frecuencia valdrán

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

En estas condiciones, la impedancia del circuito es mínima ( $Z_0 = R$ ) y la corriente es máxima ( $I_0 = E/R$ ).

La relación  $\omega_0 L/R$  se denomina *factor de calidad* del circuito, y se representa por la letra  $Q$ .

En la Figura 4.7 se muestran los valores de  $I$  y de  $\varphi$  en función de  $\omega$ .

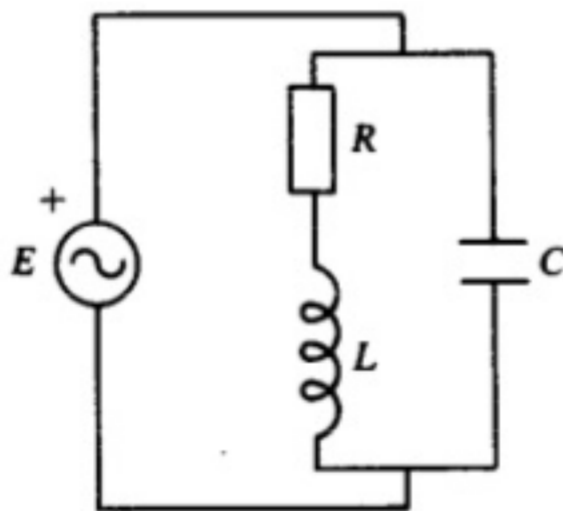


**Figura 4.7.** Corriente y desfase en función de la pulsación de un circuito resonante serie para distintos valores de  $R$ .

En la Figura 4.8 se muestra un circuito resonante *paralelo*. El valor de la pulsación y de la frecuencia de resonancia, así como el del factor de calidad, pueden obtenerse mediante las ecuaciones del circuito serie.

El valor de la impedancia y de la corriente valen

$$Z_0 = \frac{L}{RC} \quad ; \quad I_0 = \frac{ERC}{L}$$



**Figura 4.8.** Circuito resonante paralelo.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 4.1.** La señal de tensión de un generador de ca tiene un valor máximo de 311 V y su frecuencia es de 50 Hz. Calcular: **a)** El período. **b)** El valor de la tensión para los siguientes valores de  $t$ : 1 ms, 2 ms, 5 ms, 8 ms, 10 ms, 12 ms, 15 ms y 18 ms. Dibujar la forma de onda resultante. **c)** El valor eficaz de la tensión.

**Solución:**

**a)** El período será:  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$ .

**b)**  $e = E_{\text{máx}} \cdot \text{sen } \omega t$ ;  $\omega = 2\pi f = 314,16 \text{ rad/s} = 18\,000^\circ/\text{s}$ .

Para  $t = 1 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 18^\circ = 96,1 \text{ V}$ .

Para  $t = 2 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 36^\circ = 182,8 \text{ V}$ .

Para  $t = 5 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 90^\circ = 311 \text{ V}$ .

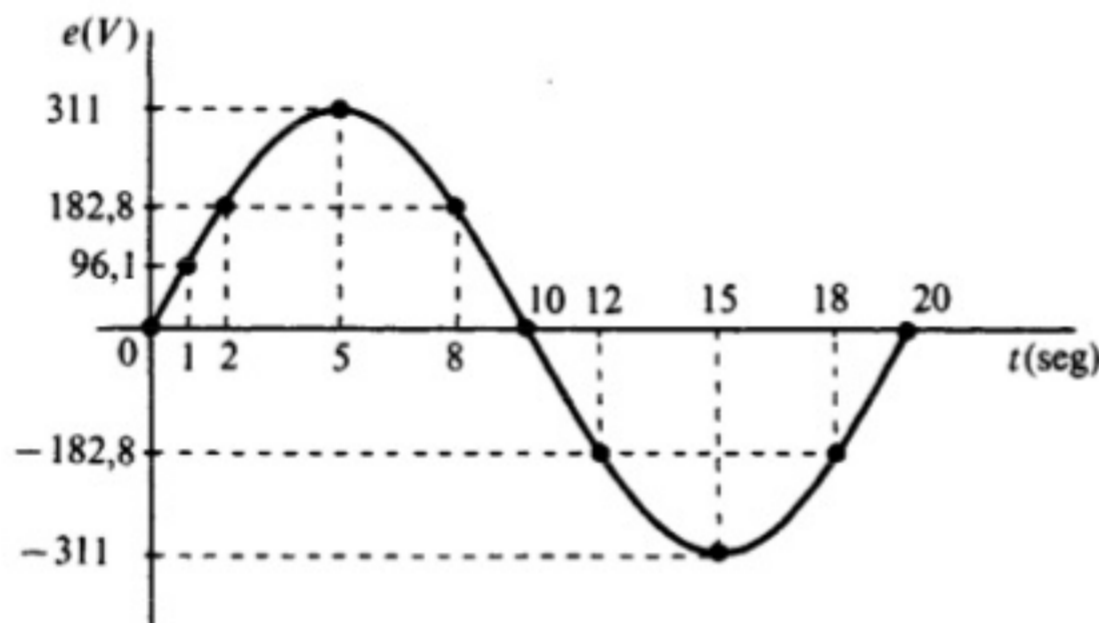
Para  $t = 8 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 144^\circ = 182,8 \text{ V}$ .

Para  $t = 10 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 180^\circ = 0 \text{ V}$ .

Para  $t = 12 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 216^\circ = -182,8 \text{ V}$ .

Para  $t = 15 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 270^\circ = -311 \text{ V}$ .

Para  $t = 18 \text{ ms}$ :  $e = 311 \cdot \text{sen } 324^\circ = -182,8 \text{ V}$ .



**Figura 4.9.**

**c)** El valor eficaz será:  $E_{\text{ef}} = \frac{E_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{311}{\sqrt{2}} = 220 \text{ V}$ .

- 4.2.** A un generador de ca, cuya fem tiene un valor eficaz de 100 V, se conecta una resistencia de  $50 \Omega$ . Hallar: **a)** El valor máximo de la tensión. **b)** Los valores eficaz y máximo de la corriente.

**Solución:**

**a)** El valor máximo, o valor de pico, será  $E_{\text{máx}} = \sqrt{2} E_{\text{ef}} = \sqrt{2} \cdot 100 = 141 \text{ V}$ .

**b)** El valor eficaz de la corriente será  $I_{\text{ef}} = \frac{E_{\text{ef}}}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A}$ .

El valor máximo lo podemos obtener de dos formas diferentes:

$$I_{\text{máx}} = \sqrt{2}I_{\text{ef}} = \sqrt{2} \cdot 2 = 2,82 \text{ A} \quad ; \quad I_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{R} = \frac{141}{50} = 2,82 \text{ A}$$

- 4.3. ¿Qué resistencia ofrece al paso de una ca de 50 Hz, una bobina cuyo coeficiente de autoinducción  $L$  vale 9,55 mH? Calcular nuevamente la reactancia inductiva si la frecuencia de la señal sube a 2 000 Hz.

**Solución:**

Para  $f = 50 \text{ Hz}$ ;  $X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = 3 \ \Omega$ .

Para  $f = 2\ 000 \text{ Hz}$ ;  $mX_L = 2 \cdot \pi \cdot 2\ 000 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = 120 \ \Omega$ .

- 4.4. Hallar la reactancia capacitiva de un condensador de 80  $\mu\text{F}$  de capacidad para una frecuencia de 50 Hz. Hallar de nuevo la reactancia para una frecuencia de 2 000 Hz.

**Solución:**

Para  $f = 50 \text{ Hz}$ ;  $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} = 40 \ \Omega$ .

Para  $f = 2\ 000 \text{ Hz}$ ;  $X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 2\ 000 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} = 1 \ \Omega$ .

- 4.5. Una bobina cuyo coeficiente de autoinducción  $L$  es de 30 mH se conecta a una red de 220 V y 50 Hz. Calcular: a) La reactancia inductiva. b) La intensidad eficaz que circula por la bobina. c) La intensidad máxima. d) La pulsación y el período.

**Solución:**

a) El valor de la reactancia será  $X_L = 2\pi fL = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 9,42 \ \Omega$ .

b) La corriente eficaz valdrá  $I = \frac{E}{X_L} = \frac{220}{9,42} = 23,35 \text{ A}$ .

c) La corriente máxima:  $I_{\text{máx}} = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 23,35 = 33 \text{ A}$ .

d) La pulsación, expresada en rad/s, será  $\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$ .

Por último, el período valdrá  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$ .

- 4.6. A una red de 127 V y 60 Hz se conecta un condensador cuya capacidad  $C$  es de 10  $\mu\text{F}$ . Hallar: a) La reactancia capacitiva. b) La intensidad eficaz por el circuito. c) La intensidad máxima. d) La pulsación y el período.

**Solución:**

a) La reactancia capacitiva será  $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 265,2 \ \Omega$ .

b) La intensidad eficaz por el circuito será  $I = \frac{E}{X_C} = \frac{127}{265,2} = 0,48 \text{ A}$ .

c) El valor de la intensidad máxima valdrá  $I_{\text{máx}} = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 0,48 = 0,68 \text{ A}$ .

d) La pulsación y el período correspondiente a una tensión de frecuencia 60 Hz serán

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 60 = 377 \text{ rad/s} \quad ; \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 0,016 \text{ s} = 16 \text{ ms}$$

4.7. En el circuito de la Figura 4.10, formado por un generador de ca de 220 V y 50 Hz, una resistencia de  $30 \Omega$  y una bobina cuyo coeficiente de autoinducción vale 0,1 H, calcular: a) El módulo de la impedancia. b) El ángulo de desfase entre tensión del generador y corriente. c) Intensidad de corriente. d) La ddp en cada componente.

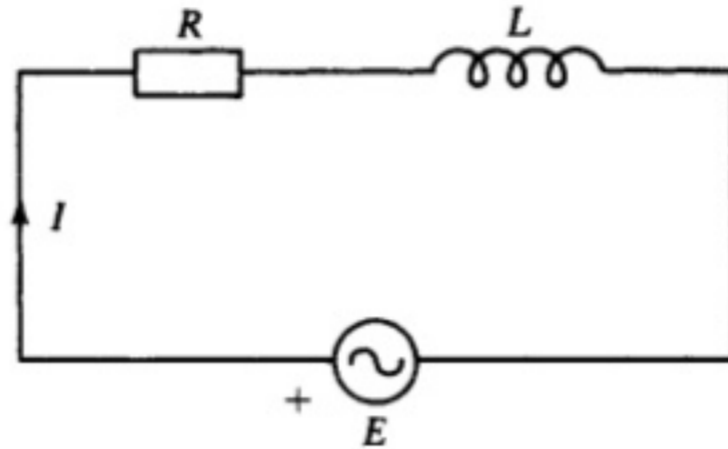


Figura 4.10.

**Solución:**

a) En primer lugar, es necesario calcular el valor de la reactancia inductiva:

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,1 = 31,4 \Omega$$

El valor de la impedancia formada por la resistencia y la reactancia inductiva será

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 31,4^2} = 43,4 \Omega$$

b) El ángulo de desfase entre  $E$  e  $I$  será

$$\varphi = \arctan \frac{X_L}{R} = \arctan \frac{31,4}{30} = 46,3^\circ$$

c) La corriente va retrasada  $46,3^\circ$  respecto de la tensión de alimentación. El módulo de la intensidad por el circuito valdrá

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{220}{43,4} = 5,1 \text{ A}$$

d) La tensión del generador se reparte entre la resistencia y la bobina:

$$V_R = RI = 30 \cdot 5,1 = 153 \text{ V} \quad ; \quad V_L = X_L I = 31,4 \cdot 5,1 = 160 \text{ V}$$

Los valores obtenidos corresponden a los módulos de las tensiones. Ambos se encuentran desfasados  $90^\circ$ . La  $V_L$  adelantada respecto a la  $V_R$ .

- 4.8. El valor eficaz de la tensión del generador de la Figura 4.11 es de 15 V y la frecuencia 100 Hz. La resistencia vale 100 k $\Omega$  y el condensador es de 1 nF. Hallar:  $Z$ ,  $\varphi$ ,  $I$ ,  $V_R$  y  $V_C$ .

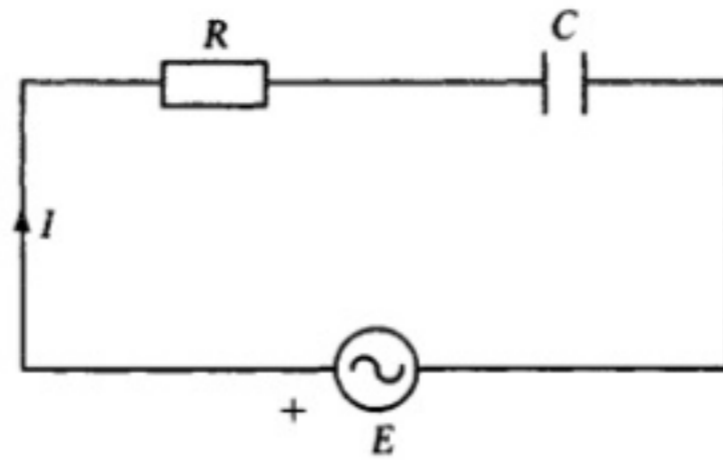


Figura 4.11.

**Solución:** El valor del módulo de la impedancia se puede obtener directamente sin calcular previamente la reactancia:

- $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2} = \sqrt{(100 \cdot 10^3)^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 1 \cdot 10^{-9}}\right)^2} = 1\,594,6 \text{ k}\Omega.$
- $\varphi = \arctg -\frac{1}{2\pi fRC} = \arctg -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-9}} = -86,4^\circ.$

La corriente va adelantada  $86,4^\circ$  respecto de la tensión del generador.  
El módulo de la corriente será

- $I = \frac{E}{Z} = \frac{15 \text{ V}}{1\,594,6 \text{ k}\Omega} = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ mA}.$
- $V_R = RI = 100 \text{ k}\Omega \cdot 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ mA} = 0,94 \text{ V}.$
- $V_C = \frac{1}{2\pi fC} I = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 1 \cdot 10^{-9}} \cdot 9,4 \cdot 10^{-6} = 14,97 \text{ V}.$

La tensión  $V_C$  va retrasada  $90^\circ$  respecto a  $V_R$ .

- 4.9. El circuito de la Figura 4.12 está formado por un generador de ca conectado a una rama formada por una resistencia de 3  $\Omega$ , una bobina cuyo coeficiente de autoinducción es de 9,5 mH y un condensador de 455  $\mu\text{F}$ . Calcular las caídas de tensión  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  y  $V_{cd}$ .

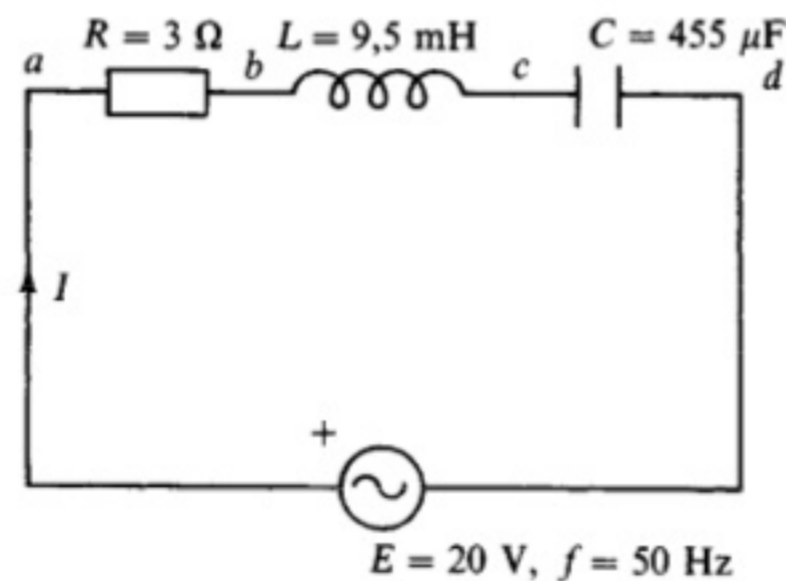


Figura 4.12.

**Solución:**

En primer lugar, podemos calcular las reactancias:

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 9,5 \cdot 10^{-3} = 3 \Omega \quad ; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 455 \cdot 10^{-6}} = 7 \Omega$$

El valor de la impedancia será:  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5 \Omega$ .

El desfase entre  $E$  e  $I$  será:  $\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \arctg \frac{-4}{3} = -53^\circ$ .

La corriente va adelantada  $53^\circ$  respecto a la tensión y su valor será:  $I = \frac{E}{Z} = \frac{20}{5} = 4 \text{ A}$ .

- El módulo de cada una de las caídas de tensión será

$$V_{ab} = RI = 3 \cdot 4 = 12 \text{ V} \quad ; \quad V_{bc} = X_L I = 3 \cdot 4 = 12 \text{ V} \quad ; \quad V_{cd} = X_C I = 7 \cdot 4 = 28 \text{ V}$$

- 4.10.** Representar en forma compleja, utilizando la expresión binómica, las impedancias de los Problemas 4.7, 4.8 y 4.9.

**Solución:** En el primer caso el módulo de la impedancia vale  $43,4 \Omega$ , y el ángulo de desfase  $\varphi = 46,3^\circ$ .

Para llegar a la forma binómica partiendo de los datos señalados, es necesario partir de la expresión trigonométrica:

$$\mathbf{Z} = Z(\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi) = 43,4(\cos 46,3^\circ + j \operatorname{sen} 46,3^\circ) = 30 + j31,4 \Omega$$

En el segundo caso,  $\mathbf{Z} = 1\,594,6 \text{ k}\Omega$  y  $\varphi = -86,4^\circ$ , por tanto:

$$\mathbf{Z} = Z(\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi) = 1\,594,6[\cos(-86,4^\circ) + j \operatorname{sen}(-86,4^\circ)] = 100 - j1\,591 \text{ k}\Omega$$

Por último, en el Problema 4.9,  $Z = 5 \Omega$  y  $\varphi = -53^\circ$ , por consiguiente:

$$\mathbf{Z} = Z(\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi) = 5[\cos(-53^\circ) + j \operatorname{sen}(-53^\circ)] = 3 - 4j \Omega$$

Como podemos observar, en todos los casos la parte real del número complejo representa el valor de la resistencia del circuito, y la parte imaginaria representa el valor de la reactancia total.

- 4.11.** Representar en forma polar o modo-argumento las siguientes expresiones binómicas: a)  $5 - j2$ . b)  $-3 - j8$ . c)  $6 + j0$ . d)  $0 - j3$ . e)  $3 + j4$ .

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } m = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = 5,4 \\ \varphi = \arctg \frac{-2}{5} = -21,8^\circ \end{array} \right\} 5,4 \angle -21,8^\circ$$



$$\begin{array}{l}
 \text{b) } m = \sqrt{(-3)^2 + (-8)^2} = 8,5 \\
 \varphi = \text{arc tg } \frac{-8}{-3} = -110,5^\circ \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} m \\ \varphi \end{array}} \right\} 8,5 \angle -110,5^\circ \\
 \\
 \text{c) } m = \sqrt{6^2 + 0^2} = 6 \\
 \varphi = \text{arc tg } \frac{0}{6} = 0^\circ \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} m \\ \varphi \end{array}} \right\} 6 \angle 0^\circ \\
 \\
 \text{d) } m = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = 3 \\
 \varphi = \text{arc tg } \frac{-3}{0} = -90^\circ \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} m \\ \varphi \end{array}} \right\} 3 \angle -90^\circ \\
 \\
 \text{e) } m = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \\
 \varphi = \text{arc tg } \frac{4}{3} = 53^\circ \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} m \\ \varphi \end{array}} \right\} 5 \angle 53^\circ
 \end{array}$$

- 4.12.** El valor de la impedancia de una red, para una frecuencia de 50 Hz, vale  $Z = 8 + j12$ . Calcular el módulo y el ángulo de desfase. Calcular también el coeficiente de autoinducción. Suponiendo que se aplica una ddp de 50 V, calcular la corriente total y la tensión en cada elemento.

**Solución:**

$$Z = \sqrt{8^2 + 12^2} = 14,4 \Omega \quad ; \quad \varphi = \text{arc tg } \frac{8}{12} = 56^\circ$$

El valor de  $L$  será  $L = \frac{12}{2\pi f} = \frac{12}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 38 \text{ mH}$ .

Al aplicar una ddp de 50 la intensidad por el circuito será  $I = \frac{50}{8 + j12}$ .

Para eliminar la parte imaginaria del denominador es preciso multiplicar numerador y denominador por el número complejo conjugado, es decir, por  $8 - j12$ :

$$I = \frac{50(8 - j12)}{(8 + j12)(8 - j12)} = \frac{400 - j600}{8^2 + 12^2} = \frac{400 - j600}{208} = 1,92 - j2,88$$

Las caídas de tensión en resistencia y bobina serán

$$V_R = RI = 8(1,92 - j2,88) = 15,36 - j23 \quad ; \quad V_L = jX_L I = j12(1,92 - j2,88) = 34,56 + j23$$

- 4.13.** Hallar el módulo y el desfase respecto al eje real de una impedancia formada por una resistencia de  $6 \Omega$  y una bobina conectadas en serie, cuyo coeficiente de autoinducción es de 15 mH. Expresar el valor en formas polar y trigonométrica. La frecuencia de la red en la que la  $R$  y la  $L$  se encuentran conectadas es de 50 Hz.

**Solución:**

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 4,7 \Omega$$

La impedancia será:  $Z = R + jX_L = 6 + j4,7$ .

• Módulo:  $Z = \sqrt{6^2 + 4,7^2} = 7,63 \Omega$ .

• Desfase:  $\varphi = \text{arc tg } \frac{4,7}{6} = 38^\circ$ .

Forma polar:  $Z = Z \angle \varphi = 7,63 \angle 38^\circ \Omega$ .

Forma trigonométrica:  $Z = Z(\cos \varphi + j \text{sen } \varphi) = 7,63(\cos 38^\circ + j \text{sen } 38^\circ)$ .

4.14. ¿Cuál es la corriente que circula por una impedancia de valor  $Z = 4 - j$  cuando se conecta a un generador de 100 V y 50 Hz?

Solución:  $I = \frac{E}{Z} = \frac{100}{4 - j}$ .

Para eliminar la parte imaginaria del denominador se multiplica por el conjugado:

$$I = \frac{100(4 + j)}{(4 - j)(4 + j)} = \frac{400 + j100}{4^2 + 1^2} = \frac{400 + j100}{17} = 23,5 + j5,9 \text{ A}$$

El módulo y el ángulo de desfase serán

$$I = \sqrt{23,5^2 + 5,9^2} = 24,23 \text{ A} \quad ; \quad \varphi = \text{arc tg } \frac{5,9}{23,5} = 14^\circ$$

4.15. Calcular la impedancia total y la corriente por cada rama del circuito de la Figura 4.13.

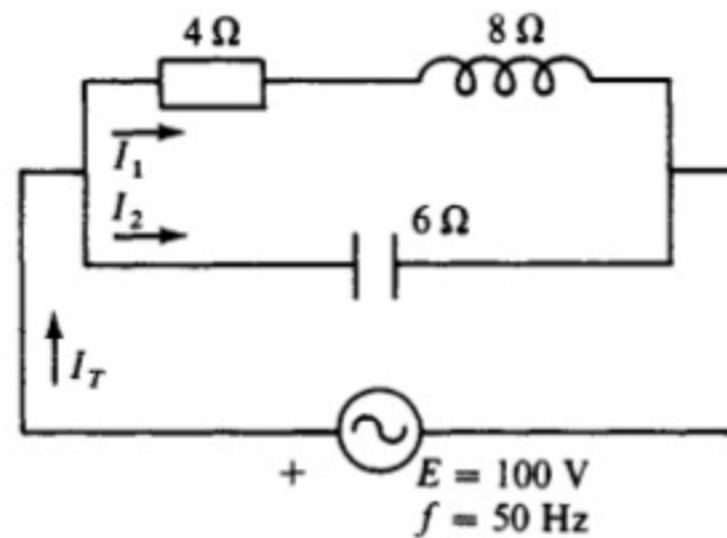


Figura 4.13.

Solución: Las impedancias de cada rama serán

$$Z_1 = 4 + j8 \quad ; \quad Z_2 = -j6$$

Impedancia equivalente:

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(4 + j8)(-j6)}{4 + j8 - j6} = \frac{48 - j24}{4 + j2} = \frac{(48 - j24)(4 - j2)}{4^2 + 2^2} = \\ &= \frac{192 - 48 - j96 - j96}{20} = \frac{144 - j192}{20} = 7,2 - j9,6 \Omega \end{aligned}$$

Las corrientes serán

$$I_T = \frac{E}{Z_{eq}} = \frac{100}{7,2 - j9,6} = \frac{100(7,2 + j9,6)}{7,2^2 + 9,6^2} = \frac{720 + j960}{144} = 5 + j6,66 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{100}{4 + j8} = \frac{100(4 - j8)}{4^2 + 8^2} = \frac{400 - j800}{80} = 5 - j10 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = \frac{100}{-j6} = \frac{100 \cdot j6}{6^2} = \frac{j600}{36} = j16,66 \text{ A}$$

Se verifica que  $I_1 + I_2 = I_T$ , ya que  $5 - j10 + j16,66 = 5 + j6,66$ .

Los valores de las corrientes están expresados en forma binómica. Los módulos y desfases son fáciles de obtener a partir de las expresiones complejas.

- 4.16. Dibujar el diagrama vectorial correspondiente al circuito serie de la Figura 4.5, suponiendo que la reactancia inductiva es mayor que la capacitiva.

**Solución:**

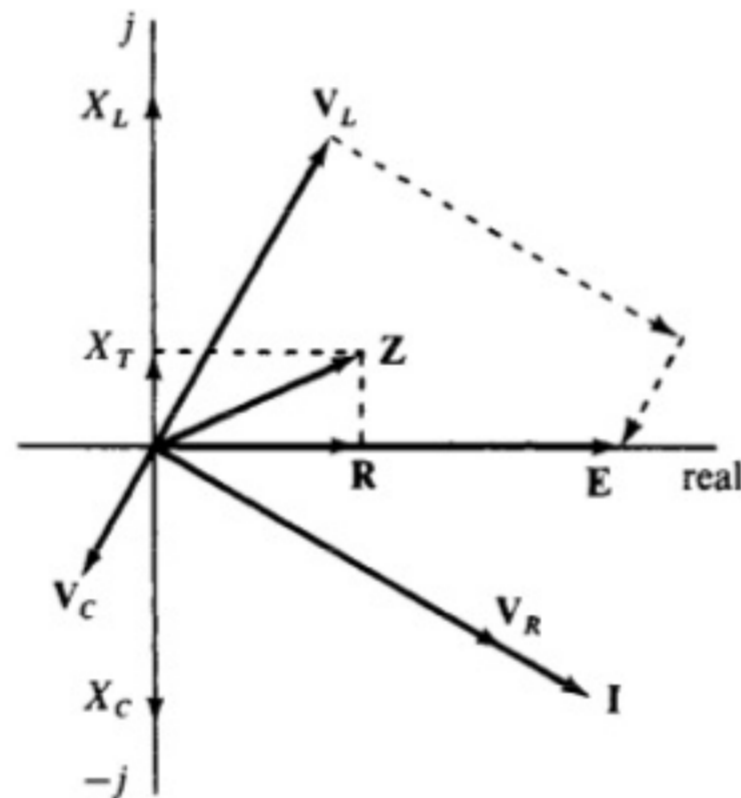


Figura 4.14.

*Observaciones:*

- La tensión de la resistencia  $V_R$  está en fase con la corriente.
- La tensión de la bobina  $V_L$  va adelantada  $90^\circ$  respecto a la corriente, y la tensión del condensador va retrasada  $90^\circ$  respecto a la corriente.
- La suma vectorial de los ddp de cada uno de los elementos es igual a la fem del generador:  $V_R + V_L + V_C = E$ .

- 4.17. Calcular la impedancia equivalente, las corrientes  $I_T$ ,  $I_1$  e  $I_2$  y las caídas de tensión  $V_{ab}$  y  $V_{bc}$  en el circuito de la Figura 4.15. Construir el diagrama vectorial.

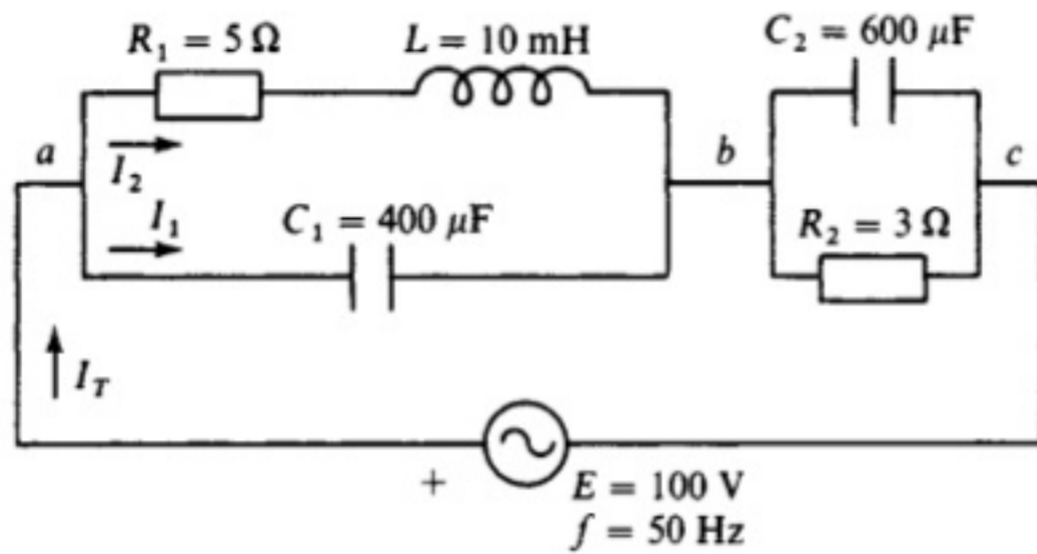


Figura 4.15.

**Solución:**

$$X_L = \omega L = 3,14 \, \Omega \quad ; \quad X_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = 8 \, \Omega \quad ; \quad X_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = 5,3 \, \Omega$$

$$Z_{ab} = \frac{(5 + j3,14)(-j8)}{5 + j3,14 - j8} = \frac{25,12 - j40}{5 - j4,86} = \frac{(25,12 - j40)(5 + j4,86)}{5^2 + 4,86^2} = 6,6 - j1,6 \, \Omega$$

$$Z_{bc} = \frac{3 \cdot j5,3}{3 - j5,3} = \frac{-j16}{3 - j5,3} = \frac{-j16(3 + j5,3)}{3^2 + 5,3^2} = \frac{84,8 - j48}{37} = 2,3 - j1,3 \, \Omega$$

$$Z_{eq} = Z_{ab} + Z_{bc} = 6,6 - j1,6 + 2,3 - j1,3 \approx 9 - j3 \, \Omega$$

$$I_T = \frac{E}{Z_{eq}} = \frac{100}{9 - j3} = \frac{100(9 + j3)}{9^2 + 3^2} = \frac{900 + j300}{90} = 10 + j3,33 \, A$$

$$V_{ab} = I_T Z_{ab} = (10 + j3,33)(6,6 - j1,6) = 66 + 5,33 + j22 - j16 = 71,33 + j6 \, V$$

$$V_{bc} = I_T Z_{bc} = (10 + j3,33)(2,3 - j1,3) = 23 + 4,33 + j7,66 - j13 = 27,33 - j5,34 \, V$$

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{-jX_{C_1}} = \frac{71,33 + j6}{-j8} = \frac{(71,33 + j6) \cdot j8}{8^2} = \frac{-48 + j570,64}{64} = -0,73 + j8,9 \, A$$

$$I_2 = I_T - I_1 = 10 + j3,33 - (-0,73 + j8,9) = 10,73 - j5,57 \, A$$

La suma vectorial de  $I_1$  e  $I_2$  es igual a  $I_T$ .

La suma vectorial de  $V_{ab}$  y  $V_{bc}$  es igual a la tensión  $E$  del generador.

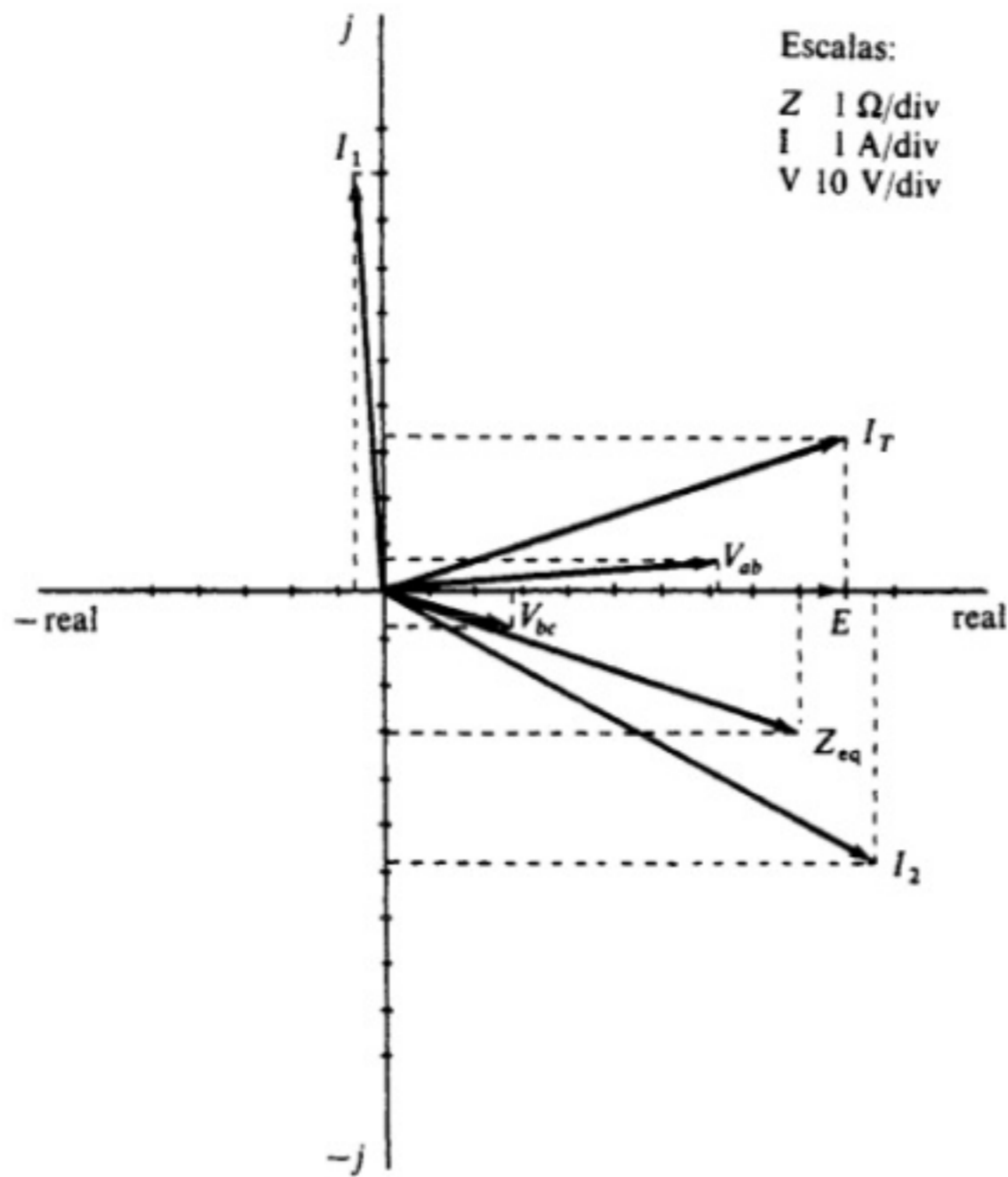


Figura 4.16.

4.18. Hallar la ddp  $V_{ab}$  en el circuito de la Figura 4.17.

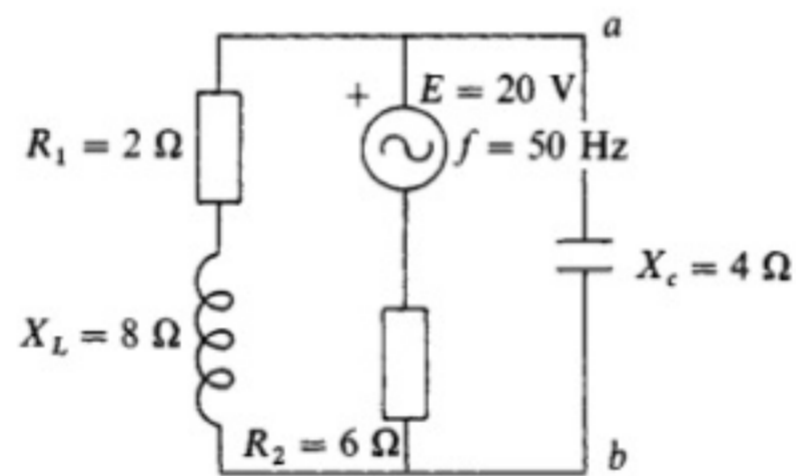


Figura 4.17.

**Solución:**

La impedancia entre los puntos  $a$  y  $b$  vale:  $Z_{ab} = \frac{-j4(2 + j8)}{-j4 + 2 + j8} = \frac{32 - j8}{2 + j4} = 1,6 - j7,2 \Omega$ .

La impedancia total del circuito será:  $Z_T = 6 + 1,6 - j7,2 = 7,6 - j7,2 \Omega$ .

La corriente que circula por el generador vale  $I_T = \frac{20}{7,6 - j7,2} = \frac{20(7,6 + j7,2)}{7,6^2 + 7,2^2} = 1,38 + j1,31 \text{ A}$ .

La ddp en la resistencia  $R_2$  será:  $V_{R_2} = 6(1,38 + j1,31) = 8,32 + j7,86$  V.

• La ddp entre los puntos  $a$  y  $b$  será:  $V_{ab} = 20 - (8,32 + j7,86) = 11,6 - j7,86$  V.

4.19. Calcular la intensidad por el circuito de la Figura 4.18.

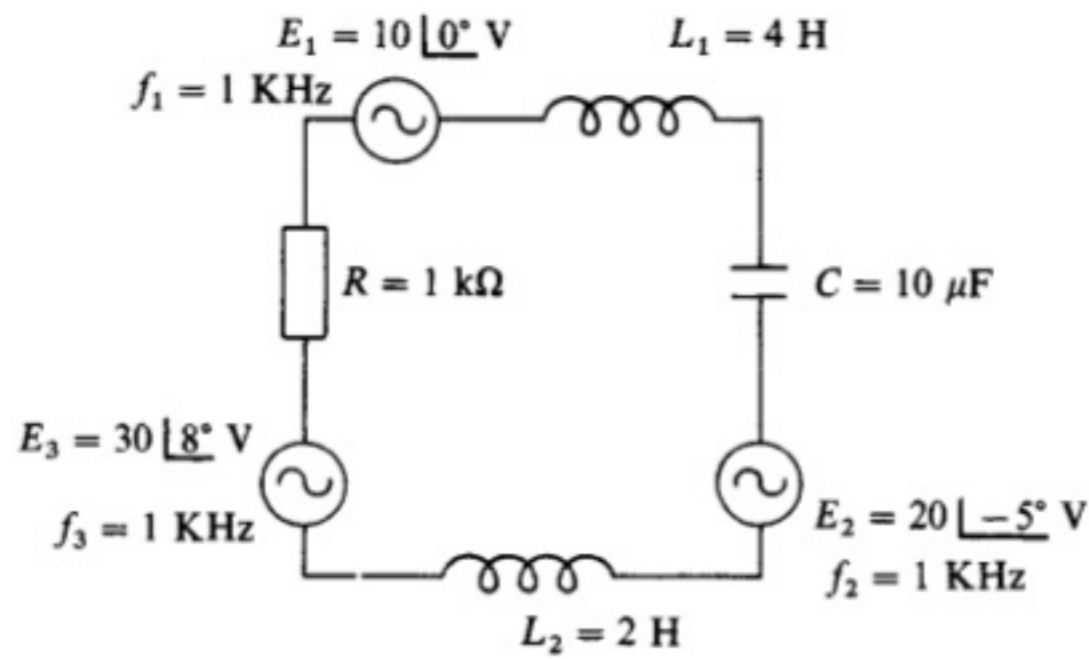


Figura 4.18.

**Solución:**

El valor de la pulsación será:  $\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^3 = 6\,283,18$  rad/s.

La impedancia total:

$$Z = R + j\omega(L_1 + L_2) - j \frac{1}{\omega C} = 1\,000 + j6\,283,18 \cdot 6 - j \frac{1}{6\,283,18 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 1\,000 + j37\,683$$

La corriente por el circuito será:

$$I = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{Z} = \frac{10 \angle 0^\circ + 20 \angle -5^\circ + 30 \angle 8^\circ}{1\,000 + j37\,683} = \frac{59,63 + j2,43}{1\,000 + j37\,683} = 0,1 - j1,57 \text{ mA};$$

$$I = 1,59 \angle -86,2^\circ$$

4.20. Hallar las intensidades de las mallas del circuito de la Figura 4.19.

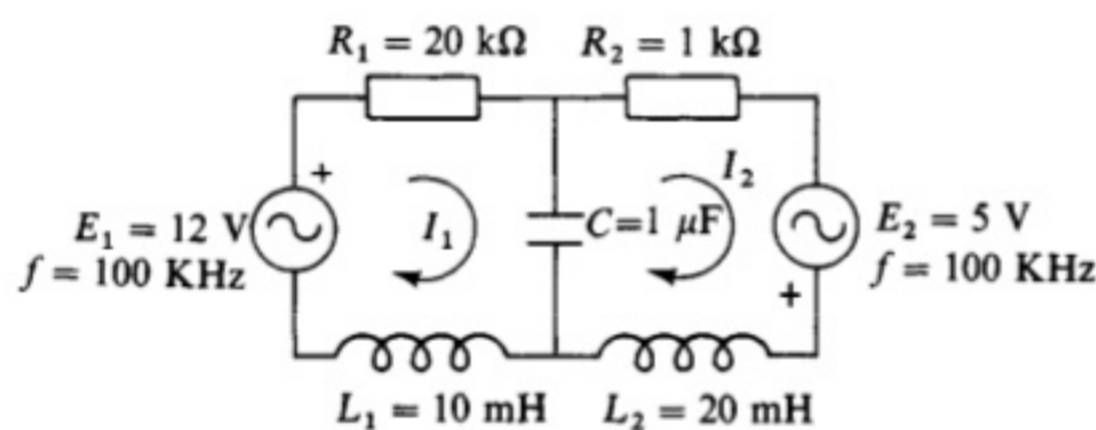


Figura 4.19.

**Solución:** Aplicando el teorema de las mallas:

$$\begin{aligned} E_1 &= \left[ R_1 + j \left( \omega L_1 - \frac{1}{\omega C} \right) \right] I_1 - \left( -j \frac{1}{\omega C} \right) I_2 \\ E_2 &= - \left( -j \frac{1}{\omega C} \right) I_1 - \left[ R_2 + j \left( \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} \right) \right] I_2 \end{aligned}$$

El valor de  $\omega$  será

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 10^3 = 628\,318,5 \text{ rad/s}$$

Sustituyendo valores, obtendremos

$$\begin{aligned} 12 &= \left[ 20 \cdot 10^3 + j \left( 628\,318,5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{628\,318,5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \right) \right] I_1 - \left( -j \frac{1}{628\,318,5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \right) I_2 \\ 5 &= - \left( -j \frac{1}{628\,318,5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \right) I_1 - \left[ 1 \cdot 10^3 + j \left( 628\,318,5 \cdot 20 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{628\,318,5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \right) \right] I_2 \end{aligned}$$

Dichas ecuaciones pueden quedar reducidas de la siguiente forma:

$$12 = (20 + j6,28)I_1 + j1,59 \cdot 10^{-3}I_2 \quad ; \quad 5 = j1,59 \cdot 10^{-3}I_1 + (1 + j12,56)I_2$$

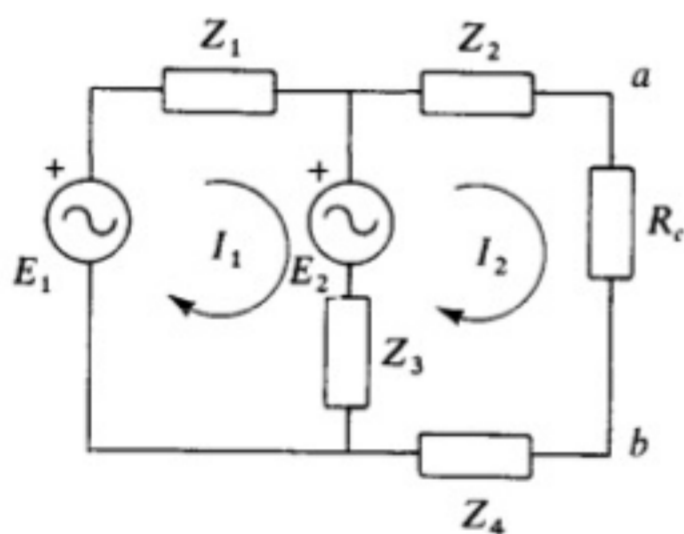
Resolviendo el sistema:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 12 & (j1,59 \cdot 10^{-3}) \\ 5 & (1 + j12,56) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (20 + j6,28) & (j1,59 \cdot 10^{-3}) \\ (j1,59 \cdot 10^{-3}) & (1 + j12,56) \end{vmatrix}} = \frac{(12 + j150,7) - j7,95 \cdot 10^{-3}}{(-58,87 + j257,48) - (-2,5 \cdot 10^{-6})} = 0,54 - j0,17 \text{ A}$$

Sustituyendo el valor de  $I_1$  en la segunda ecuación y despejando el valor de  $I_2$ , tenemos

$$I_2 = \frac{5 - (2,7 \cdot 10^{-4} + j8,58 \cdot 10^{-4})}{1 + j12,56} = \frac{4,9 - j8,58 \cdot 10^{-4}}{1 + j12,56} = 0,03 - j0,37 \text{ A}$$

- 4.21.** Calcular por el método de las mallas la corriente que circula por la resistencia  $R_c$  del circuito de la Figura 4.20.



$$\begin{aligned} E_1 &= 20 \text{ V}; & Z_1 &= 2 + j\Omega; & Z_2 &= -j4 \Omega; & R_c &= 10 \Omega \\ E_2 &= 10 \text{ V}; & Z_3 &= 4 - j3 \Omega; & Z_4 &= j5 \Omega \end{aligned}$$

**Figura 4.20.**

**Solución:** Las ecuaciones del circuito son:

$$E_1 - E_2 = (Z_1 + Z_3)I_1 - Z_3I_2 \quad ; \quad E_2 = (Z_2 + Z_3 + Z_4 + R_C)I_2 - Z_3I_1$$

Ordenando las ecuaciones y sustituyendo valores, tenemos

$$10 = (6 - j2)I_1 - (4 - j3)I_2 \quad ; \quad 10 = -(4 - j3)I_1 + (14 - j2)I_2$$

Resolviendo el sistema:

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} (6 - j2) & 10 \\ -(4 - j3) & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (6 - j2) & -(4 - j3) \\ -(4 - j3) & (14 - j2) \end{vmatrix}} = \frac{60 - j20 + (40 - j30)}{84 - j12 - 28 - 4 - (16 - j12 - j12 - 9)} = 1,45 - j0,36 \text{ A}$$

**4.22.** Transformar la estrella de la Figura 4.21 en un triángulo equivalente:

$$Z_1 = j2 \quad ; \quad Z_2 = j6 \quad ; \quad Z_3 = j3$$

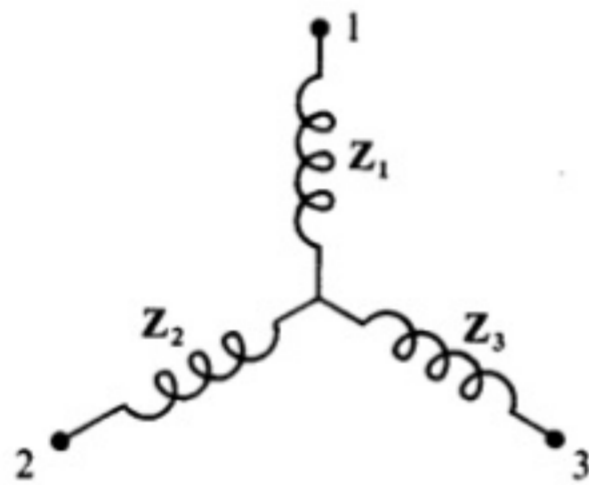


Figura 4.21.

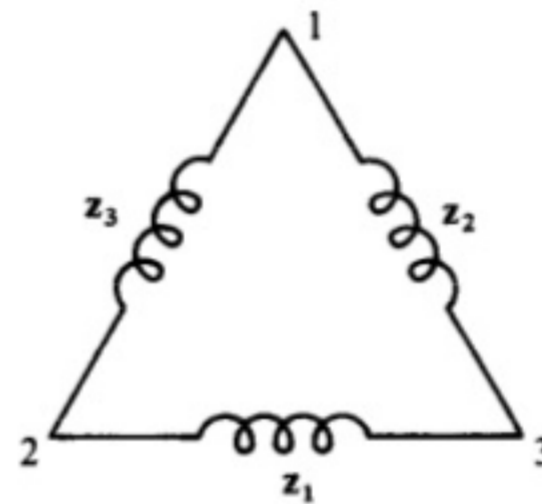


Figura 4.22.

**Solución:**

$$z_1 = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1} = \frac{-12 - 6 - 18}{j2} = \frac{-36(-j2)}{2^2} = \frac{j72}{4} = j18$$

$$z_2 = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2} = \frac{-12 - 6 - 18}{j6} = \frac{-36(-j6)}{6^2} = \frac{j216}{36} = j6$$

$$z_3 = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_3} = \frac{-12 - 6 - 18}{j3} = \frac{-36(-j3)}{3^2} = \frac{j108}{9} = j12$$

**4.23.** Una conexión en triángulo tiene tres impedancias iguales:  $z_1 = z_2 = z_3 = 15 \angle 30^\circ \Omega$ . Calcular el valor de las impedancias del circuito estrella equivalente.



Solución:

$$Z_1 = \frac{z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} ; Z_2 = \frac{z_1 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} ; Z_3 = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2 + z_3}$$

Como  $z_1 = z_2 = z_3 = 15 \angle 30^\circ \Omega$ :  $Z_1 = z_1/3 = 15 \angle 30^\circ / 3 = 5 \angle 30^\circ$ .

Por la misma razón:  $Z_2 = z_1/3 = 5 \angle 30^\circ$  y  $Z_3 = z_1/3 = 5 \angle 30^\circ$ .

- 4.24. Hallar la corriente por la autoinducción  $L_2$  de la Figura 4.23, sustituyendo el resto del circuito por el Thevenin equivalente.

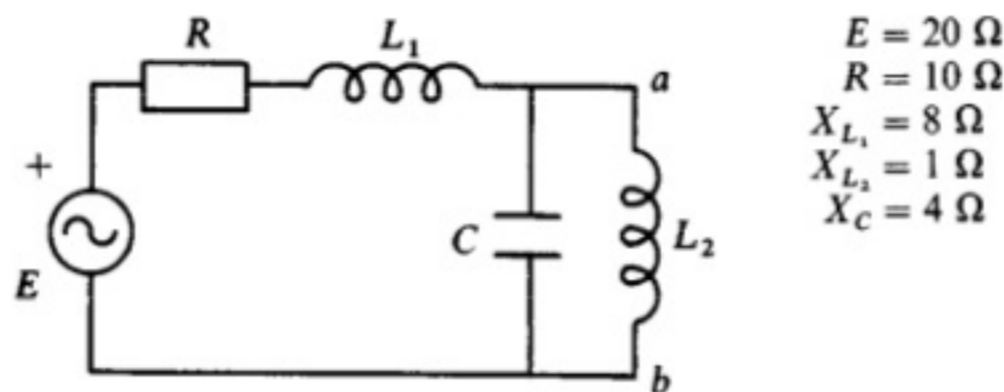


Figura 4.23.

Solución:

$$Z_1 = R + jX_{L_1} - jX_C = 10 + j8 - j4 = 10 + j4 \Omega$$

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{20}{10 + j4} = \frac{20(10 - j4)}{10^2 + 4^2} = \frac{200 - j80}{116} = 1,72 - j0,7 \text{ A}$$

La tensión del generador de Thevenin será

$$E_T = V_{abo} = I_1(-jX_C) = (1,72 - j0,7)(-j4) = 2,8 - j6,9 \text{ V}$$

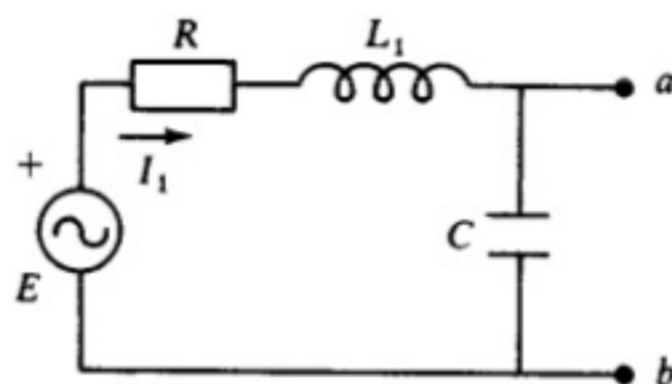


Figura 4.24.

La impedancia interna del generador será

$$\begin{aligned} Z_i &= \frac{(R + jX_{L_1})(-jX_C)}{R + jX_{L_1} - jX_C} = \frac{(10 + j8)(-j4)}{10 + j8 - j4} = \frac{32 - j40}{10 + j4} = \frac{(32 - j40)(10 - j4)}{10^2 + 4^2} = \\ &= \frac{320 - 160 - j128 - j400}{116} = \frac{160 - j528}{116} = 1,34 - j4,5 \Omega \end{aligned}$$

La corriente por  $L_2$  vale

$$I = \frac{E_T}{1,34 - j4,5 + j} = \frac{-2,8 - j6,9}{1,34 - j3,5} = \frac{(-2,8 - j6,9)(1,34 + j3,5)}{1,34^2 + 3,5^2} = \frac{20,4 - j19,05}{14} = 1,45 - j1,36 \text{ A}$$

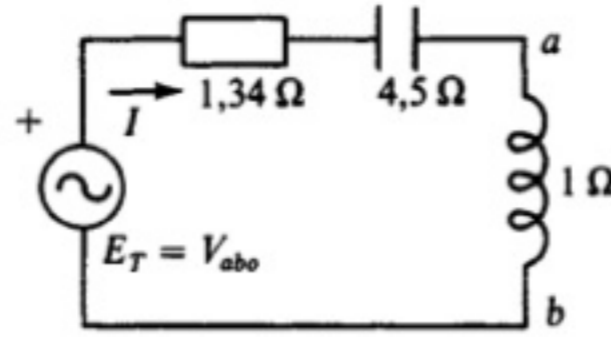


Figura 4.25.

4.25. Aplicando el teorema de Thevenin, calcular la corriente eléctrica que circula por la resistencia  $R_C$  del circuito de la Figura 4.20 (Problema 4.21).

Solución: Desconectando  $R_C$  del circuito y aplicando el método de las mallas, tendremos

$$E_1 - E_2 = (Z_1 + Z_3)I_1$$

de donde

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2}{Z_1 + Z_3} = \frac{10}{6 - j^2} = 1,5 + j0,5 \text{ A}$$

La tensión del generador de Thevenin será

$$E_T = V_{abo} = E_2 + Z_3 I_1 = 10 + (4 - j3)(1,5 + j0,5) = 17,5 - j2,5 \text{ V}$$

La impedancia interna del generador será

$$Z_i = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} + Z_2 + Z_4 = \frac{(2 + j)(4 - j3)}{2 + j + 4 - j3} - j4 + j5 = 1,75 + j1,25 \Omega$$

La corriente por  $R_C$  valdrá

$$I_2 = \frac{E_T}{Z_i + R_C} = \frac{17,5 - j2,5}{1,75 + j1,25 + 10} = 1,45 - j0,36 \text{ A}$$

4.26. Hallar las potencias aparente, activa y reactiva de una red constituida por una resistencia  $R$  de  $15 \Omega$ , una autoinducción  $L$  de  $0,2 \text{ H}$  y una capacidad  $C$  de  $30 \mu\text{F}$  conectadas en serie y alimentadas por un generador de  $220 \text{ V}$  y  $50 \text{ Hz}$ . Dibujar el diagrama vectorial de las potencias.

Solución:

$$X_L = \omega L = 62,8 \Omega \quad ; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = 106 \Omega$$

$$Z_{eq} = R + jX_L - jX_C = 15 + j62,8 - j106 = 15 - j43,2 \Omega$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_{\text{eq}}} = \frac{220}{15 - j43,2} = \frac{220(15 + j43,2)}{15^2 + 43,2^2} = \frac{3\,300 + j9\,504}{2\,091} = 1,6 + j4,5 \text{ A}$$

$$I = \sqrt{1,6^2 + 4,5^2} = 4,8 \text{ A} \quad ; \quad \varphi = \text{arc tg } \frac{4,5}{1,6} = 70^\circ$$

- Potencia aparente:  $P = EI = 220 \cdot 4,8 = 1\,055 \text{ VA}$ .
- Potencia activa:  $P_a = EI \cos \varphi = 220 \cdot 4,8 \cdot 0,34 = 361 \text{ W}$ .
- Potencia reactiva:  $P_r = EI \sin \varphi = 220 \cdot 4,8 \cdot 0,94 = 992 \text{ VAR}$ .

Diagrama vectorial de potencias:

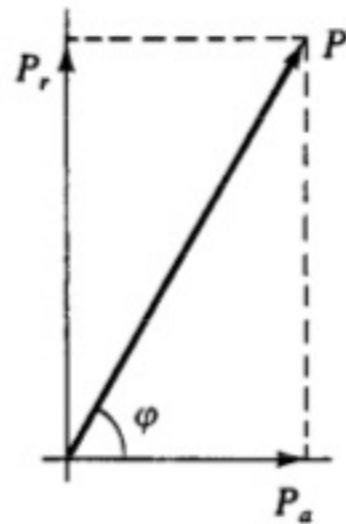


Figura 4.26.

- 4.27. ¿Cuál será la potencia disipada por la resistencia de  $10 \Omega$  del circuito de la Figura 4.20? (Problemas 4.21 y 4.25).

**Solución:** El módulo de la corriente  $\mathbf{I}_2 = 1,45 - j0,36 \text{ A}$  que circula por  $R_C$  será

$$I_2 = \sqrt{1,45^2 + 0,36^2} = 1,49 \text{ A}$$

Como se trata de una resistencia, no existe desfase entre la tensión y la corriente que circula por  $R_C$  y, por tanto, la potencia aparente  $P$  coincide con la potencia activa. El valor de la potencia reactiva  $P_r$  es cero:

$$P = P_a = I_2^2 R_C = 1,49^2 \cdot 10 = 22,32 \text{ VA o W}$$

- 4.28. Entre los extremos de una impedancia cuyo valor es  $\mathbf{Z} = 3 + j4$ , se aplica una ddp  $\mathbf{E} = 20 + j10 \text{ V}$ . Calcular las potencias aparente, activa y reactiva disipadas por la impedancia.

**Solución:** La corriente por  $\mathbf{Z} = 3 + j4$  será

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{20 + j10}{3 + j4} = 4 - j2 \text{ A}$$

El módulo y el desfase respecto al origen, situado en el eje positivo de abscisas, serán

$$I = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4,47 \text{ A} \quad ; \quad \varphi_1 = \text{arc tg } \frac{-2}{4} = -26,5^\circ$$

El módulo y el desfase (respecto al origen) de la tensión  $E$  valen

$$E = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22,36 \text{ V} \quad ; \quad \varphi_2 = \arctg \frac{10}{20} = 26,5^\circ$$

El desfase total entre la tensión  $E$  y la corriente  $I$  será

$$\varphi = |\varphi_1| + \varphi_2 = 26,5^\circ + 26,5^\circ = 53^\circ$$

- La potencia aparente será:  $P = EI = 22,36 \cdot 4,47 = 100 \text{ VA}$ .
- La potencia activa será:  $P_a = EI \cos \varphi = 100 \cdot \cos 53^\circ = 60 \text{ W}$ .
- La potencia reactiva será:  $P_r = EI \sin \varphi = 100 \cdot \sin 53^\circ = 80 \text{ VAR}$ .

La potencia total ( $P_T$ ), la consumida por la resistencia de  $25 \Omega$  ( $P_R$ ), la consumida por el condensador ( $P_C$ ) y la consumida por la bobina ( $P_B$ ), serán

$$P_a = I^2 \cdot 3 = 60 \text{ W} \quad ; \quad P_r = I^2 \cdot 4 = 80 \text{ VAR}$$

- 4.29.** Por un circuito serie formado por una resistencia  $R = 25 \Omega$ , un condensador de capacidad  $C = 10 \mu\text{F}$  y una bobina que tiene una resistencia de  $12 \Omega$  y un coeficiente de autoinducción  $L = 0,1 \text{ H}$ , circula una corriente de  $0,25 \text{ A}$  cuya frecuencia es de  $100 \text{ Hz}$ . Hallar: **a)** La potencia total consumida por el conjunto de los componentes. **b)** La potencia consumida por la resistencia de  $25 \Omega$ . **c)** La potencia consumida por el condensador. **d)** La potencia consumida por la bobina. **e)** El factor de potencia.

**Solución:**

La reactancia capacitiva vale:  $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 160 \Omega$ .

La reactancia inductiva vale:  $X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 0,1 = 63 \Omega$ .

La impedancia de la bobina será  $Z_B = \sqrt{R_B^2 + X_L^2} = \sqrt{12^2 + 63^2} = 64 \Omega$ .

La impedancia total del circuito vale:

$$Z_T = \sqrt{(R + R_B)^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(25 + 12)^2 + (63 - 160)^2} = 104 \Omega$$

La potencia total ( $P_T$ ), la consumida por la resistencia de  $25 \Omega$  ( $P_R$ ), la consumida por el condensador ( $P_C$ ) y la consumida por la bobina ( $P_B$ ), serán

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad P_T = 0,25^2 \cdot 104 = 6,5 \text{ VA} & \text{b)} \quad P_R = 0,25^2 \cdot 25 = 1,56 \text{ W} \\ \text{c)} \quad P_C = 0,25^2 \cdot 160 = 10 \text{ VAR} & \text{d)} \quad P_B = 0,25^2 \cdot 64 = 4 \text{ VA} \end{array}$$

La potencia disipada por la resistencia interna de la bobina será  $P_{R_B} = 0,25^2 \cdot 12 = 0,75 \text{ W}$ .

La potencia disipada por la autoinducción será  $P_L = 0,25^2 \cdot 63 = 3,9 \text{ VAR}$ .

La potencia aparente coincide con la potencia total:  $P = P_T = 6,5 \text{ VA}$ .

La potencia activa del conjunto será:  $P_a = P_R + P_{R_B} = 1,56 + 0,75 = 2,31 \text{ W}$ .

La potencia total reactiva será:  $P_r = P_C - P_L = 10 - 3,9 = 6,1 \text{ VAR}$ .

e) Por último, el  $\cos \varphi$  será  $\cos \varphi = \frac{P_a}{P} = \frac{2,31}{6,5} = 0,35$ ;  $\varphi = 69^\circ$ .

- 4.30. Un motor de 10 CV tiene un rendimiento del 85 % y un factor de potencia  $\cos \varphi = 0,8$ , y se conecta a una red de 220 V/50 Hz. Calcular la capacidad que es necesario colocar en paralelo para compensar el desfase entre la corriente y la tensión.

**Solución:**

La potencia útil del motor, expresada en vatios, será:  $P_u = 10 \cdot 736 = 7\,360$  W.

La potencia absorbida será  $P_a = \frac{P_u}{\eta} = \frac{7\,360}{0,85} = 8\,658,8$  W.

La potencia aparente será  $P = \frac{P_a}{\cos \varphi} = \frac{8\,658,8}{0,8} = 10\,823,5$  VA.

La corriente (el módulo) absorbida será  $I = \frac{P}{E} = \frac{10\,823,5}{220} = 49,19$  A.

La componente reactiva de la corriente vale:  $I_r = I \sin \varphi = 49,19 \cdot 0,6 = 29,5$  A.

La reactancia capacitiva capaz de absorber esa corriente será  $Z_c = \frac{220 \text{ V}}{29,5} = 7,45 \Omega$ .

El valor de la capacidad será  $C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 7,45} = 427 \mu\text{F}$ .

- 4.31. En el circuito de la Figura 4.5  $E = 100$  mV,  $R = 0,5 \Omega$ ,  $L = 0,1$  mH y  $C = 50 \mu\text{F}$ . Calcular la frecuencia de resonancia  $f_0$ , la corriente máxima por el circuito y la ddp en la autoinducción cuando el circuito resuena.

**Solución:**

$$\bullet \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-6}}} = 14\,142 \text{ rad/s.}$$

$$\bullet f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{14\,142}{2\pi} = 2\,250 \text{ Hz.}$$

$$\bullet I_0 = \frac{E}{R} = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ mA.}$$

$$\bullet V_{L_0} = \omega_0 L \frac{E}{R} = 14\,142 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 200 = 282,84 \text{ mV.}$$

- 4.32. Los elementos del problema anterior se conectan en paralelo, tal como aparecen en la Figura 4.8. Hallar con esta configuración la impedancia, la corriente que circula por el circuito y el factor de calidad, todo ello cuando el circuito entra en resonancia.

**Solución:**

$$\bullet Z_0 = \frac{L}{RC} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 4 \Omega.$$

$$\bullet I_0 = \frac{ERC}{L} = \frac{100 \cdot 0,5 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 10^{-3}} = 25 \text{ mA.}$$

$$\bullet Q = \omega_0 \frac{L}{R} = 14\,142 \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 2,82.$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 4.33. El valor eficaz de una tensión alterna senoidal es de 120 V y su frecuencia de 50 Hz. Calcular los valores máximo e instantáneo transcurrida una octava parte del período.

**Solución:**  $E_{\text{máx}} = 169,7 \text{ V}$ ,  $e_1 = 120 \text{ V}$ .

- 4.34. Una tensión alterna cuya frecuencia es de 50 Hz tiene un valor eficaz de 380 V. Calcular: a) El valor instantáneo para los siguientes valores de  $\alpha$ :  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $210^\circ$ ,  $240^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $300^\circ$  y  $330^\circ$ . b) El valor de la pulsación  $\omega$ . c) El valor de la corriente máxima cuando se aplica a una resistencia de  $300 \Omega$ .

**Solución:** a) 268,7 V; 465,4 V; 537,4 V; 465,4 V; 268,7 V; 0 V; -268,7 V; -465,4 V; -537,4 V; -268,7 V; b)  $\omega = 314,16 \text{ rad/s}$ ; c)  $I_{\text{máx}} = 1,79 \text{ A}$ .

- 4.35. A una bobina cuyo coeficiente de autoinducción  $L = 10 \text{ mH}$ , se le aplica una ddp de 220 V y 50 Hz. Hallar: a) La reactancia inductiva. b) La intensidad eficaz que circula por la bobina. c) La intensidad máxima. d) El período y la pulsación.

**Solución:** a)  $X_L = 3,14 \Omega$ ; b)  $I_{\text{ef}} = 70 \text{ A}$ ; c)  $I_{\text{máx}} = 99 \text{ A}$ ; d)  $T = 0,02 \text{ s}$ ,  $\omega = 314 \text{ rad/s}$ .

- 4.36. En un circuito constituido por un condensador de  $10 \mu\text{F}$  y un generador de ca de 127 V/60 Hz, calcular: a) La reactancia capacitiva. b) La corriente máxima. c) El período.

**Solución:** a)  $X_C = 265,2 \Omega$ ;  
b)  $I_{\text{máx}} = 0,68 \text{ A}$ ;  
c)  $T = 0,016 \text{ s}$ .

- 4.37. Suponiendo que en el circuito de la Figura 4.10 (Problema 4.7) el valor de la resistencia es de  $100 \text{ k}\Omega$  y el coeficiente de autoinducción de la bobina 1 H, y que al conjunto le aplicamos una tensión alterna de 100 mV y 500 KHz, calcular la ddp en cada elemento y el desfase entre la tensión y la corriente.

**Solución:**  $V_L = 0,0998 \text{ V}$ ;  $V_R = 3,18 \text{ mV}$ ;  
 $\varphi = 88^\circ$ .

- 4.38. A una red formada por un condensador de  $20 \mu\text{F}$  en serie con una resistencia de  $100 \text{ k}\Omega$ , se aplica una tensión alterna de 100 V y 20 KHz. Hallar la ddp en cada componente y el ángulo de desfase entre la tensión y la corriente.

**Solución:**  $V_R = 100 \text{ V}$ ;  $V_C = 0,39 \text{ mV}$ ;  
 $\varphi \approx 90^\circ$ .

- 4.39. El circuito de la antena de un receptor está formado por una resistencia de  $10 \text{ k}\Omega$ , una autoinducción de  $10 \mu\text{H}$  y una capacidad de  $100 \text{ pF}$ , conectadas en serie. Sabiendo que trabaja en la banda de VHF (frecuencias comprendidas entre 30 y 300 MHz) con señales de pico ( $E_{\text{máx}}$ ) de 5 mV. Calcular: a) Los valores máximo y mínimo de la impedancia de la antena. b) La intensidad máxima por el circuito y la potencia activa máxima.

**Solución:** a)  $Z_{\text{máx}} = 21,28 \text{ k}\Omega$ ;  
 $Z_{\text{mín}} = 10,16 \text{ k}\Omega$ ;  
 b)  $I_{\text{máx}} = 0,49 \text{ }\mu\text{A}$ ;  
 $P_a = 1,7 \text{ nW}$ .

4.40. ¿Cuál será la impedancia de una resistencia  $R$  de  $500 \text{ }\Omega$  y una autoinducción  $L$  de  $0,3 \text{ H}$  conectadas en serie a un generador de ca cuya frecuencia es de  $50 \text{ c/s}$ ? Expresar el valor en forma binómica y en forma polar.

**Solución:**  $Z = 500 + j94 \text{ }\Omega$ ;  
 $Z = 508,8 \angle 10,7^\circ$ .

4.41. Dados un condensador de capacidad  $C = 5 \text{ }\mu\text{F}$  y una resistencia  $R = 400 \text{ }\Omega$  conectados en paralelo, expresar en forma binómica la impedancia equivalente para una frecuencia de  $50 \text{ Hz}$ . Calcular el módulo y el ángulo de desfase.

**Solución:**  $Z = 400 - j636$ ;  $Z = 752 \text{ }\Omega$ ;  
 $\varphi = -57,8^\circ$ .

4.42. Hallar el coeficiente de autoinducción de una bobina cuya reactancia inductiva es de  $500 \text{ }\Omega$  a una frecuencia de  $1\,000 \text{ c/s}$ .

**Solución:**  $L = 80 \text{ mH}$ .

4.43. Calcular la reactancia inductiva  $X_L$  que debe conectarse en serie con una  $R = 80 \text{ }\Omega$  para obtener un desfase de  $30^\circ$  entre la tensión aplicada y la corriente.

**Solución:**  $X_L = 46 \text{ }\Omega$ .

4.44. Dado el módulo de una impedancia  $Z = 12 \text{ }\Omega$  y el ángulo que forma con el eje de abscisas  $\varphi = -30^\circ$ , expresar  $Z$  en forma binómica.

**Solución:**  $Z = 10 - j6$ .

4.45. ¿A qué frecuencia tendrá una bobina cuyo coeficiente de autoinducción  $L = 5 \text{ H}$ , una reactancia  $X_L = 1\,000 \text{ }\Omega$ ? ¿Para qué frecuencia tendrá el mismo valor la reactancia capacitiva  $X_C$  de un condensador cuya capacidad  $C = 5 \text{ }\mu\text{F}$ ?

**Solución:**  $f = 31,83 \text{ Hz}$ .

4.46. ¿Cuál es la reactancia de un condensador de  $100 \text{ kpF}$  para: a)  $1 \text{ c/s}$ . b)  $5 \text{ Kc/s}$ . c)  $1 \text{ Mc/s}$ ?

**Solución:** a)  $1\,591\,549 \text{ }\Omega$ ; b)  $318 \text{ }\Omega$ ;  
 c)  $1,6 \text{ }\Omega$ .

4.47. Un circuito de sintonía de una radio está formado por una  $R = 50 \text{ }\Omega$  en serie con un condensador. A  $100 \text{ Hz}$  la impedancia es el doble que a  $300 \text{ Hz}$ . ¿Cuál es la capacidad del condensador?

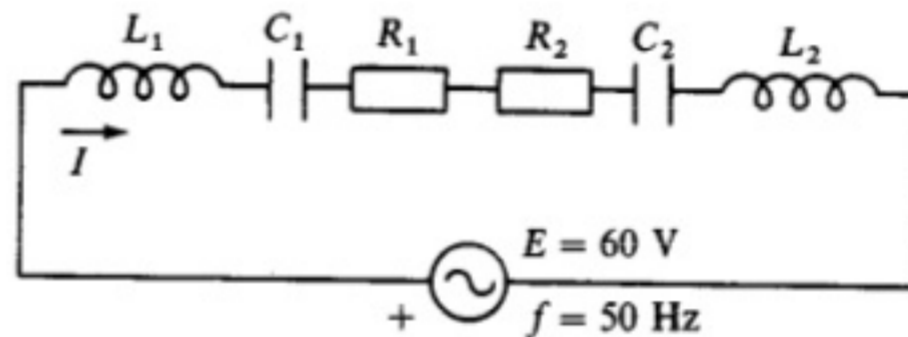
**Solución:**  $C = 14 \text{ }\mu\text{F}$ .

4.48. En el circuito de la Figura 4.5,  $R = 100 \text{ }\Omega$ ,  $L = 0,2 \text{ H}$  y  $C = 0,04 \text{ }\mu\text{F}$ : a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia? b) Si el condensador puede soportar una tensión máxima de  $300 \text{ V}$ , ¿cuál será el valor eficaz máximo del generador a la frecuencia de resonancia?

**Solución:** a)  $f_0 = 1\,780 \text{ Hz}$ ;  
 b)  $E_{\text{máx}} = 60 \text{ V}$ .

4.49. En el circuito de la Figura 4.27, calcular la impedancia y la corriente.

**Solución:**  $Z = 12 + j6,76 \text{ }\Omega$ ;  
 $I = 3,8 - j2,14 \text{ A}$ .



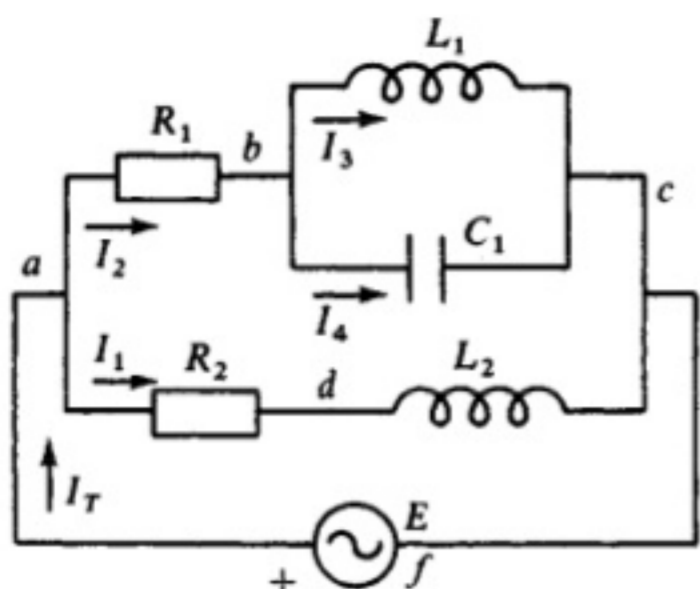
$L_1 = 0,0382 \text{ H}$   
 $L_2 = 6,3 \text{ mH}$   
 $C_1 = 7,9 \times 10^{-4} \text{ F}$   
 $C_2 = 1 \text{ mF}$   
 $R_1 = 6 \text{ }\Omega$   
 $R_2 = 6 \text{ }\Omega$

Figura 4.27.

4.50. Hallar la  $Z_{\text{eq}}$ , la corriente total  $I_T$ , las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$  y las ddp  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{ad}$  y  $V_{dc}$  en el circuito de la Figura 4.28. Dibujar el diagrama vectorial.

**Solución:**

$Z_{eq} = 1,2 + j2,2 \Omega$ ;  $I_T = 19 - j35 \text{ A}$ ;  
 $I_1 = 9 - j15 \text{ A}$ ;  $I_2 = 10 - j20 \text{ A}$ ;  
 $I_3 = 20 - j40 \text{ A}$ ;  $I_4 = -10 + j20 \text{ A}$ ;  
 $V_{ab} = 20 - j40 \text{ V}$ ;  $V_{bc} = 80 + j40 \text{ V}$ ;  
 $V_{ad} = 26 - j45 \text{ V}$ ;  $V_{dc} = 74 + j45 \text{ V}$ .

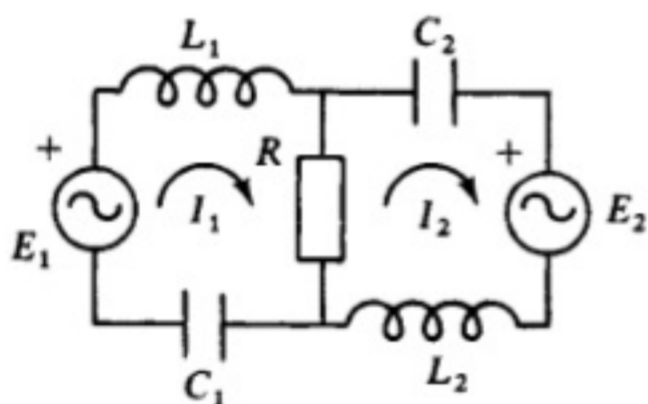


$E = 100 \text{ V}$        $R_1 = 2 \Omega$   
 $f = 50 \text{ Hz}$        $R_2 = 3 \Omega$   
                      $X_{L1} = 2 \Omega$   
                      $X_{L2} = 5 \Omega$   
                      $X_{C1} = 4 \Omega$

**Figura 4.28.**

**4.51.** Aplicar el método de las mallas para calcular las intensidades  $I_1$  e  $I_2$  en el circuito de la Figura 4.29.

**Solución:**  $I_1 = 2,4 - j3,2 \text{ A}$ ;  
 $I_2 = -(0,96 + j2,72) \text{ A}$ .

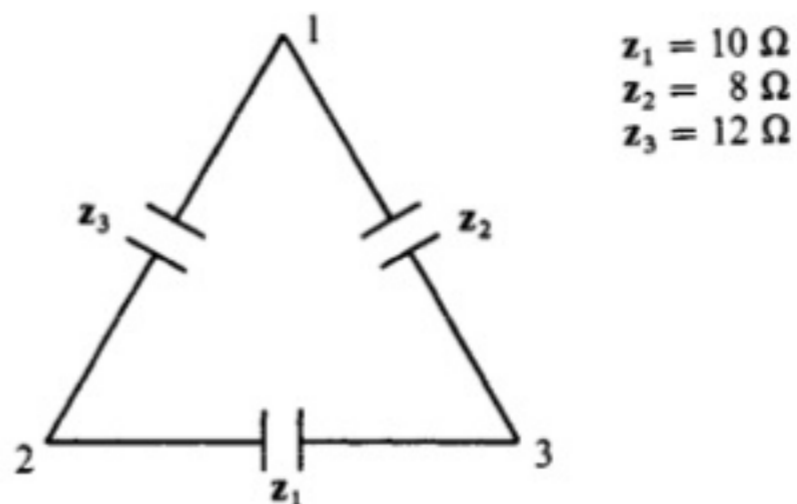


$E_1 = 40 \text{ V/50 Hz}$        $R = 10 \Omega$        $X_{C1} = 2 \Omega$   
 $E_2 = 20 \text{ V/50 Hz}$        $X_{L1} = 4 \Omega$        $X_{C2} = 1 \Omega$   
                                      $X_{L2} = 6 \Omega$

**Figura 4.29.**

**4.52.** Transformar el triángulo de la Figura 4.30 en una estrella equivalente.

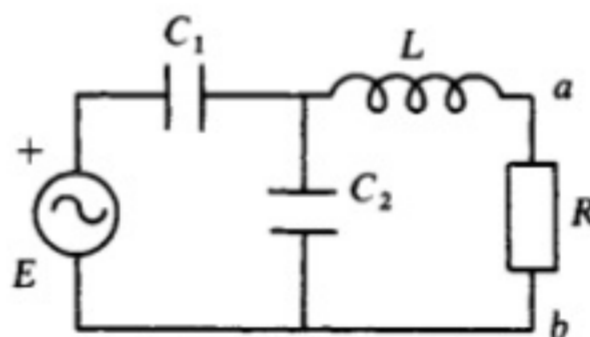
**Solución:**  $Z_1 = -j3,2 \Omega$ ;  $Z_2 = -j4 \Omega$ ;  
 $Z_3 = -j2,6 \Omega$ .



**Figura 4.30.**

**4.53.** Calcular el generador de Thevenin equivalente del circuito de la Figura 4.31 entre los puntos  $a$  y  $b$ . ¿Cuál es el valor de la corriente por la resistencia  $R$ ?

**Solución:**  $E_T = 45,83 \text{ V}$ ;  $Z_i = j0,2 \Omega$ ;  
 $I_R = 1,146 \text{ A}$ .



$E = 110 \text{ V/50 Hz}$        $X_L = 6 \Omega$   
 $X_{C1} = 14 \Omega$                $R = 40 \Omega$   
 $X_{C2} = 10 \Omega$

**Figura 4.31.**

**4.54.** Por el motor de una aspiradora conectada a 220 V/50 Hz circula una corriente de 0,8 A; el factor de potencia  $\cos \phi = 0,75$ . Hallar la energía consumida en 15 min.

**Solución:**  $W = 118 800 \text{ J} = 0,033 \text{ Kwh}$ .



- 4.55. El circuito de la Figura 4.32 está formado por una resistencia de  $3\text{ k}\Omega$ , una autoinducción de  $0,4\text{ H}$  y un condensador de  $100\text{ KpF}$ . El generador proporciona una tensión de  $60\text{ V}/20\text{ KHz}$ . Calcular la ddp en cada elemento, las potencias y la frecuencia de resonancia.

**Solución:**

$$V_R = 3,6\text{ V}; V_L = 60,2\text{ V}; V_C = 0,03\text{ V};$$

$$P = 0,072\text{ VA}; P_a = 0,0043\text{ W};$$

$$P_r = 0,071\text{ VAR}; f_0 = 795\text{ Hz}.$$

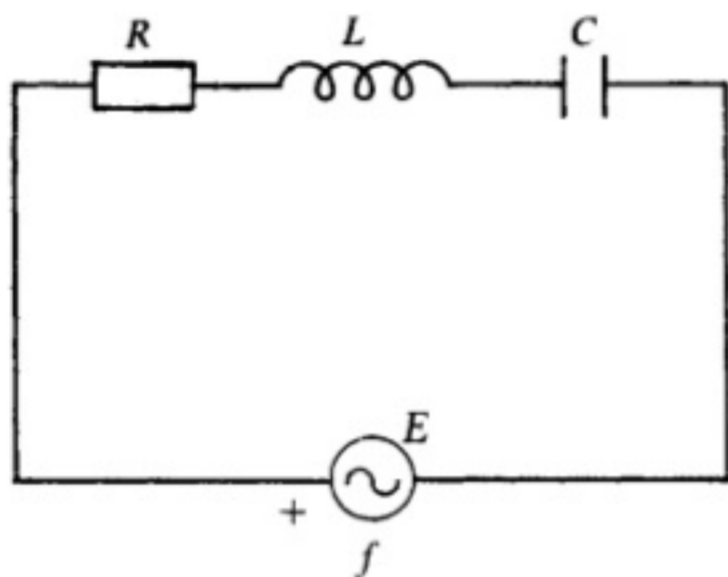


Figura 4.32.

- 4.56. Suponiendo que los valores del circuito de la Figura 4.32 son:  $R = 22\text{ k}\Omega$ ;  $L = 3\text{ mH}$ ;  $C = 200\text{ pF}$ ;  $E = 100\text{ mV}$  y  $f = 1\text{ MHz}$ . Hallar:  $V_R$ ,  $V_L$ ,  $V_C$ ,  $P$ ,  $P_a$ ,  $P_r$  y  $f_0$ .

**Solución:**

$$V_R = 76\text{ mV}; V_L = 65\text{ mV}; V_C = 2,7\text{ mV};$$

$$P = 0,346 \cdot 10^{-3}\text{ VA}; P_a = 0,26 \cdot 10^{-3}\text{ W};$$

$$P_r = 0,225 \cdot 10^{-3}\text{ VAR}.$$

- 4.57. La impedancia de entrada de una instalación industrial es  $Z = 2 + j2\ \Omega$ . Calcular la impedancia del condensador que hay que conectar en paralelo con la en-

trada de dicha instalación para que el factor de potencia sea  $0,9$ .

**Solución:**  $Z_C = 2,7 \angle -25^\circ\ \Omega$ .

- 4.58. Un motor de ca conectado a una red de  $220\text{ V}/50\text{ Hz}$  consume una potencia reactiva de  $1\ 500\text{ VAR}$  y el factor de potencia es de  $0,5$ . Hallar la capacidad del condensador que es necesario colocar en paralelo para que el factor de potencia tenga un valor de  $0,9$ .

**Solución:**  $C = 71\ \mu\text{F}$ .

- 4.59. Un motor de ca consume una potencia de  $1\ 000\text{ W}$  con un factor de potencia de  $0,6$ . ¿Qué capacidad será necesario poner en paralelo para conseguir un factor de potencia igual a la unidad? La tensión de la red es de  $220\text{ V}/50\text{ Hz}$ .

**Solución:**  $C = 87\ \mu\text{F}$ .

- 4.60. Calcular las corrientes que circulan por las mallas del circuito de la Figura 4.33. Comprobar que la suma de las potencias disipadas por las resistencias coincide con la suma de las generadas.

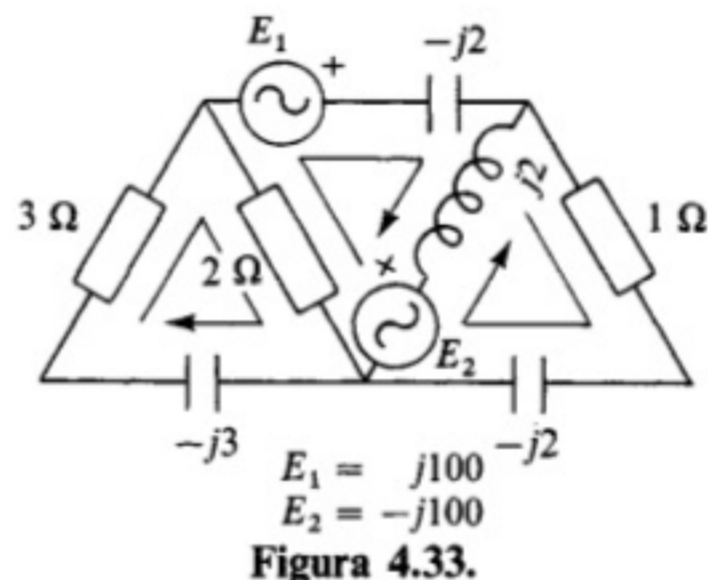


Figura 4.33.

**Solución:**

$$I_1 = 3,2 + j17,6; I_2 = 34,4 + j39,2;$$

$$I_3 = -78,4 - j31,2; P_a = 5\ 480\text{ W}.$$

# CAPITULO 5

## Acoplamiento de bobinas

### 5.1. AUTOINDUCCION

Si la corriente que circula por una bobina varía en el tiempo, también lo hace su flujo magnético, induciéndose en ella una fuerza electromotriz que denominaremos autoinducida. Esta fem es proporcional a la corriente que circula por la bobina.

$$E_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

En la anterior ecuación,  $L$  es una constante que se define como la autoinducción de la bobina. Esta magnitud se mide en Henrios (H), que es el coeficiente de autoinducción que posee una bobina en la que se induce una fem de un voltio cuando la corriente en la misma varía a razón de un amperio por segundo.

En las bobinas también se cumple que:

$$E_L = N \frac{d\Phi}{dt}$$

igualando las anteriores ecuaciones se obtiene

$$L \frac{di}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt}$$

luego

$$L = N \cdot \frac{d\Phi}{di} \quad (5.1)$$

En el caso de que la bobina tenga núcleo de aire la ecuación será

$$L = N \cdot \frac{\Phi}{i} \quad (5.2)$$

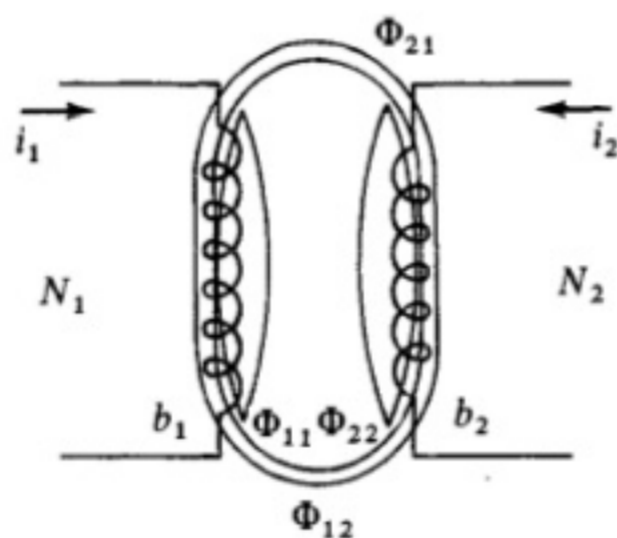
**Tabla 5.1.** Unidades más empleadas en autoinducción e inducción

Unidades MKS		Magnitud
1 Henrio (H)	$\frac{V \cdot S}{A}$	Autoinducción (L)
1 Henrio (H)	$\frac{Wb}{A}$	Inducción mutua (M)
1 Weber (Wb)	V · S	Inducción magnética (B)
1 Tesla (T)	$\frac{Wb}{m^2}$	Flujo magnético (Φ)

### 5.2. INDUCCION MUTUA

El diagrama de la Figura 5.1 representa dos bobinas. Si por la bobina 1 circula una corriente  $i_1$  variable con el tiempo, se establece un flujo magnético  $\Phi_1$ . Una parte de este flujo atraviesa solamente la bobina 1, perdiéndose después en el espacio, este flujo recibe el nombre de flujo de dispersión  $\Phi_{11}$ . El flujo restante  $\Phi_{12}$  es el que atraviesa también la bobina 2.

- $\Phi_1$  flujo total que atraviesa la bobina 1.
- $\Phi_{12}$  flujo de la bobina 1 que atraviesa la bobina 2.
- $\Phi_2$  flujo total que atraviesa la bobina 2.
- $\Phi_{21}$  flujo de la bobina 2 que atraviesa la bobina 1.
- $\Phi_{11}$  flujo de dispersión de la bobina 1.
- $\Phi_{22}$  flujo de dispersión de la bobina 2.



**Figura 5.1.** Bobinas acopladas a sus flujos.

La tensión inducida en la bobina 2 viene dada de acuerdo con la ley de Faraday por

$$E_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

además esta tensión será proporcional a la intensidad que circula por la bobina 1, por tanto,

$$E_2 = M \frac{di_1}{dt}$$

donde  $M$  es una constante de proporcionalidad que se denomina *coeficiente de inducción mutua* entre las dos bobinas. Relacionando las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = M \frac{di_1}{dt}$$

por tanto,

$$M = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1}$$

o también

$$M = N_2 \frac{\Phi_{12}}{i_1} \quad (5.3)$$

si el acoplamiento se hace en medio lineal (aire).

El coeficiente de inducción mutua de la bobina 2 sobre la 1 de igual forma será

$$M = N_1 \cdot \frac{d\Phi_{21}}{di_2} \quad \text{o también} \quad M = N_1 \cdot \frac{\Phi_{21}}{i_2} \quad (5.4)$$

### 5.3. COEFICIENTE DE ACOPLLO $k$

El coeficiente de acoplamiento entre dos bobinas montadas sobre un mismo núcleo se define como el grado de transferencia de flujo magnético entre la bobina inductora y la inducida. En la Figura 5.1 el coeficiente de acoplamiento será

$$k = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2} = \frac{M \cdot i_2 / N_1}{L_2 \cdot i_2 / N_2} = \frac{N_2 \cdot M}{N_1 \cdot L_2} \quad (5.5)$$

y también

$$k = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{M \cdot i_1 / N_2}{L_1 \cdot i_1 / N_1} = \frac{N_1 \cdot M}{N_2 \cdot L_1} \quad (5.6)$$

Multiplicando ambas ecuaciones se puede llegar a la siguiente relación:

$$M^2 = k^2 L_1 L_2$$

de donde

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (5.7)$$

### 5.4. REGLA DE LOS PUNTOS PARA BOBINAS CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO

Para representar el sentido relativo de los flujos que se producen en una pareja de bobinas, sin necesidad de representar los sentidos de sus arrollamientos, en cada bobina se marca un punto en los terminales que tienen la misma polaridad instantánea, considerando esto solamente a efectos de inducción mutua.

En la Figura 5.2 se indica el convenio antes indicado.

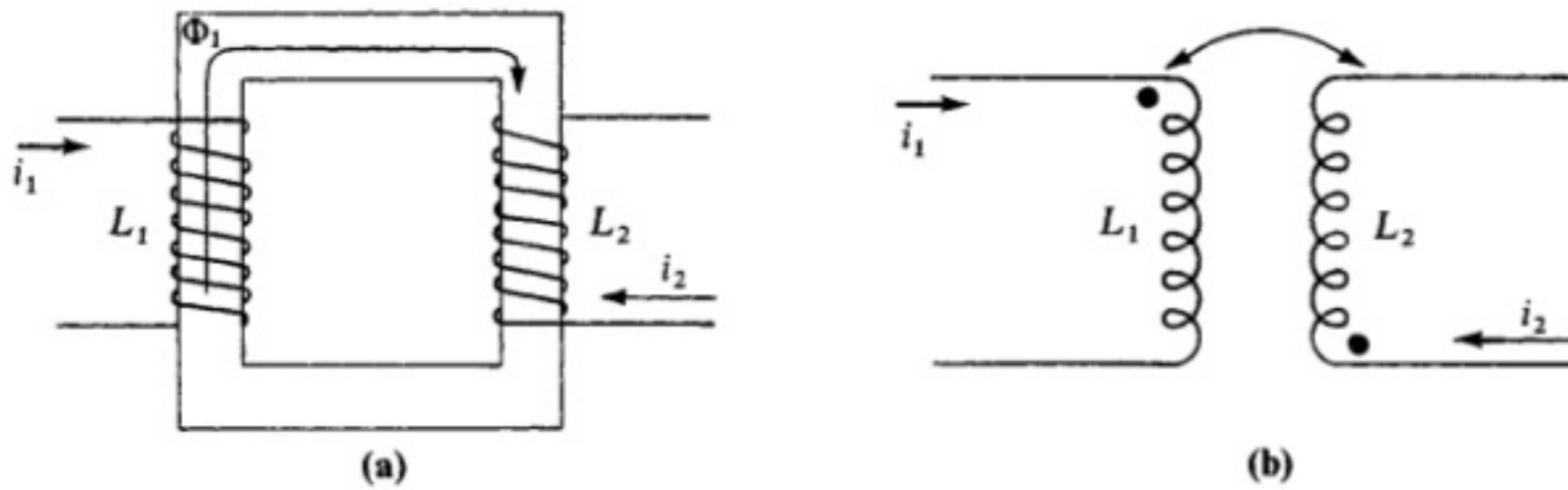


Figura 5.2. a) Representación de bobinas acopladas con el sentido de giro de las bobinas. b) Símbolo empleado para la representación de las bobinas indicando la misma polaridad instantánea.

Cuando en dos bobinas acopladas magnéticamente las corrientes que por ellas circulan entran (o salen), en ambas bobinas, por terminales marcados con un punto, los efectos de sus campos magnéticos se suman. Si por el contrario la corriente entra por un terminal con punto en una de las bobinas y sale en la otra bobina por un terminal con punto, los efectos de sus campos magnéticos son opuestos y se restan.

### 5.5. ANALISIS DE CIRCUITOS CON BOBINAS ACOPLADAS MAGNETICAMENTE

Cuando se analiza un circuito en el que existen bobinas acopladas magnéticamente, a la impedancia de las bobinas debida a su autoinducción se une un nuevo término que corresponde a la impedancia creada por el coeficiente de inducción mutua de cada bobina sobre la otra:

$$M \cdot \frac{d(i)}{d(t)}$$

Este término se suma o se resta, dependiendo de que el sentido de la corriente en cada bobina, por los terminales de la misma polaridad instantánea (terminales con punto), sea el mismo o el contrario.

Teniendo en cuenta lo anterior, en el circuito de la Figura 5.3, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$E_1 = i_1 \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{d(i_1)}{d(t)} - M \cdot \frac{d(i_2)}{d(t)}$$

$$E_2 = i_2 \cdot R_2 + L_2 \cdot \frac{d(i_2)}{d(t)} - M \cdot \frac{d(i_1)}{d(t)}$$

El término  $M \cdot \frac{d(i)}{d(t)}$  en la ecuación anterior se puso negativo, por no ser igual en ambas bobinas el sentido de circulación de la corriente por los terminales marcados con el punto. En caso de haberlo sido, lo habríamos puesto con signo positivo.

Las ecuaciones anteriores, mediante el empleo del operador «j», se transforman en:

$$E_1 = i_1 \cdot R_1 + j\omega L_1 \cdot i_1 - j\omega M \cdot i_2 \quad (5.9)$$

$$E_2 = i_2 \cdot R_2 + j\omega L_2 \cdot i_2 - j\omega M \cdot i_1 \quad (5.10)$$

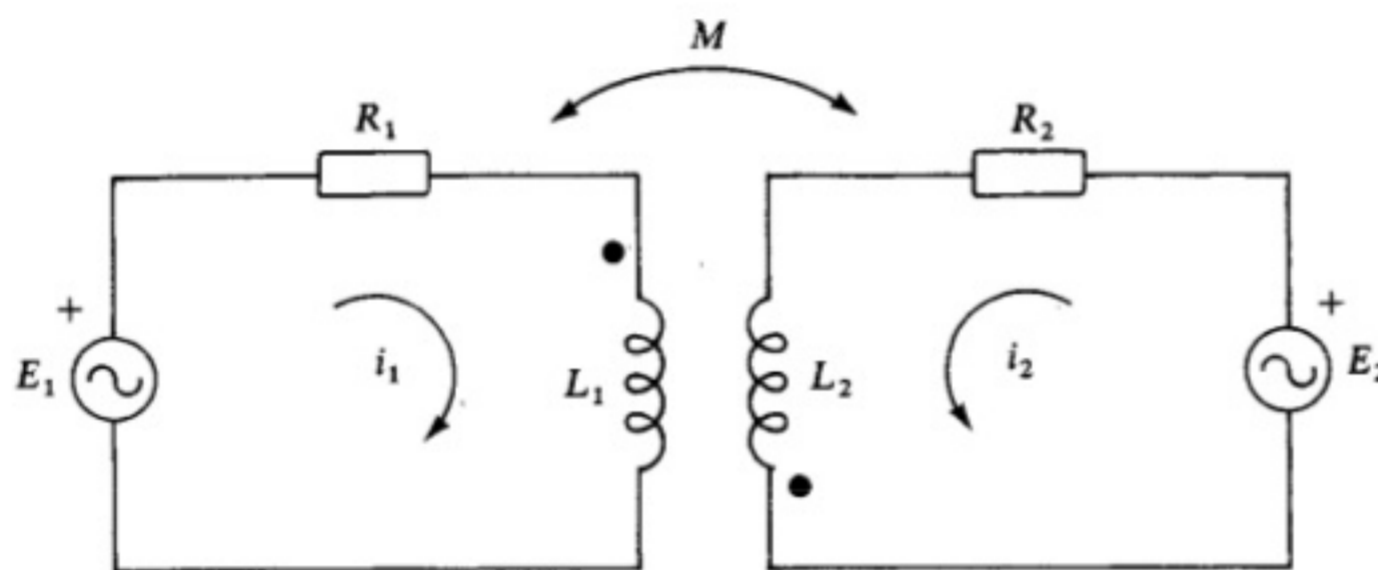


Figura 5.3. Análisis de circuitos con bobinas acopladas.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 5.1. En un conjunto de bobinas acopladas, la bobina  $L_1$  posee una autoinducción de 1 H y la bobina  $L_2$  de 0,5 H, sabiendo que su coeficiente de acoplamiento es de  $k = 0,8$ , calcular: **a)** El valor de la inducción mutua  $M$ . **b)** La relación entre el número de espiras.

**Solución:**

- a)** Empleando la relación (5.7) tendremos:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = 0,8 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,5} = 0,56 \text{ H}$$

b) Aplicando ahora la relación (5.6) y sustituyendo valores de obtiene:

$$k = \frac{N_1 \cdot M}{N_2 \cdot L_1} \quad ; \quad \frac{N_1}{N_2} = k \cdot \frac{L_1}{M} = \frac{0,8 \cdot 1}{0,56} = 1,428$$

5.2. Por la bobina 1 del circuito de la Figura 5.1 circula una intensidad de 5 A. Sabiendo que el valor del flujo magnético por ella creado y que atraviesa la bobina 2 es de  $4 \cdot 10^{-4}$  Wb y su flujo de dispersión de  $2 \cdot 10^{-2}$  Wb. Calcular el valor de  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  y  $k$  teniendo en cuenta que el número de espiras de ambas bobinas es:  $N_1 = 500$  y  $N_2 = 1\,500$ .

**Solución:** El flujo total creado por la bobina 1 será

$$\Phi_1 = \Phi_{12} + \Phi_{11} = 4 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Aplicando la relación (5.2) para obtener la autoinducción de la bobina 1 se tendrá

$$L_1 = N_1 \cdot \frac{\Phi_1}{i_1} \quad ; \quad L_1 = 500 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-4}}{5} = 0,06 \text{ H}$$

Por otra parte, según la relación (5.6) el coeficiente de acoplo entre ambos bobinados será

$$k = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,66$$

El valor del coeficiente de inducción mutua lo obtendremos con la relación (5.3):

$$M = N_2 \cdot \frac{\Phi_{12}}{i_1} = 1\,500 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-4}}{5} = 0,12 \text{ H}$$

Por último, despejando  $L_2$  de la relación (5.7) se calcula este valor:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad ; \quad L_2 = \left( \frac{M}{k} \right)^2 / L_1 = \left( \frac{0,12}{0,66} \right)^2 / 0,06 = 0,55 \text{ H}$$

5.3. Calcular la impedancia total que presentan dos bobinas  $L_1$  y  $L_2$  conectadas en serie y montadas sobre un mismo núcleo, de forma que estén acopladas magnéticamente. El cálculo se realizará en los dos siguiente casos: a) La corriente entra en ambas bobinas por los terminales correspondientes (señalados en los esquemas por un punto). b) La corriente no entra en ambas bobinas por terminales correspondientes.

**Solución:** Apartado a) La impedancia de la bobina  $L_1$  debida a su autoinducción valdrá

$$X_{L_1} = \omega \cdot L_1 \cdot j$$

de igual forma la de la bobina  $L_2$  se calcula:

$$X_{L_2} = \omega \cdot L_2 \cdot j$$

Si la corriente entra en ambas bobinas por terminales correspondientes, la inducción mutua que se produce por estar acopladas magnéticamente, genera una impedancia mutua de valor:

$$Z_M = \omega \cdot M \cdot j$$

Dado que dicha impedancia mutua es producida en la bobina 1 por la 2 y en la bobina 2 por la 1, el valor de la impedancia total debida a este efecto será

$$2 \cdot Z_M = 2 \cdot \omega \cdot M \cdot j$$

Por último, podremos decir que la impedancia total del conjunto es la suma de cada una de las impedancias anteriormente enunciadas:

$$Z_{\text{serie}} = X_{L_1} + X_{L_2} + 2 \cdot Z_M = \omega \cdot L_1 \cdot j + \omega \cdot L_2 \cdot j + 2 \cdot \omega \cdot M \cdot j$$

Apartado b) Es similar al anterior, sólo que ahora los efectos de la inducción mutua se restan debido a que al entrar la corriente en ambas bobinas por terminales opuestos (no correspondientes), los efectos de sus campos magnéticos se restan debilitando la impedancia del conjunto, luego dicha impedancia valdrá

$$Z_{\text{serie}} = X_{L_1} + X_{L_2} - 2 \cdot Z_M = \omega \cdot L_1 \cdot j + \omega \cdot L_2 \cdot j - 2 \cdot \omega \cdot M \cdot j$$

$$Z_{\text{serie}} = \omega \cdot (L_1 + L_2 - 2M) \cdot j$$

- 5.4. En el circuito de la Figura 5.4, calcular el valor de la impedancia total que se opone al generador.

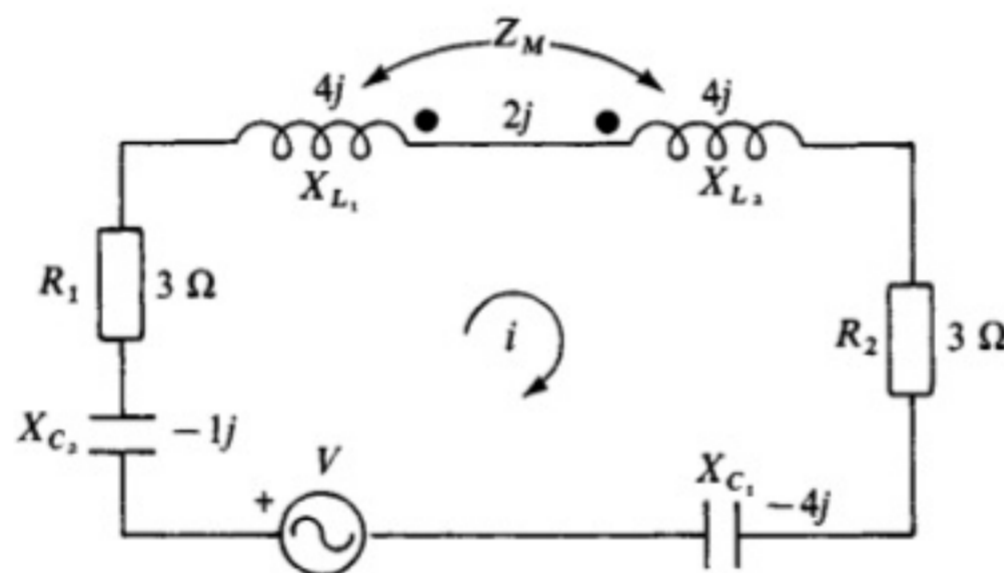


Figura 5.4.

**Solución:** El circuito antes citado nos da ya calculados los valores de las impedancias de cada uno de sus elementos, indicando incluso el valor de la impedancia debida al acoplamiento mutuo de las dos bobinas. Resta, por tanto, realizar adecuadamente la suma de dichas impedancias, ya que todas están conectadas en serie.

La ecuación teórica del resultado será

$$Z_T = X_{C_2} + R_1 + X_{L_1} + X_{L_2} - 2Z_M + R_2 + X_{C_1}$$

donde la impedancia debida a la inducción mutua se pone en la ecuación restando, ya que la corriente entra en dichas bobinas por terminales no correspondientes. Sustituyendo, por último, valores queda:

$$Z_T = -1j + 3 + 4j + 4j - 2 \cdot 2j + 3 - 4j = (6 - 1j) \Omega$$



5.5. Obtener la intensidad que circula por el circuito de la Figura 5.5. Asimismo se calculará el valor del condensador  $C_1$  para que presente la reactancia de  $(-4j) \Omega$ .

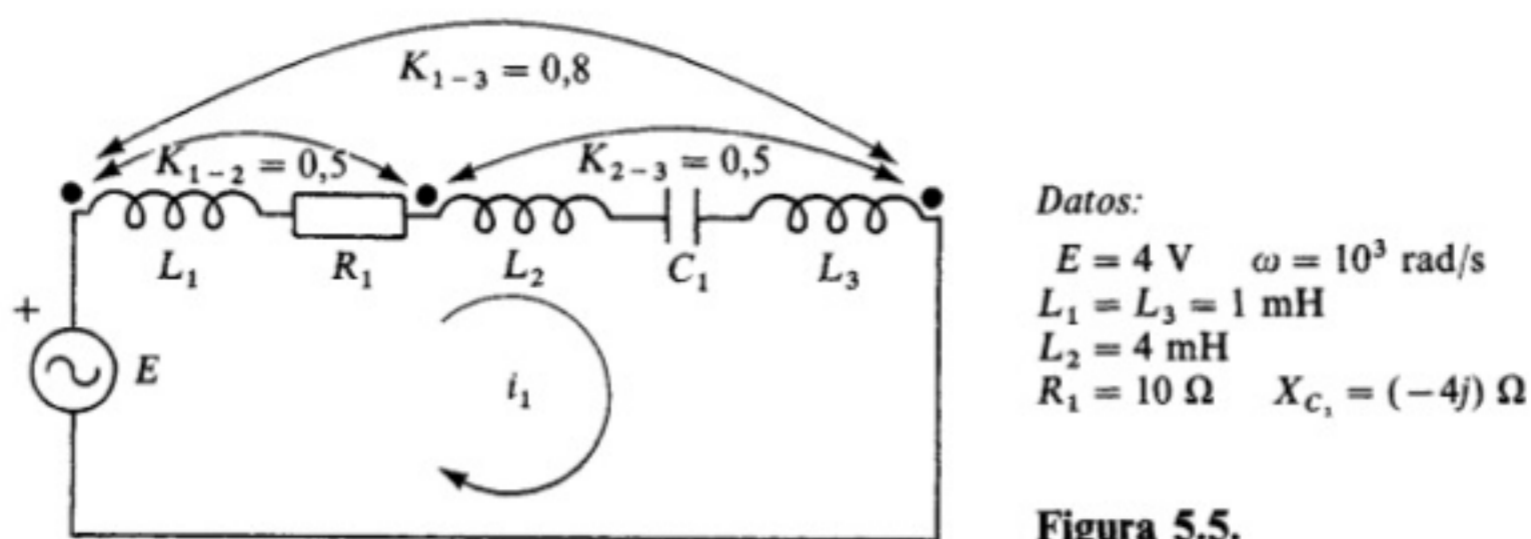


Figura 5.5.

**Solución:** Obtendremos en primer lugar la ecuación del circuito indicado, que está formado por una sola malla:

$$E = i_1 \cdot [R_1 + X_{C_1} + X_{L_1} + X_{L_2} + X_{L_3} + 2 \cdot Z_{M_{1-2}} - 2 \cdot Z_{M_{2-3}} - 2 \cdot Z_{M_{1-3}}]$$

Seguidamente calculemos los valores de cada una de las impedancias que en él intervienen:

- Impedancias de las bobinas debidas a su autoinducción:

$$\begin{aligned} X_{L_1} &= \omega \cdot L_1 \cdot j = 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot j = 1j \ (\Omega) \\ X_{L_2} &= \omega \cdot L_2 \cdot j = 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot j = 4j \ (\Omega) \\ X_{L_3} &= \omega \cdot L_3 \cdot j = 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot j = 1 \cdot j \ (\Omega) \end{aligned}$$

- Impedancias debidas a la inducción mutua por acoplamiento magnético: Dado que no poseemos los coeficientes de inducción mutua  $M$ , deberemos calcularlos previamente, empleando la relación (5.7):

$$\begin{aligned} M_{1-2} &= k_{1-2} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = 0,5 \cdot \sqrt{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 10^{-3} \ (\text{H}) \\ M_{1-3} &= k_{1-3} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_3} = 0,8 \cdot \sqrt{10^{-3} \cdot 10^{-3}} = 0,8 \cdot 10^{-3} \ (\text{H}) \\ M_{2-3} &= k_{2-3} \cdot \sqrt{L_2 \cdot L_3} = 0,5 \cdot \sqrt{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}} = 10^{-3} \ (\text{H}) \end{aligned}$$

Con estos valores pasemos a calcular las impedancias:

$$\begin{aligned} Z_{M_{1-2}} &= \omega \cdot M_{1-2} \cdot j = 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot j = 1 \cdot j \ (\Omega) \\ Z_{M_{1-3}} &= \omega \cdot M_{1-3} \cdot j = 10^3 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot j = 0,8 \cdot j \ (\Omega) \\ Z_{M_{2-3}} &= \omega \cdot M_{2-3} \cdot j = 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot j = 1 \cdot j \ (\Omega) \end{aligned}$$

Sustituyendo las impedancias en la ecuación inicial, resulta:

$$4 = i_1 \cdot [10 - 4j + j + 4j + j + 2 \cdot j - 2 \cdot j - 2 \cdot 0,8j]$$

de donde despejado  $i_1$  quedará

$$i_1 = \frac{4}{10 + 0,4j} = \frac{4 \angle 0^\circ}{10 \angle 2,3^\circ} = 0,4 \angle -2,3^\circ \text{ (A)}$$

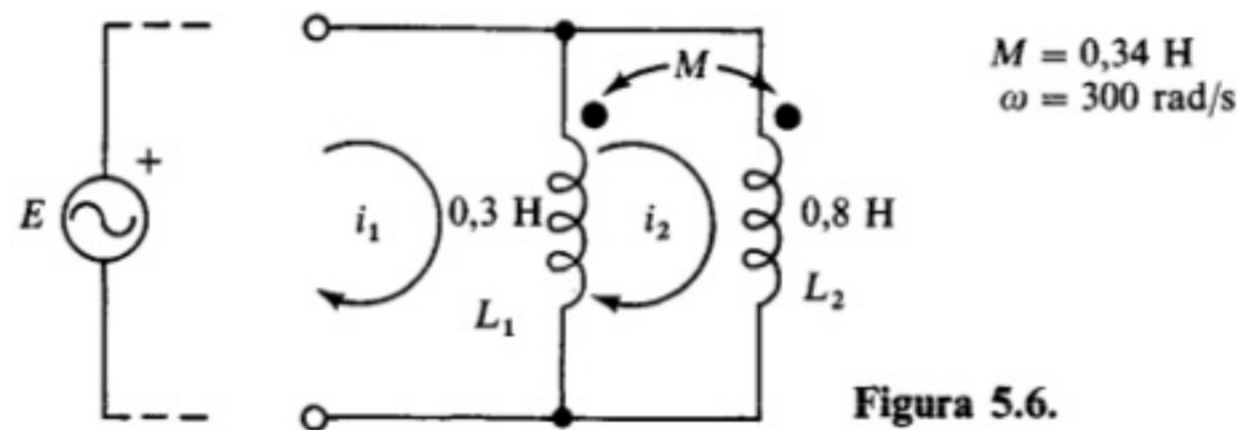
Por último calcularemos el valor de  $C_1$ , sin más que tener presente la siguiente relación:

$$|X_{C_1}| = \frac{1}{C_1 \cdot \omega} \quad ; \quad C_1 = \frac{1}{|X_{C_1}| \cdot \omega}$$

de donde sustituyendo valores resulta:

$$C_1 = \frac{1}{4 \cdot 10^3} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 250 \mu\text{F}$$

- 5.6. Hallar la impedancia total equivalente que presentan dos bobinas  $L_1$  y  $L_2$  que se encuentran conectadas en paralelo tal y como indica la Figura 5.6.



**Solución:** Para calcular impedancias de bobinas asociadas en paralelo con acoplamiento magnético, hay que suponer que el conjunto se encuentra conectado a un generador de valor  $E$ . Esto da lugar a la aparición de dos mallas, a las cuales deberemos aplicar el método de resolución por mallas.

Las ecuaciones de las citadas mallas, en las que se ha supuesto que circulan dos intensidades  $i_1$  e  $i_2$ , son las siguientes:

$$\begin{cases} E = i_1 \cdot X_{L_1} + i_2 \cdot (-X_{L_1} + Z_M) \\ 0 = i_2 \cdot (X_{L_1} + X_{L_2} - 2 \cdot Z_M) + i_1 \cdot (-X_{L_1} + Z_M) \end{cases}$$

En dichas ecuaciones se tuvo en cuenta la influencia de las inducciones mutuas de una bobina sobre la otra y viceversa.

Ordenando el sistema de ecuaciones y resolviéndolo, obtenemos los siguientes resultados:

$$\begin{cases} E = i_1 \cdot 300 \cdot 0,3j + i_2 \cdot (-300 \cdot 0,3j + 300 \cdot 0,34j) \\ 0 = i_2 \cdot (300 \cdot 0,3j + 300 \cdot 0,8j - 2 \cdot 300 \cdot 0,34j) + i_1 \cdot (-300 \cdot 0,3j + 300 \cdot 0,34j) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E = 90 \cdot j \cdot i_1 + 12 \cdot j \cdot i_2 \\ 0 = 12 \cdot j \cdot i_1 + 126 \cdot j \cdot i_2 \end{cases}$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} E & 12j \\ 0 & 126j \\ 90j & 12j \\ 12j & 126j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 90j & 12j \\ 12j & 126j \end{vmatrix}} = \frac{E \cdot 126j}{90 \cdot 126 \cdot j^2 - 12 \cdot 12j^2} = \frac{E \cdot 126j}{-11196}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 90j & E \\ 12j & 0 \\ 90j & 12j \\ 12j & 126j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 90j & 12j \\ 12j & 126j \end{vmatrix}} = \frac{12j \cdot E}{-11196}$$

Las intensidades resultantes quedan expresadas, como es lógico, en función de  $E$ .

Según la Ley de Ohm, la impedancia de un circuito es el cociente entre la tensión a él aplicada y la intensidad que absorbe, luego podemos decir:

$$Z_T = \frac{E}{i_1} = \frac{E}{E \cdot 126j / (-11196)}$$

de donde se deduce que la impedancia total vale:

$$Z_T = \frac{-11196}{126j} = \frac{11196 \angle 180^\circ}{126 \angle 90^\circ} = 88,8 \angle 90^\circ = 88,8j \ (\Omega)$$

5.7. Calcular en el circuito de la Figura 5.7 el valor de las intensidades  $i_1$  e  $i_2$ , sabiendo que los valores de sus elementos son los siguientes:

Datos:

- $L_1 = L_2 = 1 \text{ mH}$
- $K = 0,5$
- $R_1 = R_2 = 1 \ \Omega$
- $E_1 = [3 \cdot \text{sen}(10^3 t)] \text{ V}$

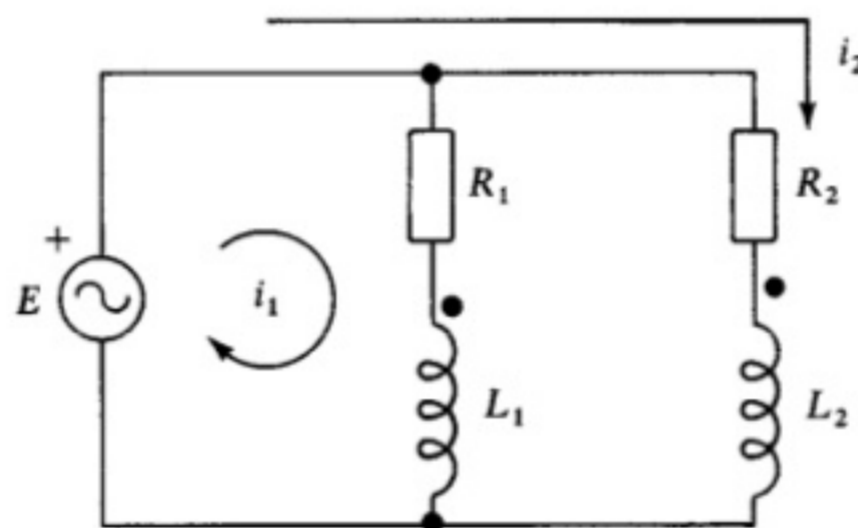


Figura 5.7.

**Solución:** Cuando las características de una señal alterna senoidal son expresadas por su ecuación matemática, es preciso identificar en ella los valores que contiene.

Según se enunció en el Capítulo 4, la ecuación de una corriente senoidal es:

$$E(t) = E_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

Si comparamos esta ecuación con la indicada en el enunciado para  $E_1$ , podremos deducir:

$$E_{1(\text{máx})} = 3 \text{ V} \quad ; \quad \omega = 10^3 \text{ rad/s}$$

Pasemos ahora a plantear las ecuaciones de cada una de las ramas del circuito propuesto, teniendo siempre presente los acoplamientos magnéticos:

$$\begin{cases} E_1 = i_1 \cdot R_1 + i_1 \cdot X_{L_1} + i_2 \cdot Z_M \\ E_1 = i_2 \cdot R_2 + i_2 \cdot X_{L_2} + i_1 \cdot Z_M \end{cases}$$

En las anteriores ecuaciones  $X_{L_1}$  y  $X_{L_2}$  son las impedancias de cada bobina por causa de su autoinducción y  $Z_M$  es la impedancia debida al acoplamiento mutuo de una bobina sobre la otra. Los valores de estas impedancias se calculan del siguiente modo:

$$\begin{aligned} X_{L_1} &= j \cdot \omega \cdot L_1 = j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = j \cdot 1 \text{ (}\Omega\text{)} \\ X_{L_2} &= j \cdot \omega \cdot L_2 = j \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = j \text{ (}\Omega\text{)} \\ Z_M &= j \cdot \omega \cdot M = j \cdot \omega \cdot k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = j \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{10^{-3} \cdot 10^{-3}} = j \cdot 0,5 \text{ (}\Omega\text{)} \end{aligned}$$

Sustituyendo los anteriores valores en las ecuaciones de cada rama, y tomando para valor de  $E_1$  su valor máximo  $E_{1 \text{ (máx)}}$  (con lo que los resultados de las intensidades también serán máximos), tendremos

$$\begin{aligned} 3 &= 1 \cdot i_1 + j \cdot i_1 + j \cdot 0,5i_2 \\ 3 &= 1 \cdot i_2 + j \cdot i_2 + j \cdot 0,5i_1 \end{aligned}$$

Simplificando y ordenando el sistema de ecuaciones resulta:

$$\begin{cases} 3 = (1 + j) \cdot i_1 + (j \cdot 0,5) \cdot i_2 \\ 3 = (j \cdot 0,5) \cdot i_1 + (1 + j) \cdot i_2 \end{cases}$$

Aplicando determinantes se obtiene:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 3 & (0,5j) \\ 3 & (1+j) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (1+j) & (0,5j) \\ (0,5j) & (1+j) \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot (1+j) - 3(j \cdot 0,5)}{(1+j) \cdot (1+j) - (0,5j) \cdot (0,5j)} \\ i_1 &= \frac{3 + 3j - 1,5j}{1 + 2j + j^2 - j^2 \cdot 0,5^2} = \frac{3 + 1,5j}{0,25 + 2j} \end{aligned}$$

Pasando a forma módulo-argumental para poder realizar la división quedará

$$i_1 = \frac{3,3 \angle 26,5^\circ}{2 \angle 82,8^\circ} = 1,65 \angle -56,3^\circ$$

El resultado nos indica que el valor máximo de  $i_1$  es de  $I_{1 \text{ (máx)}} = 1,65 \text{ A}$  y que posee un ángulo de desfase respecto a  $E_1$  de  $56,3^\circ$  en retraso.

De igual forma podemos proceder para calcular  $i_2$ :

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} (1+j) & 3 \\ (0,5j) & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (1+j) & (0,5j) \\ (0,5j) & (1+j) \end{vmatrix}} = \frac{3 \cdot (1+j) - 3 \cdot (0,5j)}{0,25 + 2j} = \frac{3 + 1,5j}{0,25 + 2j}$$

$$i_2 = \frac{3,3 \angle 26,5^\circ}{2 \angle 82,8^\circ} = 1,65 \angle -56,3^\circ$$

Resultado que, como era de esperar, nos dice que ambas intensidades son iguales, al estar conectadas las ramas en paralelo y poseer las mismas impedancias.

5.8. Determinar la tensión en bornas del condensador  $C$  en el circuito de la figura 5.8.

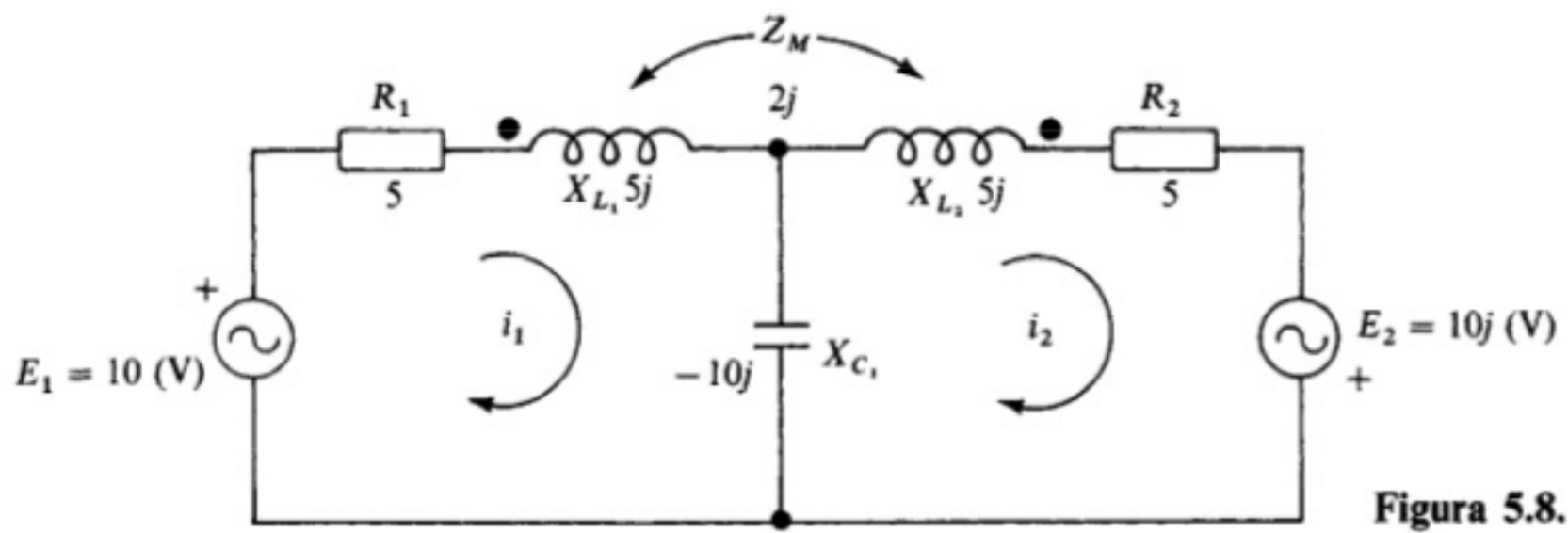


Figura 5.8.

**Solución:** Planteando las ecuaciones que cada una de las dos mallas que componen el circuito se obtiene:

$$\begin{cases} E_1 = i_1(R_1 + X_{L_1} + X_{C_1}) + i_2(-X_{C_1} - Z_M) \\ E_2 = i_2(R_2 + X_{L_2} + X_{C_2}) + i_1(-X_{C_1} - Z_M) \end{cases}$$

Organizando el sistema de ecuaciones y sustituyendo valores resulta:

$$\begin{cases} 10 = i_1(5 + 5j - 10j) + i_2[-(-10j) - 2j] \\ 10j = i_1[-(-10j) - 2j] + i_2(5 + 5j - 10j) \end{cases} \quad \begin{cases} 10 = (5 - 5j)i_1 + 8ji_2 \\ 10j = 8ji_1 + (5 - 5j)i_2 \end{cases}$$

Resolviendo seguidamente el sistema de ecuaciones tendremos

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 8j \\ 10j & (5 - 5j) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (5 - 5j) & 8j \\ 8j & (5 - 5j) \end{vmatrix}} = \frac{10 \cdot (5 - 5j) - 10 \cdot 8 \cdot j^2}{(5 - 5j) \cdot (5 - 5j) - 8 \cdot 8 \cdot j^2} = \frac{130 - 50j}{64 - 50j}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} (5-5j) & 10 \\ 8j & 10j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (5-5j) & 8j \\ 8j & (5-5j) \end{vmatrix}} = \frac{10j \cdot (5-5j) - 10 \cdot 8 \cdot j}{(5-5j) \cdot (5-5j) - 8 \cdot 8 \cdot j^2} = \frac{50 - 30j}{64 - 50j}$$

El valor de la intensidad que circula por el condensador es la diferencia entre las intensidades  $i_1$  e  $i_2$ , luego

$$i_{X_C} = i_1 - i_2 = \frac{130 - 50j}{64 - 50j} - \frac{50 - 30j}{64 - 50j} = \frac{80 - 20j}{64 - 50j} = \frac{82,5 \angle -14^\circ}{81,2 \angle -38^\circ}$$

$$i_{X_C} = 1,016 \angle 24^\circ \text{ (A)} = (0,93 + 0,41j) \text{ A}$$

Por último, la tensión en bornas del condensador valdrá

$$E_{X_C} = (0,93 + 0,41j) \cdot (-10j) = 4,1 - 9,3j = 10,16 \angle -66^\circ \text{ (A)}$$

5.9. Obtener el equivalente Thevenin del circuito de la Figura 5.9.

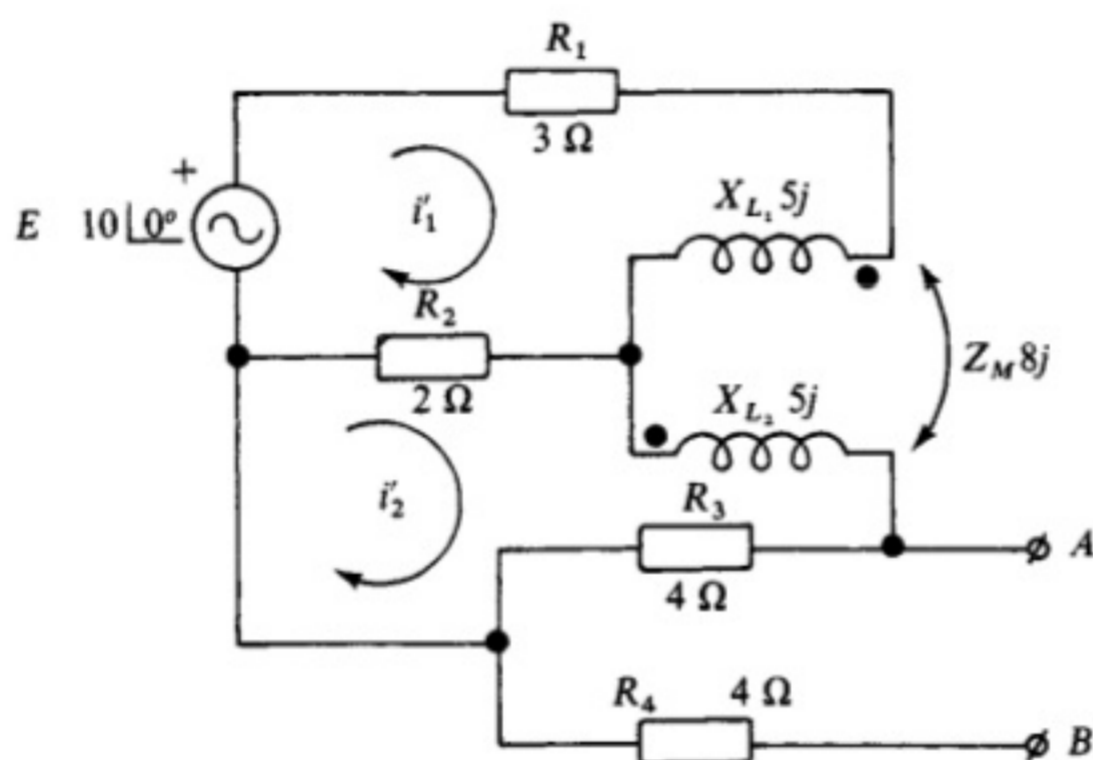


Figura 5.9.

**Solución:** Comenzaremos calculando la resistencia equivalente Thevenin del circuito de la Figura 5.9 entre los terminales  $A$  y  $B$ . Para ello consideraremos cortocircuitados todos los generadores de tensión que existan en él. Seguidamente aplicaremos una tensión genérica, que denominaremos  $E_{BA}$ , entre los terminales de salida. Si calculamos la corriente que se absorbe de dicho generador, la impedancia total o equivalente Thevenin será el cociente entre la tensión del generador y la corriente absorbida.

El circuito de la Figura 5.9 se transforma, aplicando los anteriores razonamientos, en el de la Figura 5.10, donde podemos plantear las siguientes ecuaciones con el fin de calcular la corriente  $i_3$ , que es la que circula entre los terminales  $A$  y  $B$ :

$$\begin{cases} 0 = i_1(3 + 2 + 5j) + i_2(-2 - 5j + 8j) + 0 \cdot i_3 \\ 0 = i_2(2 + 5j + 4) + i_1(-2 - 5j + 8j) + (-4) \cdot i_3 \\ E_{BA} = i_3 \cdot (4 + 4) + i_2(-4) + 0 \cdot i_1 \end{cases}$$

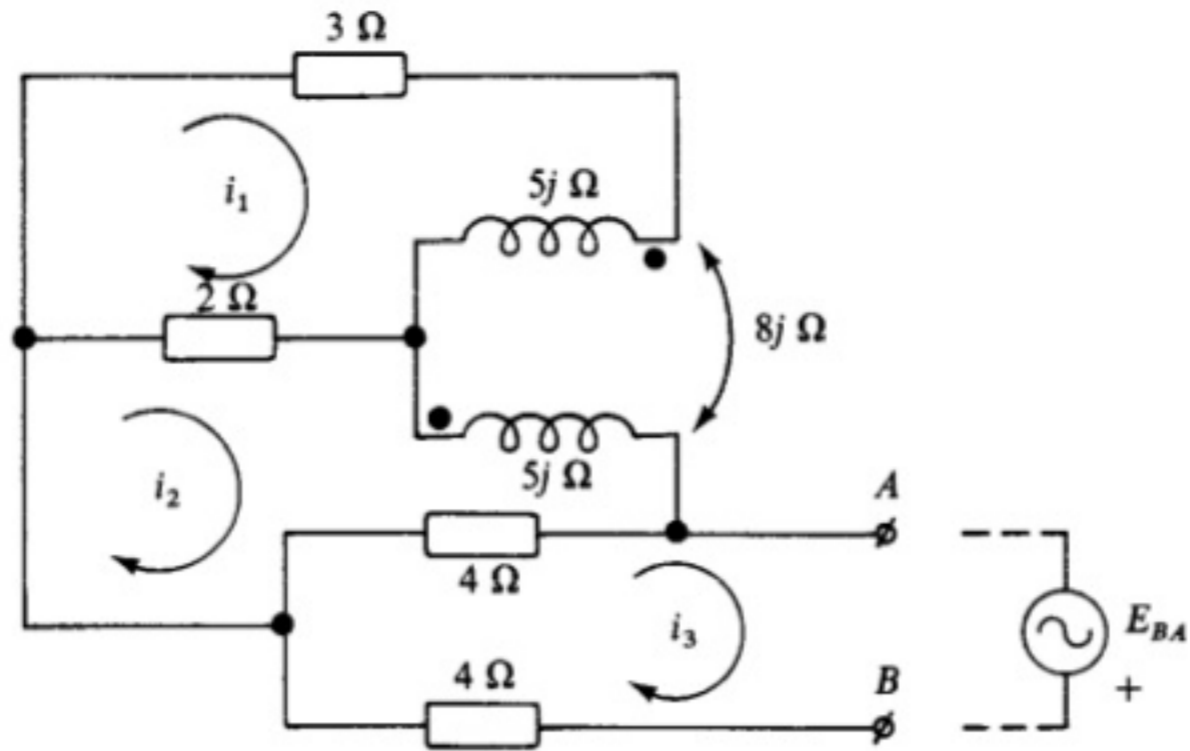


Figura 5.10. Circuito para el cálculo de la  $Z_{qAB}$ .

organizando el sistema de ecuaciones para su resolución por determinantes queda:

$$\begin{cases} 0 = (5 + 5j) \cdot i_1 + (-2 + 3j) \cdot i_2 + 0 \cdot i_3 \\ 0 = (-2 + 3j) \cdot i_1 + (6 + 5j) \cdot i_2 + (-4) \cdot i_3 \\ E_{BA} = 0 \cdot i_1 + (-4) \cdot i_2 + 8 \cdot i_3 \end{cases}$$

Aplicando determinantes, el valor de  $i_3$  es

$$i_3 = \frac{\begin{vmatrix} (5 + 5j) & (-2 + 3j) & 0 \\ (-2 + 3j) & (6 + 5j) & 0 \\ 0 & -4 & E_{BA} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (5 + 5j) & (-2 + 3j) & 0 \\ (-2 + 3j) & (6 + 5j) & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{E_{BA}(10 + 67j)}{456j}$$

Por tanto, diremos:

$$Z_{qAB} = \frac{E_{BA}}{i_3} = \frac{E_{BA}}{\frac{E_{BA}(10 + 67j)}{456j}} = \frac{456j}{10 + 67j} = 6,7 \angle 8,5^\circ \text{ } (\Omega)$$

Pasemos ahora al cálculo de la tensión equivalente Thevenin entre  $A$  y  $B$ .

Por definición tensión Thevenin es la tensión entre  $A$  y  $B$  a circuito abierto, en estas condiciones, la tensión pedida es la caída de tensión existente en  $R_3$ , no influyendo la resistencia  $R_4$  al no existir en ella caída de tensión, por no circular corriente entre  $A$  y  $B$ .

Para calcular la caída de tensión en  $R_3$  es preciso conocer la corriente que por ella circula, para lo cual plantearemos el siguiente sistema de ecuaciones, en el circuito primitivo de la

Figura 5.9 definiendo dos nuevas intensidades mallaes  $i'_1$  e  $i'_2$ , ya que ahora si se consideran los generadores de tensión del circuito primitivo:

$$\begin{cases} 10 = i'_1(3 + 2 + 5j) + i'_2(-2 - 5j + 8j) \\ 0 = i'_1(-2 - 5j + 8j) + i'_2(2 + 4 + 5j) \end{cases}$$

Simplificando y aplicando determinantes:

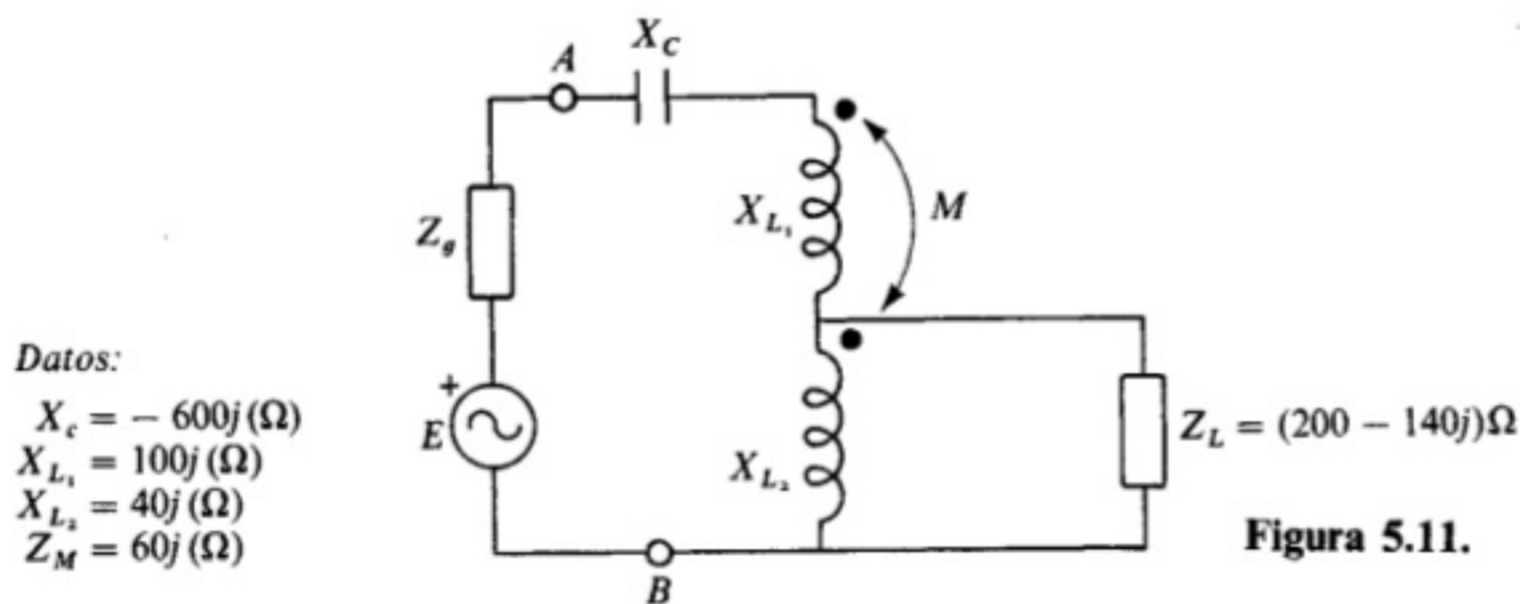
$$\begin{aligned} 10 &= (5 + 5j) \cdot i'_1 + (-2 + 3j) \cdot i'_2 \\ 0 &= (-2 + 3j) \cdot i'_1 + (6 + 5j) \cdot i'_2 \end{aligned}$$

$$i'_2 = \frac{\begin{vmatrix} (5 + 5j) & 10 \\ (-2 + 3j) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (5 + 5j) & (-2 + 3j) \\ (-2 + 3j) & (6 + 5j) \end{vmatrix}} = \frac{20 - 30j}{10 + 67j}$$

Por fin el valor de la tensión equivalente  $E_{q_{AB}}$  será

$$\begin{aligned} E_{q_{AB}} &= i'_2 \cdot 4 = \frac{20 - 30j}{10 + 67j} \cdot 4 = \frac{80 - 120j}{10 + 67j} = \frac{144 \angle -56,3^\circ}{67,7 \angle 81,5^\circ} \\ E_{q_{AB}} &= 2,12 \angle -137,8^\circ \text{ (V)} \end{aligned}$$

5.10. En el circuito de la Figura 5.11 calcular el valor que debe poseer la impedancia interna del generador  $Z_L$  para que éste suministre la máxima potencia al resto del circuito.



**Solución:** Para que entre dos circuitos se transfiera máxima potencia es necesario que sus impedancias internas sean iguales. Esta afirmación, típica de teoría de circuitos, nos está indicando que para que se produzca la máxima transferencia de potencia, es preciso que la impedancia interna del generador sea igual a la impedancia que opone el resto del circuito entre las bornas del generador A y B. Luego la solución consiste en calcular el valor de la resistencia equivalente Thevenin entre los terminales A y B del circuito que se conecta al generador.

Para ello, como en problemas anteriores, aplicaremos entre A y B una tensión genérica  $E_{AB}$  y calcularemos la intensidad que se absorbe.



El circuito de la Figura 5.11 se transforma en el de la Figura 5.12, en el que plantearemos las siguientes ecuaciones:

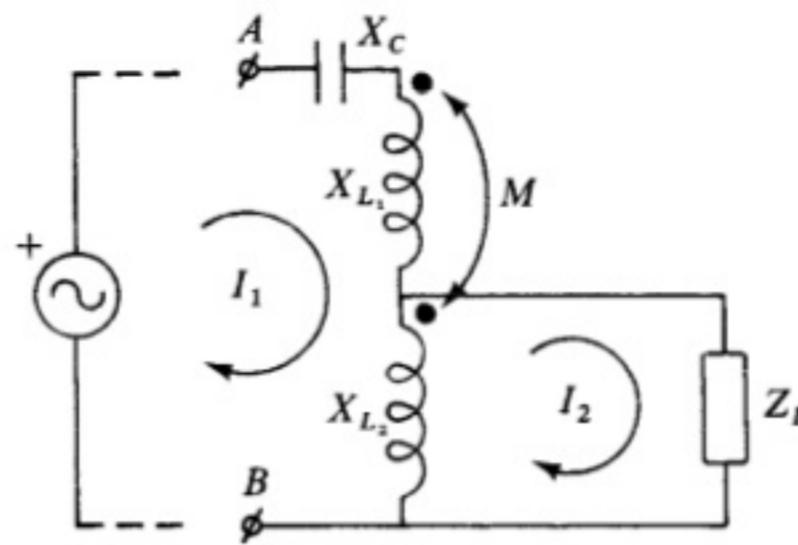


Figura 5.12. Circuito para el cálculo de la  $Z_{qAB}$ .

$$\begin{cases} E_{AB} = i_1(X_C + X_{L_1} + X_{L_2} + 2Z_M) + i_2(-X_{L_2} - Z_M) \\ 0 = i_1(-X_{L_2} - Z_M) + i_2(X_{L_2} + Z_M) \end{cases}$$

Sustituyendo valores y simplificando, quedará

$$\begin{cases} E_{AB} = (-340j) \cdot i_1 - 100j \cdot i_2 \\ 0 = (-100j) \cdot i_1 + (200 - 100j) \cdot i_2 \end{cases}$$

Calculando  $i_1$  se obtiene:

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_{AB} & (-100j) \\ 0 & (200 - 100j) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (-340j) & (-100j) \\ (-100j) & (200 - 100j) \end{vmatrix}} = \frac{E_{AB} \cdot (200 - 100j)}{(-24\,000 - 68\,000j)} = \frac{E_{AB} \cdot (2 - 1j)}{(-240 - 680j)}$$

Luego el valor de  $Z_{qAB}$  será

$$Z_{qAB} = \frac{E_{AB}}{\frac{E_{AB} \cdot (2 - 1j)}{-240 - 680j}} = \frac{-240 - 680j}{2 - 1j} = \frac{721 \angle -109^\circ}{2,2 \angle -26,5^\circ} = 327,7 \angle -82,5^\circ \text{ } (\Omega)$$

Por último diremos:

$$Z_g = Z_{qAB} = 327,7 \angle -82,5^\circ = (42,7 - 325j) \text{ } (\Omega)$$

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

5.11. El coeficiente de acoplo entre dos bobinas  $L_1 = 0,8$  H y  $L_2 = 0,2$  H es  $k = 0,9$ . Hallar el valor del coeficiente de inducción mutua  $M$  y la relación del número de espiras  $N_1/N_2$ .

Solución:  $M = 0,36$  H;  $N_1/N_2 = 2$ .

5.12. Dos bobinas acopladas magnéticamente con un  $k = 0,85$ , poseen un número de espiras  $N_1 = 100$  y  $N_2 = 800$ . Sabiendo que el flujo total creado por la bobina 2 cuando por ella circula una corriente de 5 A es de  $3,5 \cdot 10^{-4}$  Wb, calcular el valor de  $L_1$ ,  $L_2$  y  $M$ .

Solución:  $L_1 = 0,875$  mH;  $L_2 = 56$  mH;  $M = 5,95$  mH.

5.13. Dos bobinas de igual autoinducción  $L = 0,02$  H se encuentran conectadas en serie y acopladas magnéticamente, con un coeficiente de acoplo  $k = 0,8$ . Hallar el valor del coeficiente de inducción mutua  $M$  y el valor de la autoinducción total equivalente si la corriente entra en las bobinas por terminales no correspondientes.

Solución:  $M = 16$  mH;  
 $L_{\text{equivalente}} = 8$  mH.

5.14. Hallar en el circuito de la Figura 5.13 el valor que debe tener la carga  $R_L$  y del coeficiente de acoplamiento  $k$  entre ambas bobinas, para conseguir dar lugar a la máxima transferencia de potencia desde el generador a dicha carga.

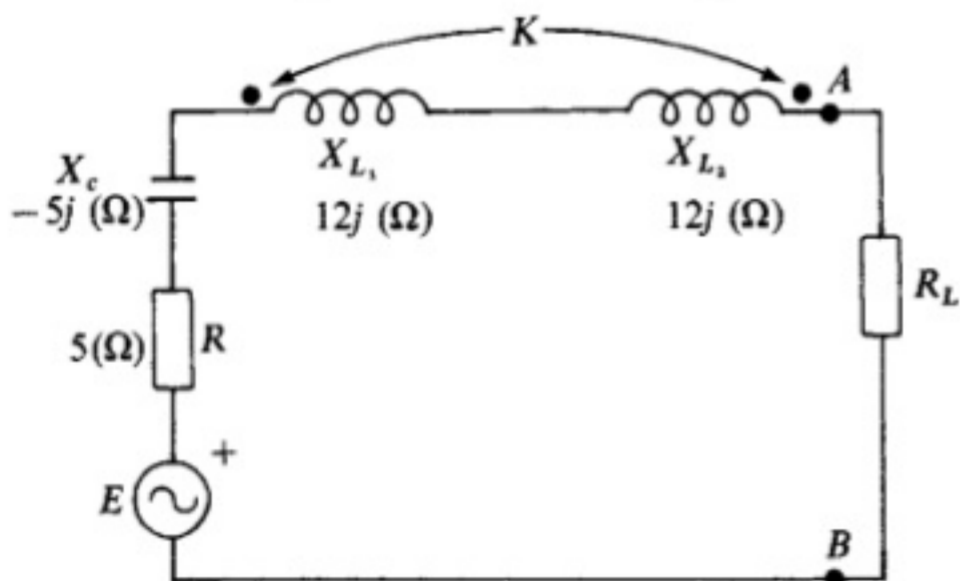
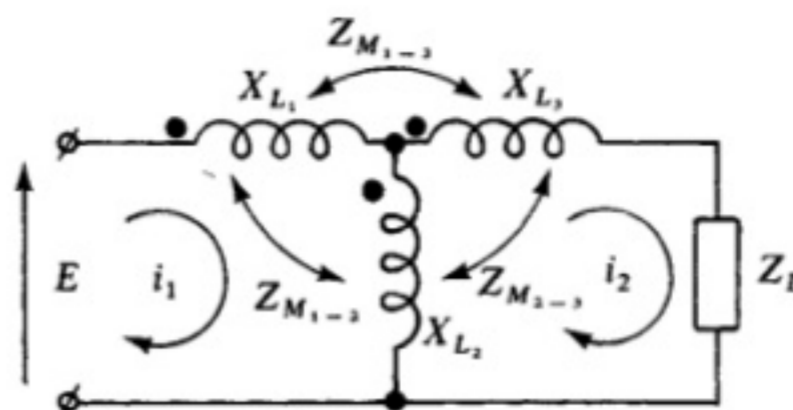


Figura 5.13.

Solución:  $k = 0,79$ ;  $R_L = 5 \Omega$ .

5.15. Obtener la expresión de la intensidad  $i_1$  en función de la tensión  $E$  de entrada, en el circuito de la Figura 5.14.



Datos:

$$\begin{aligned} X_{L_1} &= X_{L_2} = 1j (\Omega) \\ X_{L_2} &= 4j (\Omega) \\ Z_{M_{1-2}} &= Z_{M_{2-1}} = 2j (\Omega) \\ Z_{M_{1-2}} &= 4j (\Omega) \\ Z_L &= 2 \Omega \end{aligned}$$

Figura 5.14.

Solución:  $i_1 = E \cdot (0,098 \angle -5,6^\circ)$ .

5.16. Determinar el valor del coeficiente de acoplo  $k$  en el circuito de la Figura 5.15, si sabemos que el valor de la potencia disipada en la resistencia de  $10 \Omega$  es de 32 W.

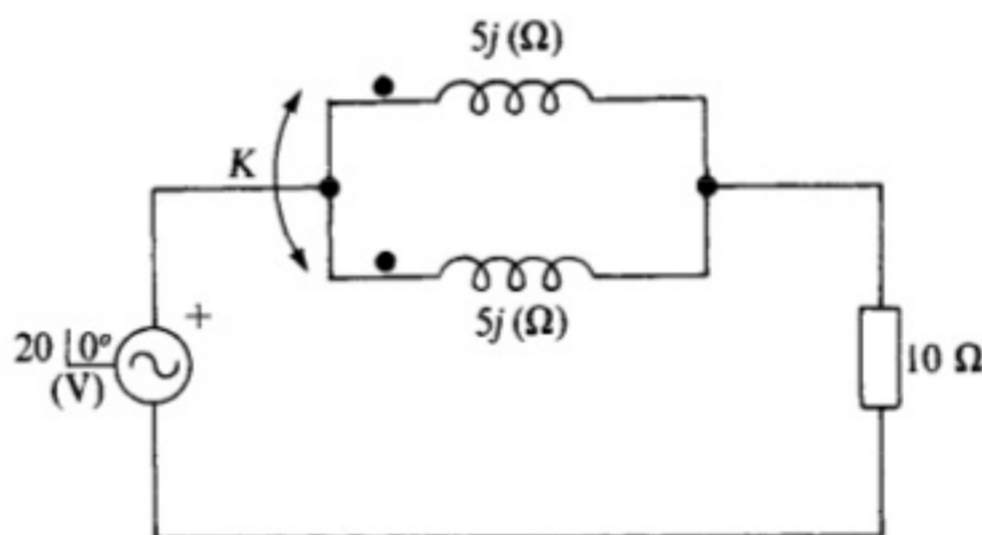
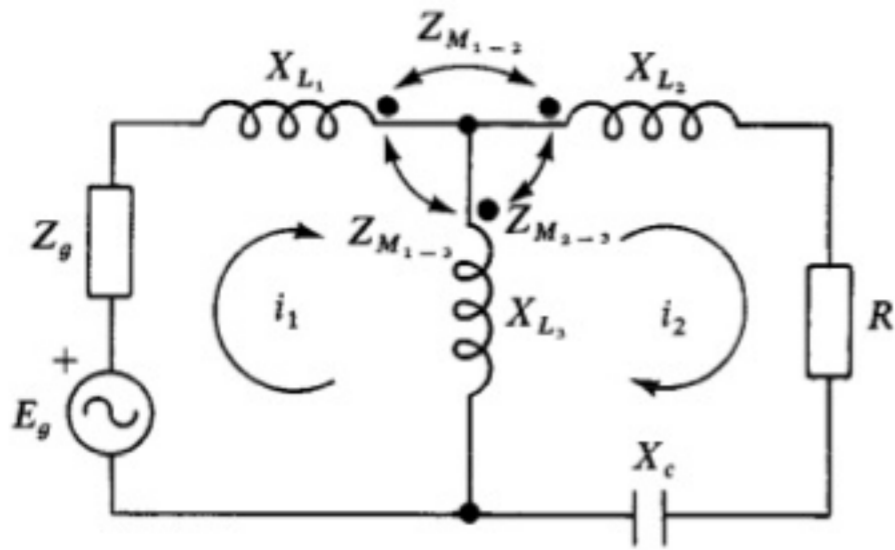


Figura 5.15.

Solución:  $k = 0,071$ .

5.17. Calcular el valor de las intensidades en cada rama del circuito de la Figura 5.16.



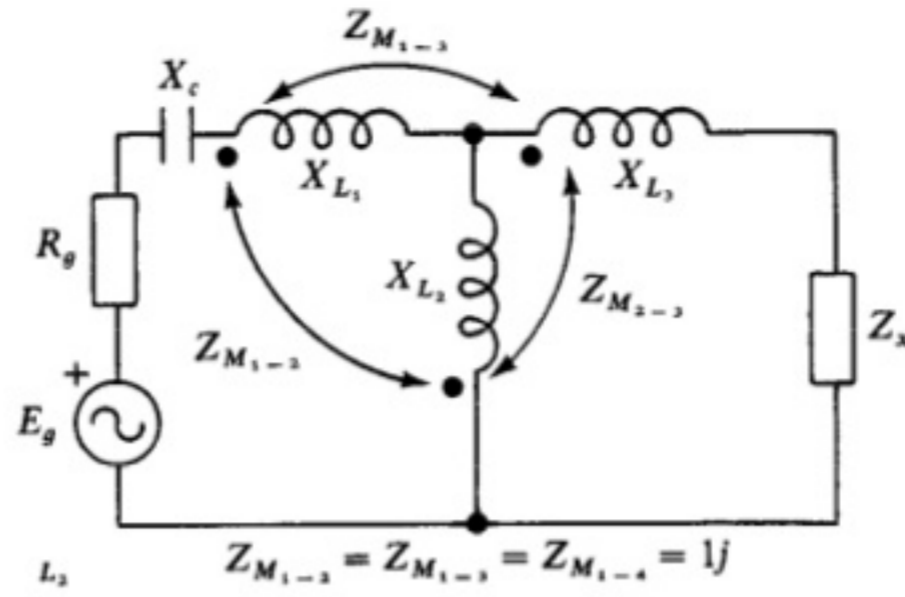
Datos:

$$\begin{aligned} X_{L_1} &= X_{L_2} = X_{L_3} = 2j (\Omega) \\ Z_{M_{1-2}} &= Z_{M_{1-3}} = Z_{M_{2-3}} = 2j (\Omega) \\ X_c &= -5j \\ R &= 4 \Omega \\ Z_g &= 1 + 2j \\ E_g &= 30 \angle 0^\circ \end{aligned}$$

Figura 5.16.

**Solución:**  $i_1 = 10,5 \angle -60,7^\circ$  (A);  
 $i_2 = 3,3 \angle -99,5^\circ$  (A);  
 $i_1 - i_2 = 8,2 \angle -46,3^\circ$  (A).

5.18. En el circuito de la Figura 5.17, obtener el valor de  $Z$  para conseguir máxima transferencia de potencia del generador a dicha carga.



Datos:

$$\begin{aligned} E_g &= 10 \text{ sen } (\omega t) \text{ (V)} \\ R_g &= 2 \Omega \\ X_{L_1} &= 5j (\Omega) \\ X_{L_2} &= 4j (\Omega) \\ X_{L_3} &= 3j (\Omega) \\ X_c &= -4j (\Omega) \end{aligned}$$

Figura 5.17.

**Solución:**  $Z_x = 5,8 \angle 64,7^\circ$  ( $\Omega$ ).

# CAPITULO 6

## Sistemas lineales de alimentación

### 6.1. EL DIODO COMO ELEMENTO RECTIFICADOR

El diodo es un elemento semiconductor con dos terminales, denominados ánodo y cátodo, que tiene la propiedad de dejar pasar la corriente cuando el potencial de tensión aplicado en el ánodo es mayor que el aplicado en el cátodo (polarización directa), y de no conducir cuando la diferencia de potencial aplicada en sus extremos es la contraria (polarización inversa).

El símbolo de un diodo rectificador es el que se muestra en la Figura 6.1, y su curva de característica corresponde con la Figura 6.2.



Figura 6.1. Representación simbólica de un diodo semiconductor.

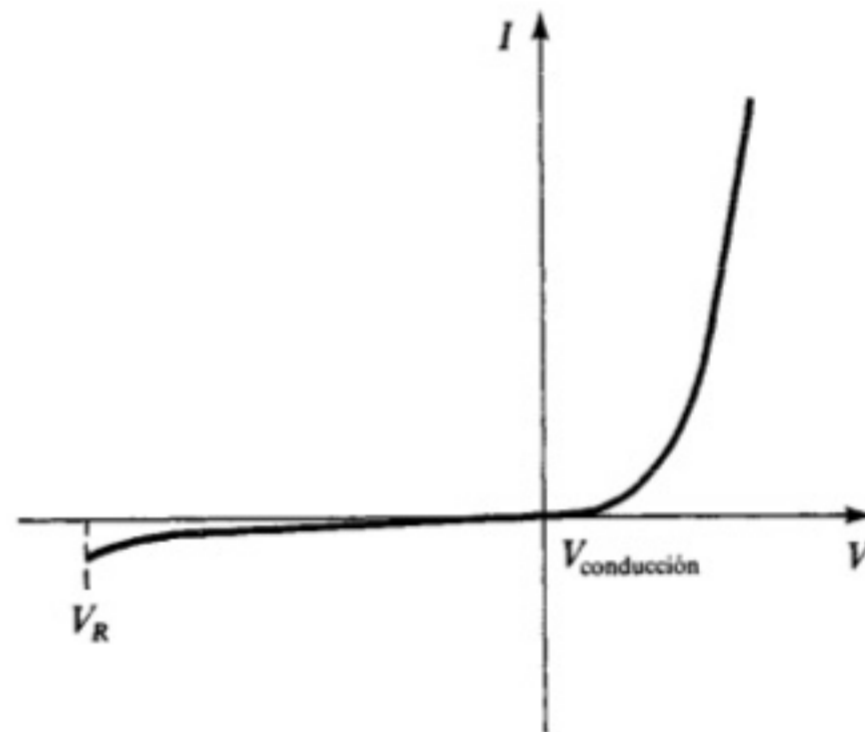


Figura 6.2. Característica directa e inversa de un diodo rectificador.

### 6.2. PARAMETROS DE UN DIODO RECTIFICADOR

- $V_F$ : Caída de tensión directa. Se trata de la caída de tensión en bornas del diodo cuando éste se encuentra en estado de conducción, y que tiene unos valores típicos de 0,7 V para los diodos de silicio (Si) y 0,2 V para los de germanio (Ge).
- $V_R$ : Tensión inversa máxima del diodo.

- $V_{RM}$ : Tensión inversa de pico. Valor de cresta de la tensión alterna en sentido inverso para una frecuencia de trabajo, ya sea la excitación sinusoidal o cuadrada.
- $I_O$ : Intensidad rectificadora. Es la media aritmética de los valores de la intensidad en el diodo.
- $P_{SM}$ : Potencia no repetitiva máxima.
- $i_{FM}$ : Intensidad máxima de pico en sentido de la conducción para una frecuencia de funcionamiento sinusoidal o rectangular, si el factor de forma es  $<0,5$ .
- $I_{F(AV)}$ : Corriente media directa.
- $I_{F(RMS)}$ : Corriente eficaz directa.
- $I_{FS}$ : Valor de la intensidad directa que puede circular durante una hora como máximo. No se admite como valor de trabajo y su repetición puede perjudicar las características permanentes.
- $I_{FSM}$ : Corriente directa de pico no repetitivo.

### 6.3. CIRCUITOS RECORTADORES

Para el estudio de este tipo de circuitos, mientras no se diga lo contrario, la curva característica del diodo será ideal y, por tanto, tal y como se muestra en la Figura 6.3.

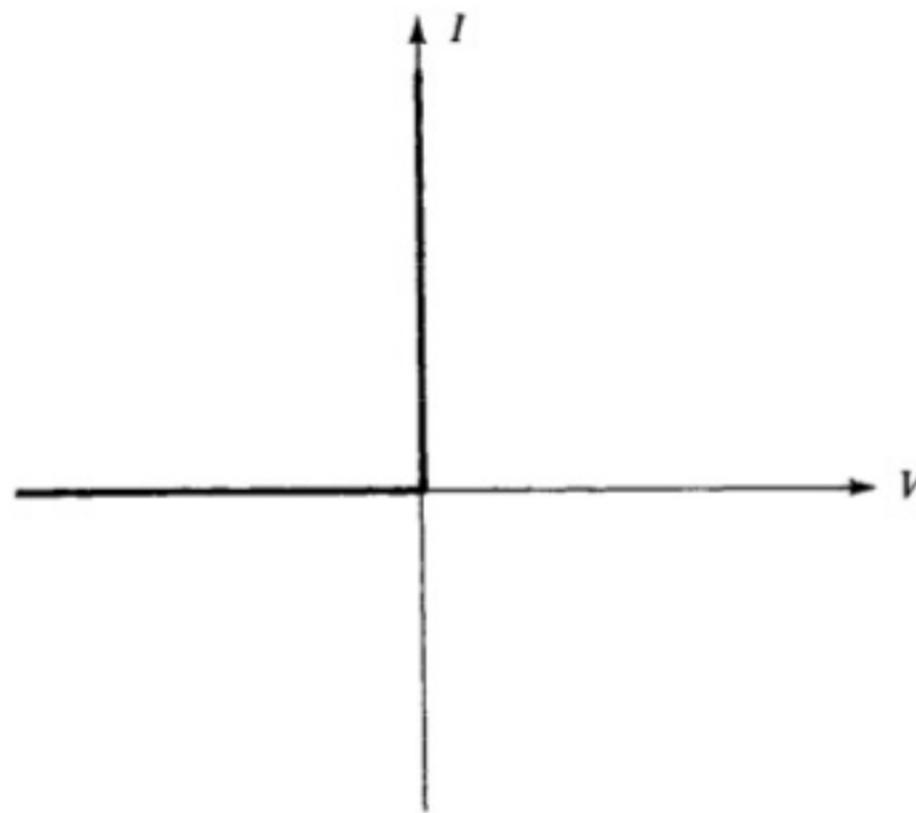
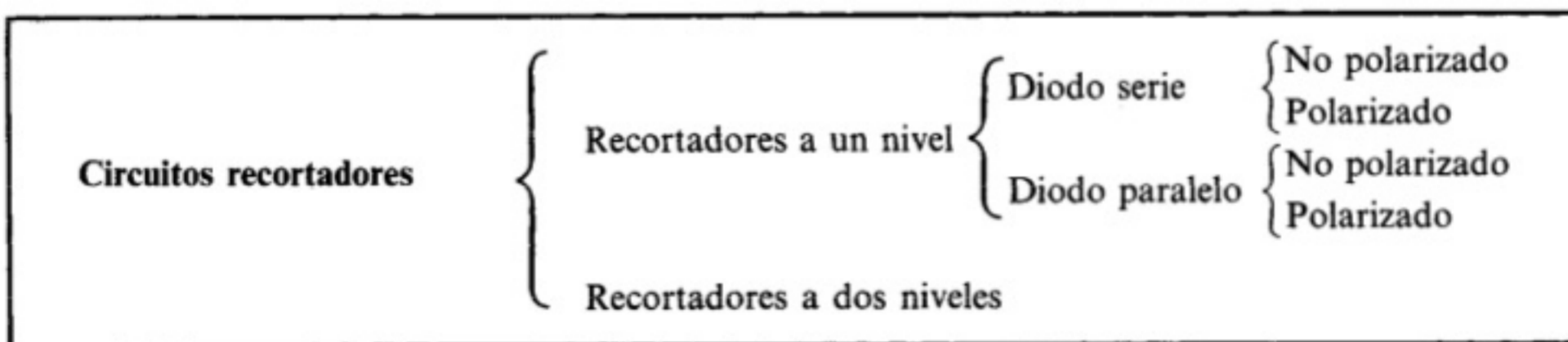


Figura 6.3. Curva característica de un diodo ideal.

Se puede hacer la siguiente clasificación de los circuitos recortadores con diodos:



### 6.3.1. Recortador de un nivel con diodo serie no polarizado

El circuito puede ser el representado en la Figura 6.4.

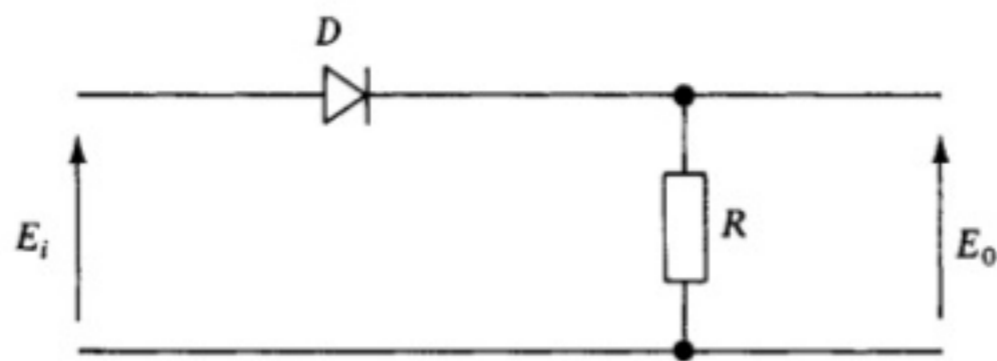


Figura 6.4. Recortador a un nivel con diodo serie no polarizado.

- Cuando  $E_i > 0$ , el diodo conduce y, por tanto,  $E_o = E_i$ .
- Cuando  $E_i < 0$ , el diodo no conduce y, por tanto,  $E_o = 0$ .

Por consiguiente, la curva de transferencia de este circuito es la que se muestra en la Figura 6.5.

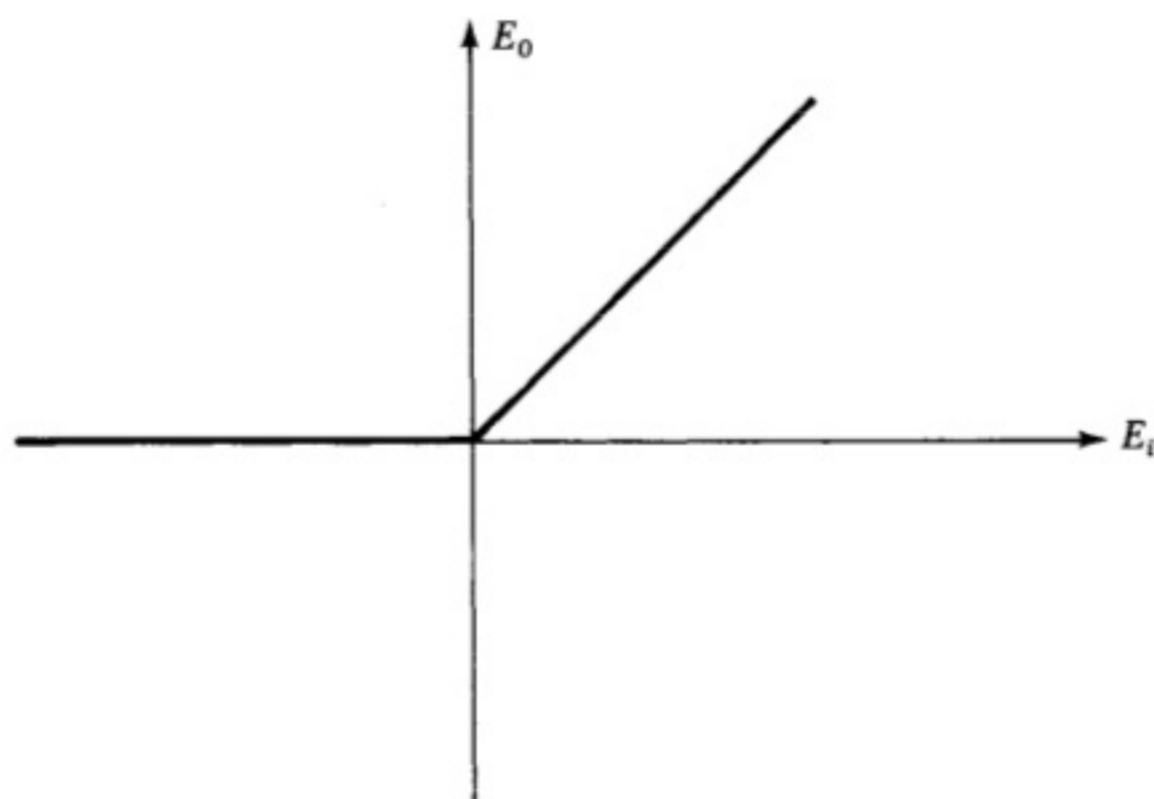


Figura 6.5. Curva de transferencia del circuito de la Figura 6.4.

### 6.3.2. Recortador de un nivel con diodo paralelo no polarizado

El circuito puede ser el que se muestra en la Figura 6.6.

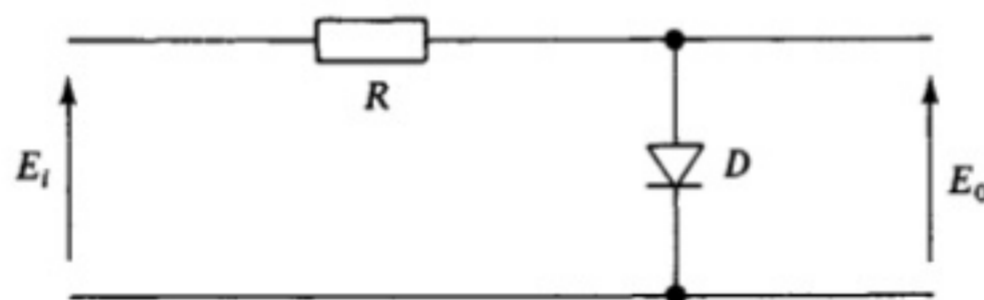


Figura 6.6. Recortador a un nivel con diodo paralelo no polarizado.

- Cuando  $E_i > 0$ , el diodo conduce y, por tanto,  $E_o = 0$ .
- Cuando  $E_i < 0$ , el diodo no conduce y, por tanto,  $E_o = E_i$ .

Por consiguiente, la curva de transferencia de este circuito es la que se muestra en la Figura 6.7.

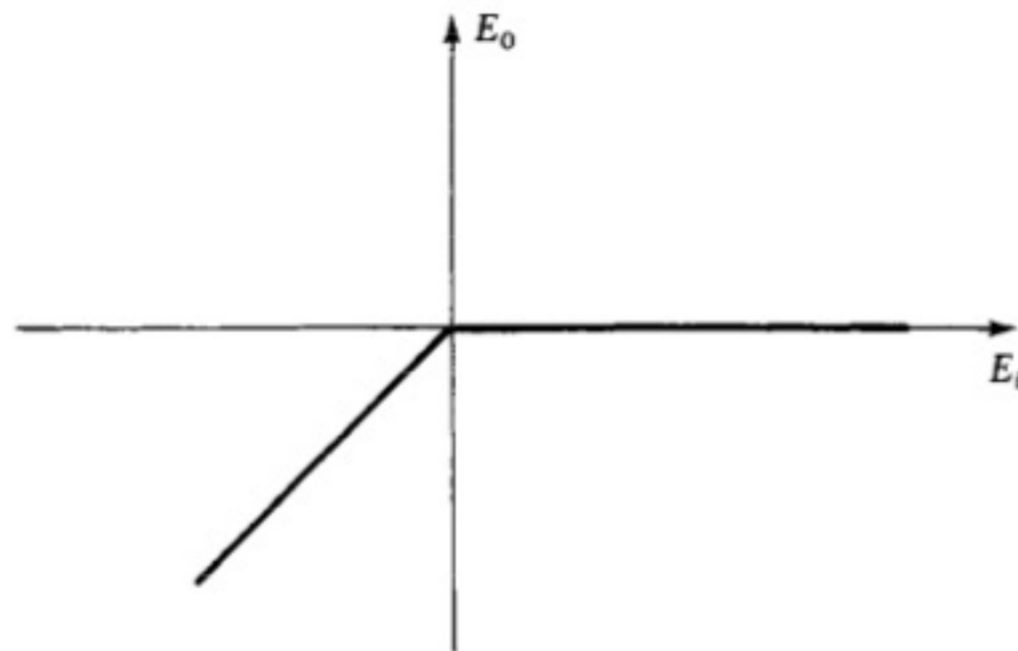


Figura 6.7. Curva de transferencia del circuito de la Figura 6.6.

### 6.3.3. Recortador de un nivel con diodo paralelo polarizado

El circuito puede ser el de la Figura 6.8.

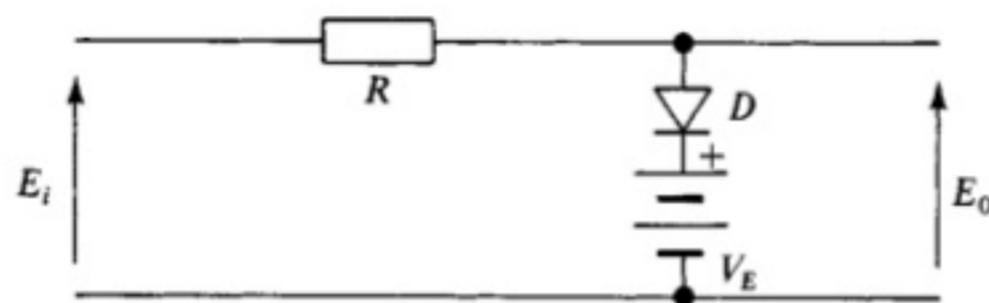
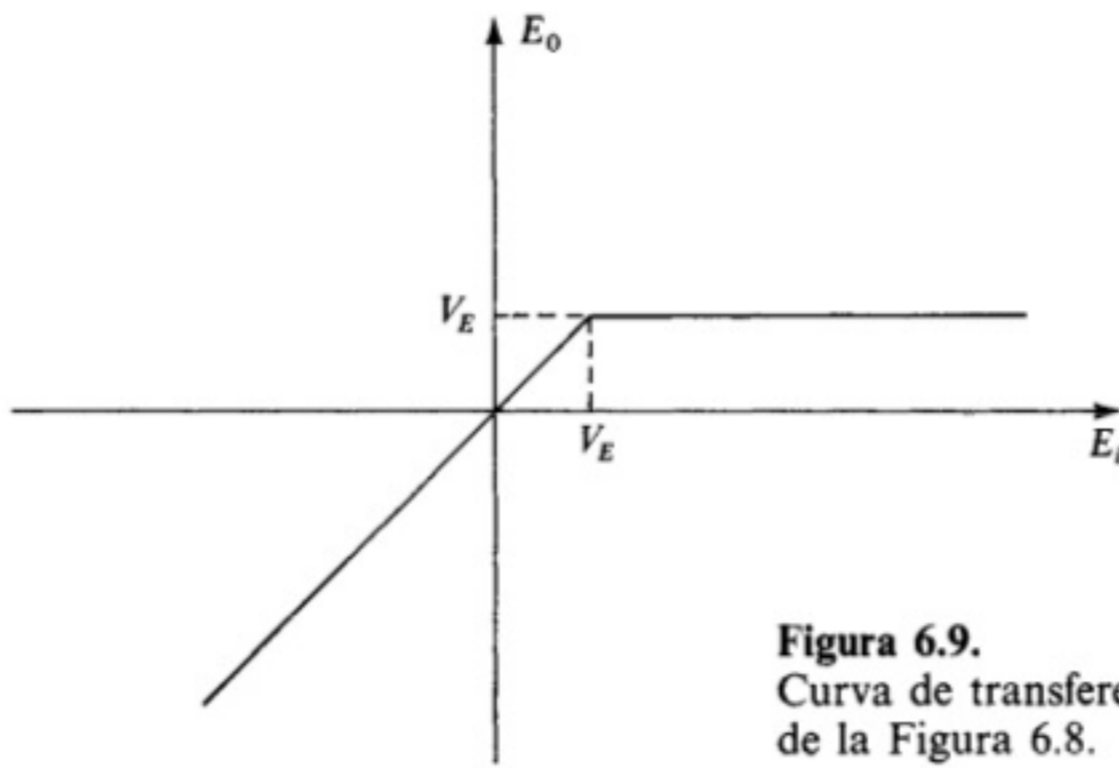


Figura 6.8. Recortador a un nivel con diodo paralelo polarizado.

- Cuando  $E_i > V_E$ , el diodo conduce y, por tanto,  $E_o = V_E$ .
- Cuando  $E_i < V_E$ , el diodo no conduce y, por tanto,  $E_o = E_i$ .

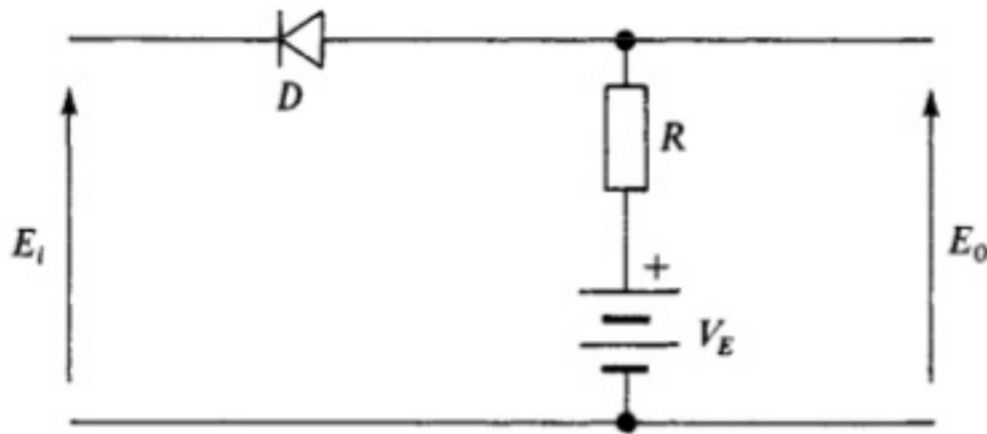
Por consiguiente, la curva de transferencia de este circuito es la que se muestra en la Figura 6.9.



**Figura 6.9.**  
Curva de transferencia del circuito de la Figura 6.8.

### 6.3.4. Recortador de un nivel con diodo serie polarizado

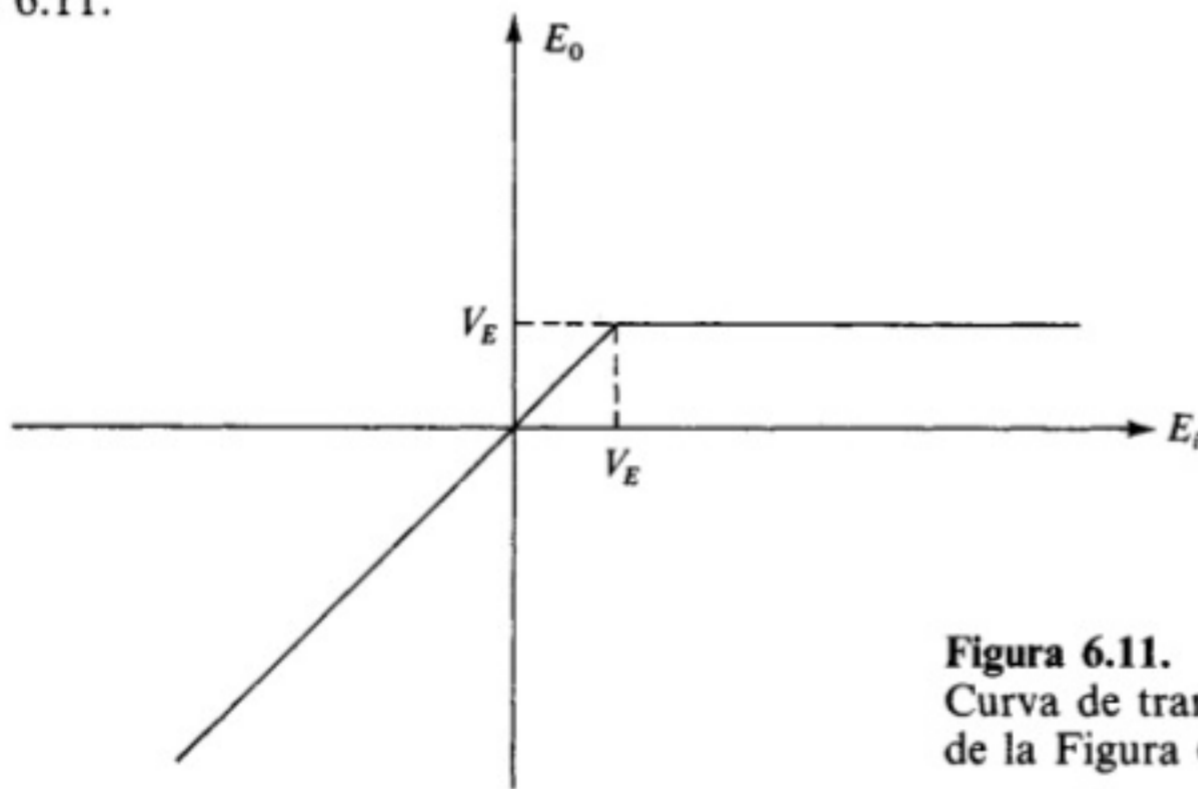
El circuito puede ser el que se representa en la Figura 6.10.



**Figura 6.10.**  
Recortador a un nivel con diodo serie polarizado.

- Cuando  $E_i > V_E$ , el diodo no conduce y, por tanto,  $E_0 = V_E$ .
- Cuando  $E_i < V_E$ , el diodo conduce y, por tanto,  $E_0 = E_i$ .

Por consiguiente, la curva de transferencia de este circuito es la que se muestra en la Figura 6.11.



**Figura 6.11.**  
Curva de transferencia del circuito de la Figura 6.10.



### 6.3.5. Recortador a dos niveles

El circuito puede ser el de la Figura 6.12.

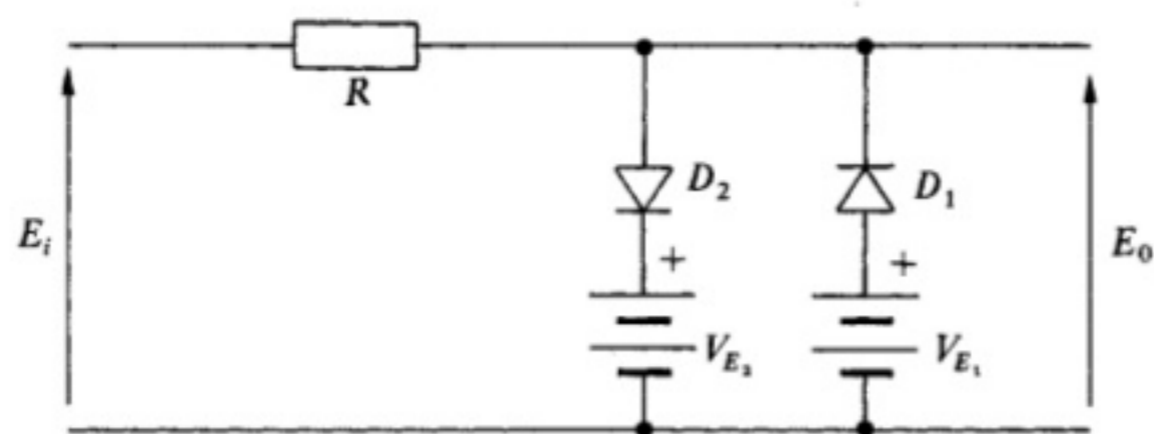


Figura 6.12. Recortador a dos niveles.

Suponiendo que  $V_{E_2}$  es mayor que  $V_{E_1}$ :

$$\text{Si } E_i < V_{E_1} \quad \begin{cases} D_1 \text{ conduce} \\ D_2 \text{ no conduce} \end{cases} ; \text{ por tanto } E_0 = V_{E_1}.$$

$$\text{Si } V_{E_1} < E_i < V_{E_2} \quad \begin{cases} D_1 \text{ no conduce} \\ D_2 \text{ no conduce} \end{cases} ; \text{ por tanto } E_0 = E_i.$$

$$\text{Si } E_i > V_{E_2} \quad \begin{cases} D_1 \text{ no conduce} \\ D_2 \text{ conduce} \end{cases} ; \text{ por tanto } E_0 = V_{E_2}.$$

Por consiguiente, la curva de transferencia de este circuito es la que se muestra en la Figura 6.13.

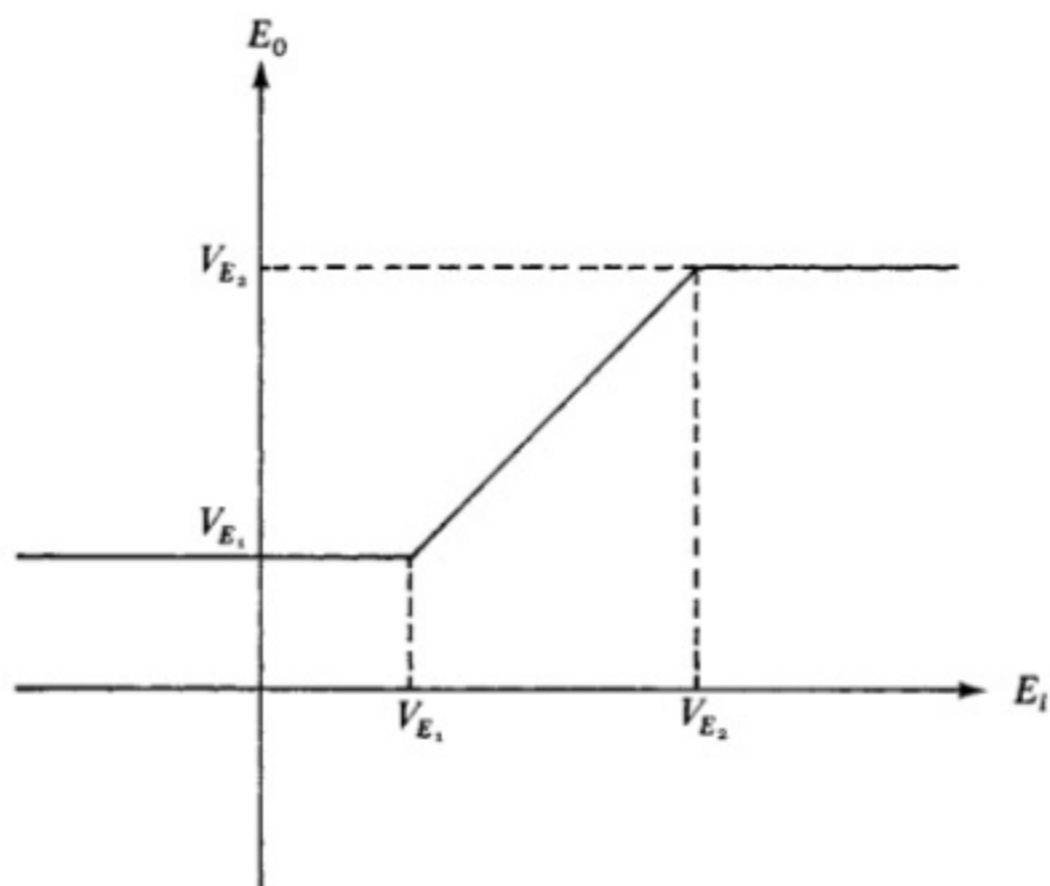


Figura 6.13. Curva de transferencia del circuito de la Figura 6.12.

## 6.4. CIRCUITOS RECTIFICADORES CON DIODOS

Seguidamente se muestran algunos circuitos usados en la rectificación de señales sinusoidales, para su empleo en fuentes de alimentación continua. Están basados en los circuitos recortadores vistos anteriormente.

Para determinar la magnitud de las señales rectificadas respecto del valor medio de la señal, se utilizan los siguientes coeficientes:

### ■ Factor de forma ( $F_F$ )

Factor de forma de una magnitud ondulada es la relación entre el valor eficaz total de dicha magnitud y su valor medio:

$$F_F = \frac{E_{ef}}{E_{med}}$$

### ■ Factor de rizado ( $F_R$ )

Factor de rizado de cualquier magnitud ondulada es la relación entre el valor eficaz de la ondulación exclusivamente y su valor medio:

$$F_R = \frac{E_{ef\ ond}}{E_{med}}$$

Mediante la aplicación de la ley de Joule, es posible obtener la siguiente expresión:

$$E_{ef}^2 = E_{med}^2 + E_{ef\ ond}^2$$

Por tanto, se puede relacionar el factor de rizado con el factor de forma mediante la siguiente expresión:

$$F_F^2 = 1 + F_R^2$$

Respecto a las medidas efectuadas en los circuitos rectificadores, hay que tener en cuenta que *un voltímetro de corriente continua indica el valor medio de la tensión que hay entre sus extremos, mientras que un voltímetro de corriente alterna indica el valor eficaz de la tensión que hay entre sus extremos.*

## 6.5. CIRCUITO RECTIFICADOR DE MEDIA ONDA

En la Figura 6.14 pueden apreciarse el circuito y las formas de onda de la señal de entrada, y la señal que se obtiene en la carga.

Con un rectificador de este tipo, al introducir una señal sinusoidal, se cumplen los parámetros de la Tabla 6.1.

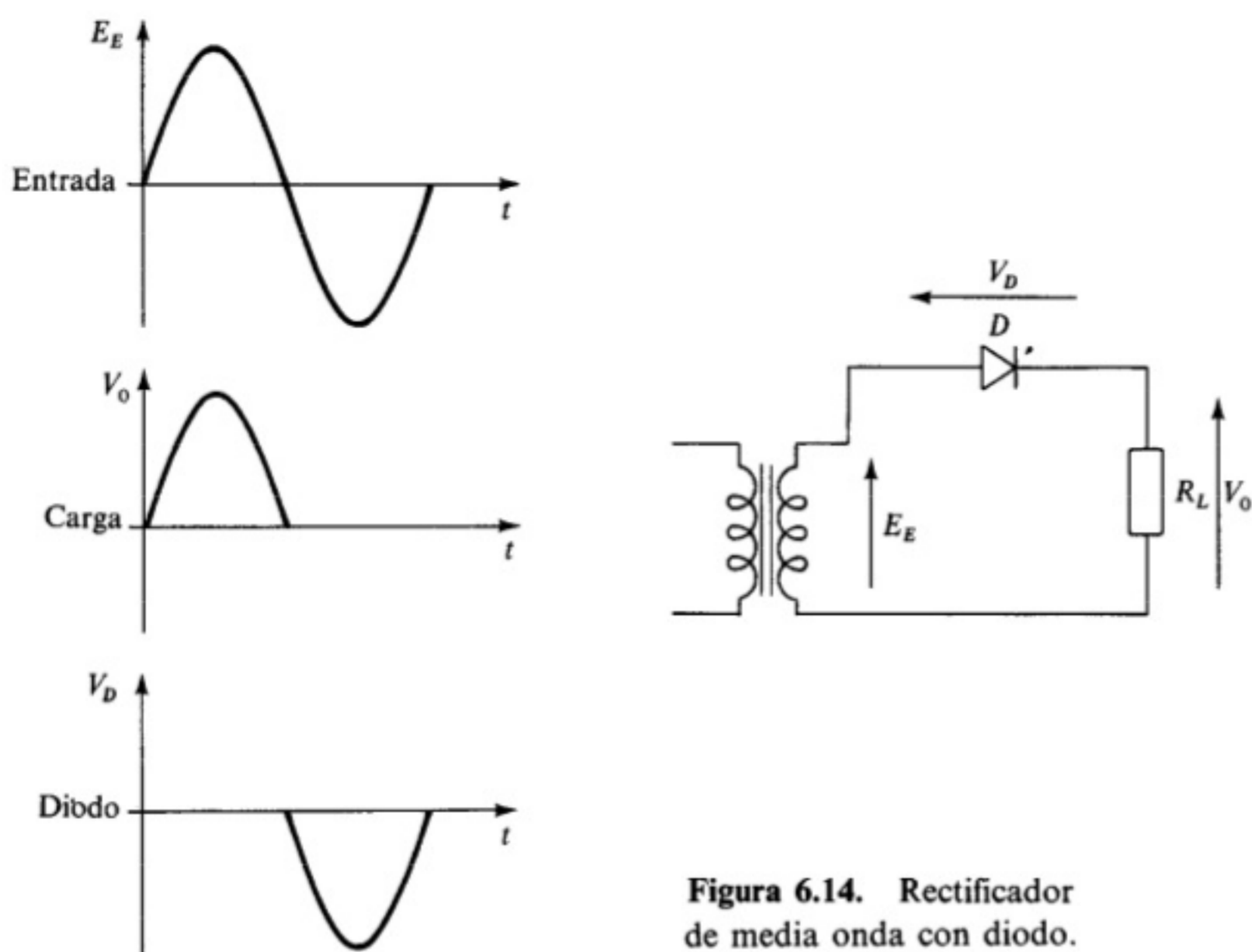


Figura 6.14. Rectificador de media onda con diodo.

Tabla 6.1. Parámetros que se cumplen en un rectificador de media onda, cuando se le introduce una señal sinusoidal

Parámetros en un rectificador de media onda	
Tensión eficaz de salida:	$V_{O(ef)} = \frac{E_{m\acute{a}x}}{2}$
Tensión media de salida:	$V_{O(med)} = \frac{E_{m\acute{a}x}}{\pi}$
Factor de forma:	$F_F = 1,57$
Factor de rizado:	$F_R = 1,21$
Corriente media directa por el diodo:	$I_{F(AV)} = I_{med\ sal}$
Corriente de pico por el diodo:	$I_{FM} = \pi \cdot I_{med\ sal}$
Corriente eficaz directa:	$I_{F(RMS)} = I_{ef\ sal}$
Tensión inversa del diodo:	$V_R = E_{m\acute{a}x}$

### 6.6. CIRCUITO RECTIFICADOR DE DOBLE ONDA

En la Figura 6.15 pueden apreciarse el circuito y las formas de onda de la señal de entrada y la señal que se obtiene en la carga.

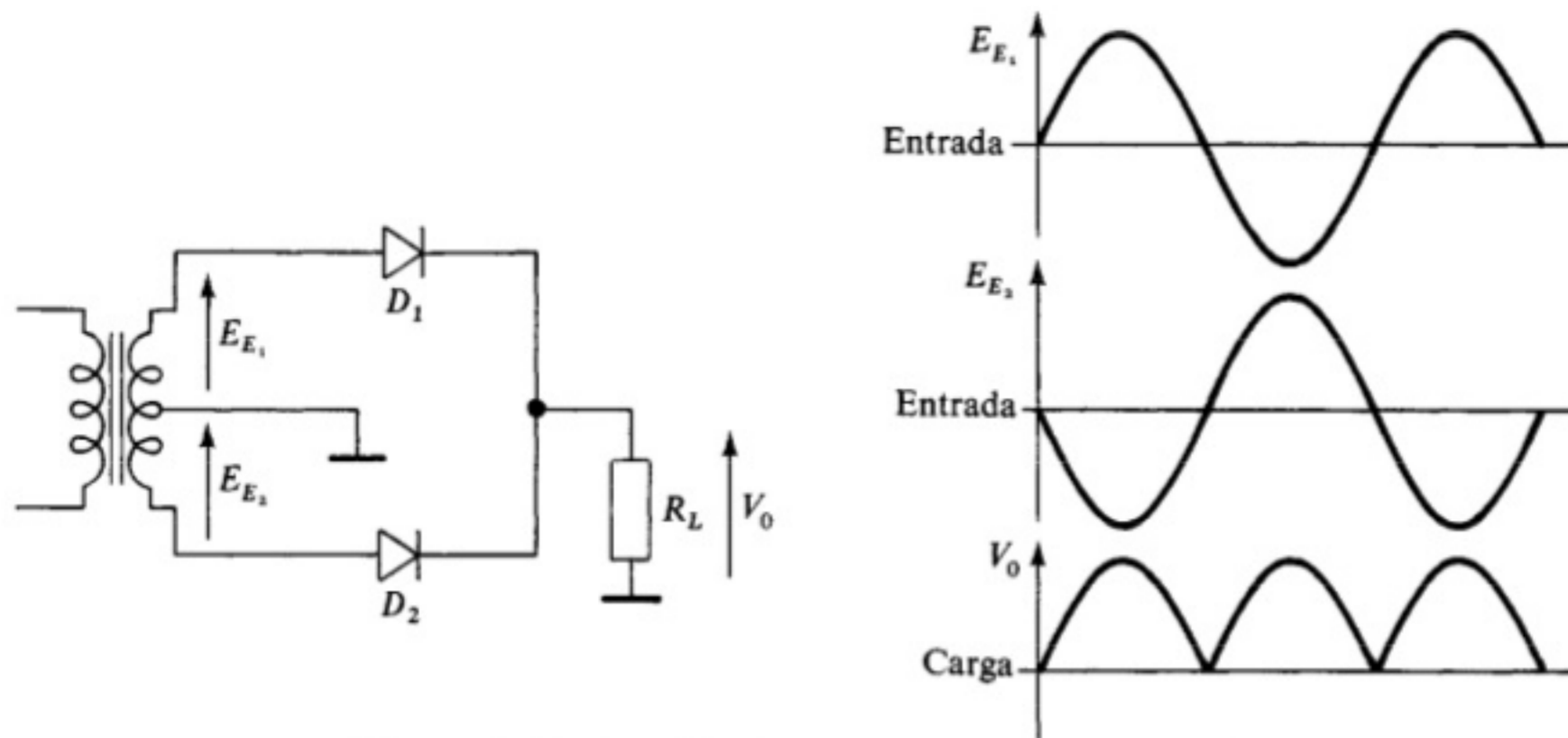


Figura 6.15. Rectificador de doble onda con diodo.

Con un rectificador de este tipo, al introducir una señal sinusoidal, se cumplen los parámetros de la Tabla 6.2.

Tabla 6.2. Parámetros que cumple un rectificador de doble onda, cuando se le introduce una señal sinusoidal

Parámetros en un rectificador de doble onda
Tensión eficaz de salida: $V_{0(ef)} = \frac{E_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}}$ .
Tensión media de salida: $V_{0(med)} = \frac{2E_{m\acute{a}x}}{\pi}$ .
Factor de forma: $F_F = 1,11$ .
Factor de rizado: $F_R = 0,48$ .
Corriente media directa por el diodo: $I_{F(AV)} = 0,5I_{med\ sal}$ .
Corriente de pico por cada diodo: $I_{FM} = 1,57I_{med\ sal}$ .
Corriente eficaz directa: $I_{F(RMS)} = 0,7I_{ef\ sal}$ .
Tensión inversa del diodo: $V_R = 2 \cdot E_{m\acute{a}x}$ .

## 6.7. CIRCUITO RECTIFICADOR CON PUENTE DE DIODOS

En la Figura 6.16 pueden apreciarse el circuito y las formas de onda de la señal de entrada y la señal que se obtiene en la carga.

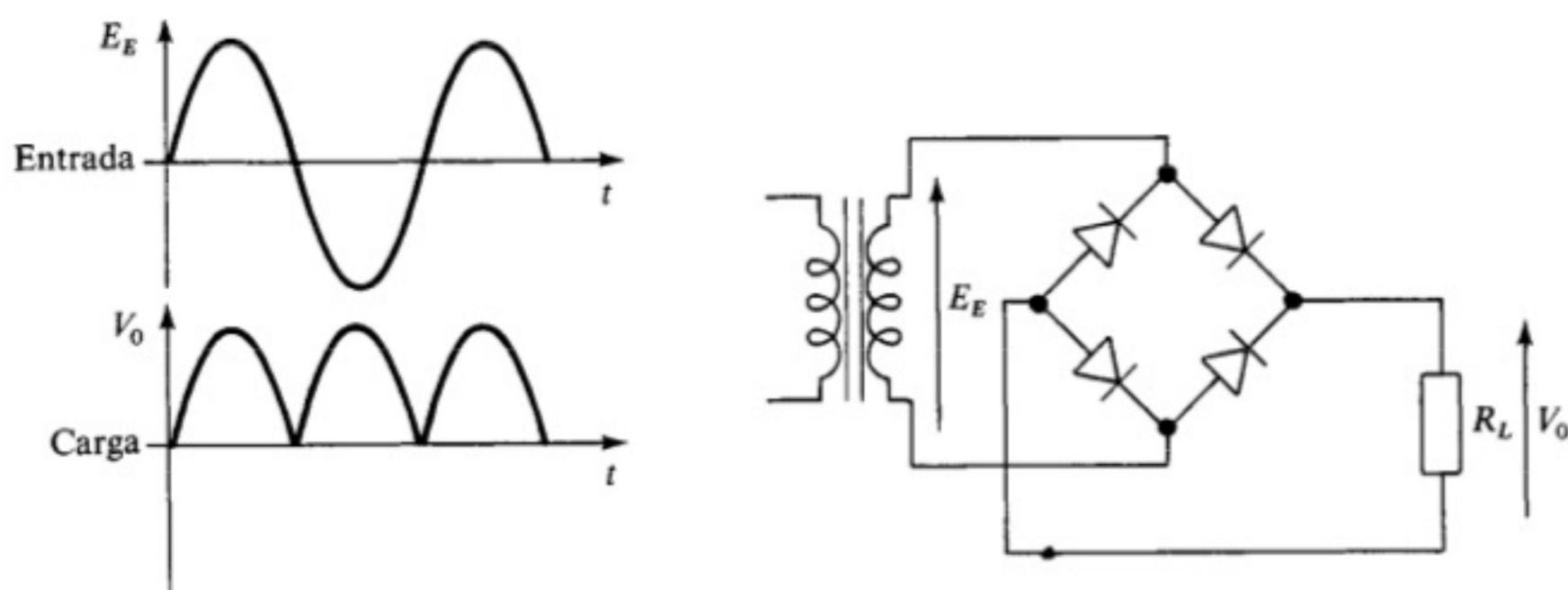


Figura 6.16. Rectificador con puente de diodos.

Con un rectificador de este tipo, al introducir una señal sinusoidal, se obtienen los parámetros de la Tabla 6.3.

Tabla 6.3. Parámetros de un rectificador en puente de diodos, cuando a su entrada hay una señal sinusoidal

Parámetros en un rectificador con puente de diodos
Tensión eficaz de salida: $V_{0\text{ (ef)}} = \frac{E_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$ .
Tensión media de salida: $V_{0\text{ (med)}} = \frac{2 \cdot E_{\text{máx}}}{\pi}$ .
Factor de forma: $F_F = 1,11$ .
Factor de rizado: $F_R = 0,48$ .
Corriente media directa por el diodo: $I_{F\text{ (AV)}} = 0,5I_{\text{med sal}}$ .
Corriente de pico por cada diodo: $I_{FM} = 1,57I_{\text{med sal}}$ .
Corriente eficaz directa: $I_{F\text{ (RMS)}} = 0,7I_{\text{ef sal}}$ .
Tensión inversa del diodo: $V_R = E_{\text{máx}}$ .

## 6.8. FILTROS

Son circuitos que se colocan entre la salida del rectificador y la carga con el objeto de separar las componentes de corriente alterna de las de corriente continua contenidas en la tensión aplicada por el rectificador a la entrada del filtro y evitar que las primeras alcancen la carga. Estos filtros, en las fuentes de alimentación de baja potencia, se realizan con condensadores y bobinas. Las configuraciones más empleadas de filtros en fuentes de alimentación son las siguientes:

### 6.8.1. Filtro de condensador en paralelo

El circuito es el que se muestra en la Figura 6.18, en el que se cumple que el valor medio de la ondulación es

$$V_{r(\text{ef})} = \frac{I_0}{2\sqrt{2}C_1F}$$

donde:  $F = f$  para el caso de media onda y  $F = 2f$  para doble onda.  
 $V_r$  = Tensión de rizado.

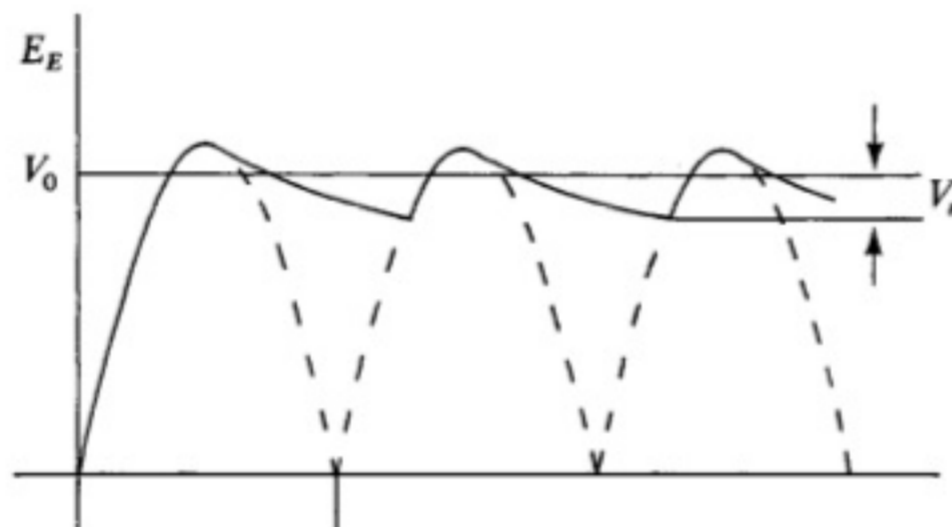


Figura 6.17. Señal rectificada y acción del filtro de condensador en paralelo.

El valor medio de la tensión sobre la carga es

$$V_0 = E_{\text{máx}} - V_{r(\text{máx})}$$

Por tanto, el valor del condensador, para una determinada tensión de rizado y frecuencia, vendrá dado por la siguiente expresión:

$$C_1 = \frac{I_0}{2\sqrt{2}V_{r(\text{ef})}F}$$

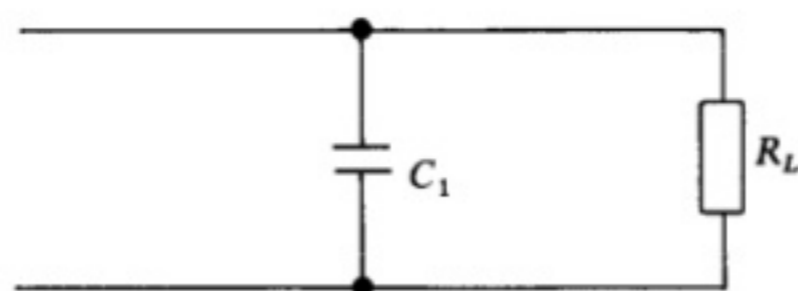


Figura 6.18. Filtro de condensador en paralelo.

### 6.8.2. Filtro LC y en π

Los circuitos son los que se muestran en la Figura 6.19 en los que se cumple que el valor eficaz de la señal de rizado en la carga es

$$V'_{r(e\text{f})} = \frac{V_{r(e\text{f})}}{L\Omega - \frac{1}{C_2\Omega}} \cdot \frac{1}{C_2\Omega} = \frac{V_{r(e\text{f})}}{LC_2\Omega^2 - 1}$$

donde:  $\Omega = 2\pi F$ .

$F = f$  para el caso de media onda y  $F = 2f$  para doble onda.  
 $V_{r(e\text{f})}$  = Tensión de rizado de la primera etapa del filtro ( $C_1$ ).

Como el valor de  $LC_2\Omega^2$  suele ser mucho mayor que la unidad, se puede hacer la siguiente aproximación:

$$V'_{r(e\text{f})} = \frac{V_{r(e\text{f})}}{LC_2\Omega^2}$$

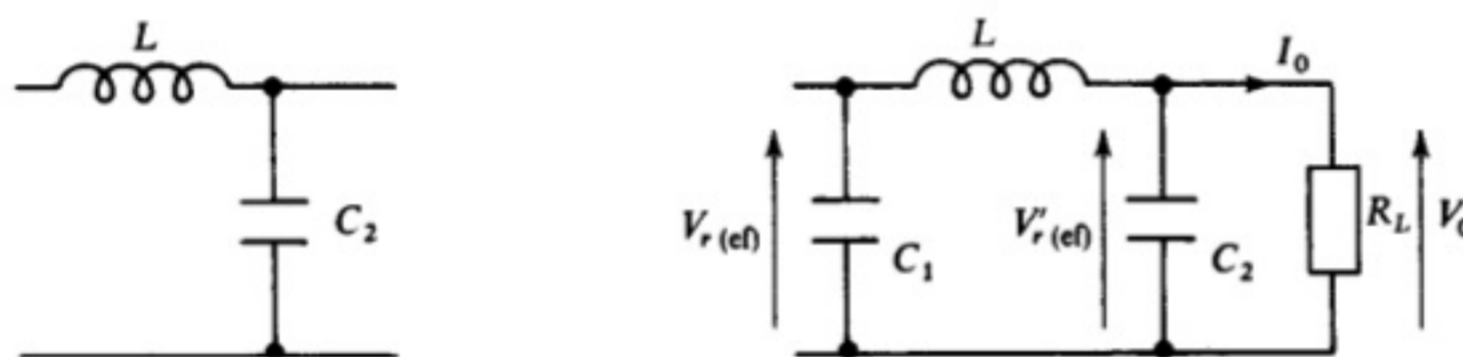
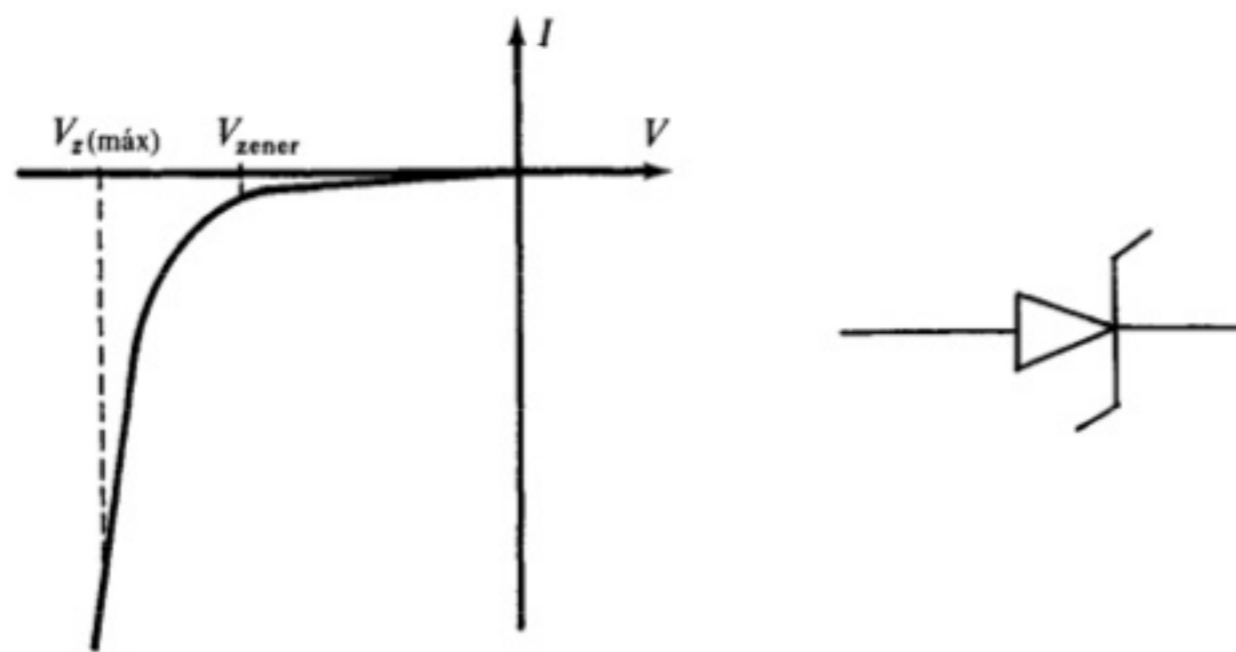


Figura 6.19. Filtro LC y filtro en π.

### 6.9. ESTABILIZACION DE TENSION CON ZENER

El diodo zener es un diodo que se comporta como un diodo rectificador normal cuando se encuentra polarizado directamente, pero tiene la propiedad de conducir en sentido inverso cuando la tensión aplicada llega a un cierto valor que se denomina tensión zener  $V_z$ . En la Figura 6.20 puede apreciarse la curva característica de este diodo y su simbología.



**Figura 6.20.** Curva característica de un diodo zener y símbolo de representación de un zener.

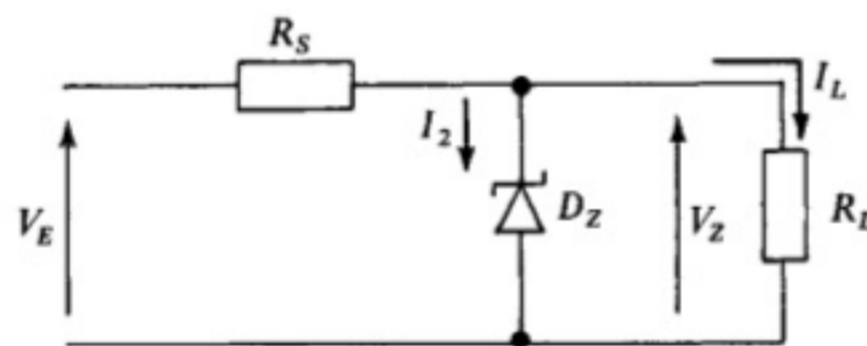
Algunos parámetros de los diodos zener son los siguientes:

- $V_Z$ : Tensión de trabajo del diodo zener.
- $I_Z$ : Corriente continua zener.
- $I_{ZRM}$ : Corriente zener de pico repetitivo.
- $I_{Z(máx)}$ : Intensidad zener máxima.
- $P_{Z(máx)}$ : Potencia máxima del zener.

La potencia máxima capaz de aguantar un diodo zener es

$$P_{Z(máx)} = V_Z \cdot I_{Z(máx)}$$

El circuito típico de aplicación del diodo zener como estabilizador de tensión es el que se muestra en la Figura 6.21.



**Figura 6.21.** Circuito estabilizador de tensión con diodo zener.

En el anterior circuito se cumple la siguiente ecuación:

$$V_E = (I_Z + I_L) \cdot R_S + V_Z$$

Cuando en el circuito de la Figura 6.21 se produce un aumento de la tensión de entrada  $V_E$ , la reacción del diodo zener es aumentar la intensidad que por él circula, para tratar de mantener de esta forma la tensión entre sus bornas.



De igual modo si la tensión de entrada disminuye la intensidad que circula por el zener tiende a disminuir.

Teniendo en cuenta lo anterior, seguidamente se ponen las ecuaciones que nos darían los valores máximo y mínimo de la tensión de entrada  $V_E$  para los cuales el zener estabilizaría la tensión de salida:

$$V_{E(\text{máx})} = I_{Z(\text{máx})} + I_L) \cdot R_S + V_Z$$

$$V_{E(\text{mín})} = I_{Z(\text{mín})} + I_L) \cdot R_S + V_Z$$

Si en lugar de variar la tensión de entrada  $V_E$  variase la corriente absorbida por la carga  $I_L$ , el diodo zener mantendría la tensión en la salida, variando la corriente que por él circula.

Los valores máximo y mínimo de  $I_L$  se obtienen de las ecuaciones siguientes:

$$V_E = (I_{Z(\text{máx})} + I_{L(\text{mín})}) \cdot R_S + V_Z$$

$$V_E = (I_{Z(\text{mín})} + I_{L(\text{máx})}) \cdot R_S + V_Z$$

## 6.10. REGULADORES INTEGRADOS

Los reguladores integrados son circuitos formados por un elevado número de componentes introducidos en un único chip y encapsulados en un reducido espacio, capaces de proporcionar una tensión constante a su salida. Poseen tres terminales:

- Terminal de entrada de tensión no regulada.
- Terminal de salida de tensión regulada.
- Terminal común de entrada y salida que suele conectarse a masa, bien directamente bien a través de una resistencia.

Los parámetros más significativos de los reguladores son los siguientes:

- **Tensión nominal.** Es el valor de la tensión estabilizada de salida entre los terminales común y de salida.
- **Caída de tensión (*Dropout voltage*).** Es la diferencia de tensión mínima entre la entrada y la salida para que el regulador mantenga constante la tensión de salida.
- **Corriente de reposo.** Es la parte de la corriente de entrada que no circula por la carga retornando por el terminal de tierra.
- **Rechazo de rizado.** Es la relación existente entre el rizado de la señal entrada y el de la salida expresado en decibelios.

En el apéndice A de este libro se incluyen las hojas de características de la serie LM78XX fabricada por National Semiconductor.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 6.1. Si en el circuito de la Figura 6.22 se introduce una señal sinusoidal de 20 V de pico, dibujar la señal que se obtiene a la salida, suponiendo que el diodo es ideal.

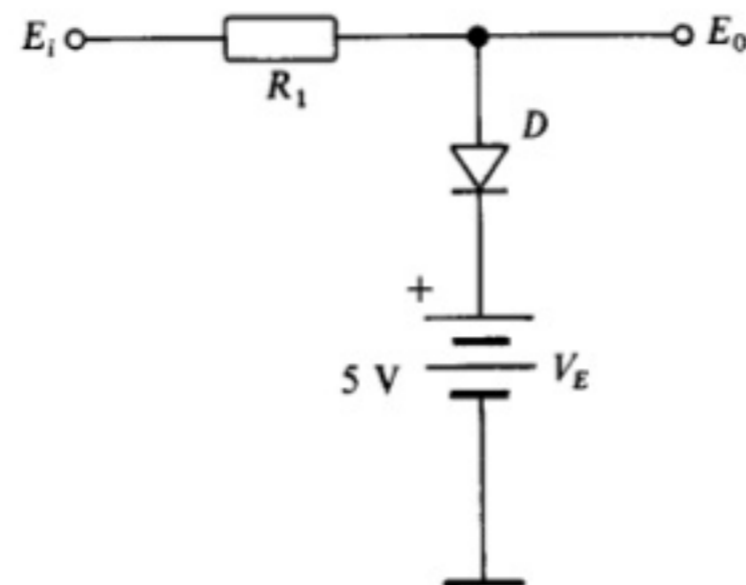


Figura 6.22.

**Solución:** El circuito es un recortador de nivel con diodo paralelo polarizado. Durante el semiciclo positivo el diodo  $D$ , conduce siempre que la tensión de entrada  $E_i$  sea mayor a  $V_E$ , que es de 5 V; por tanto, se puede dibujar la función de transferencia y la respuesta del mismo.

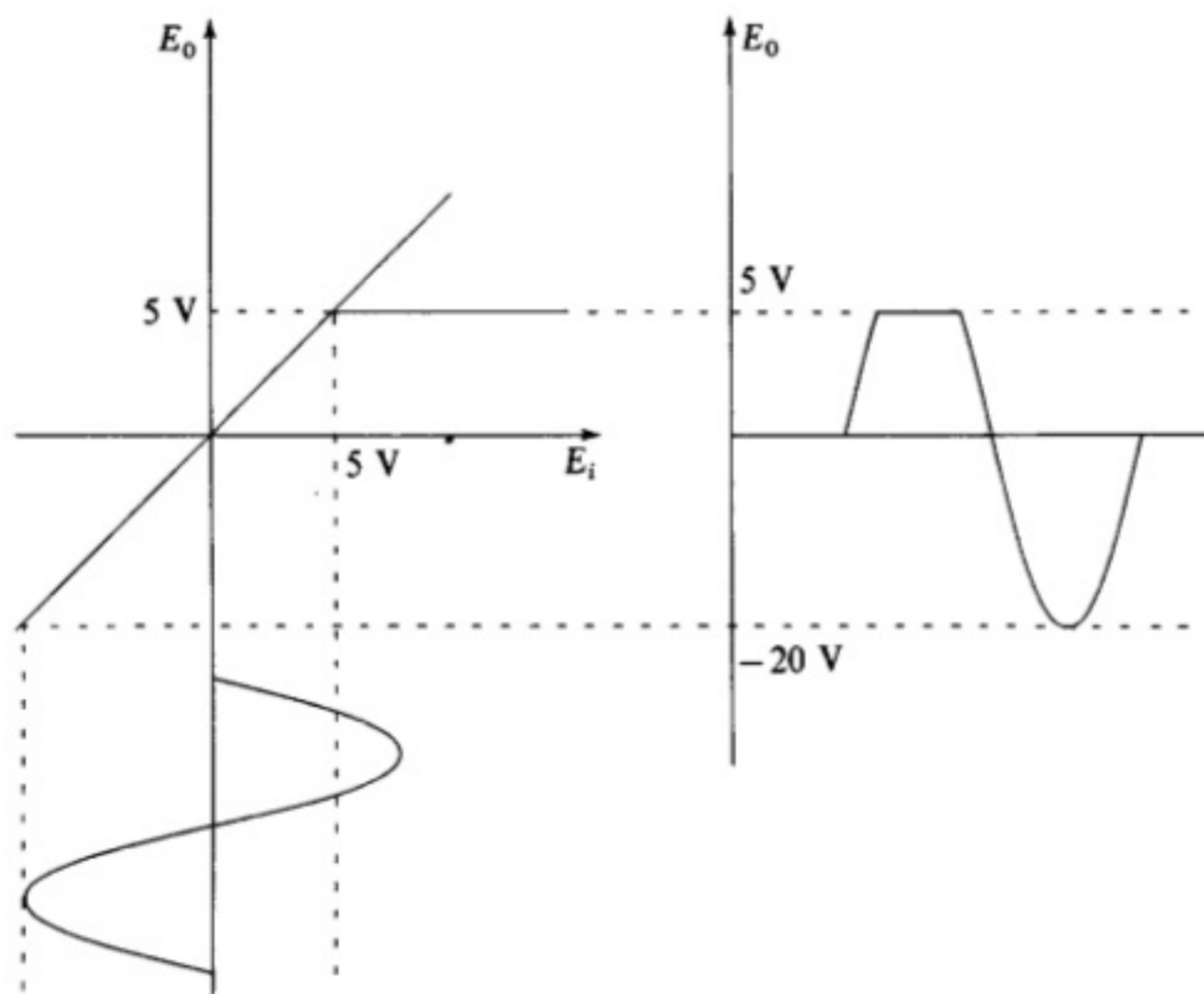


Figura 6.23. Función de transferencia y señales de entrada y salida al circuito de la Figura 6.22.

- 6.2. Si en el circuito de la Figura 6.24 se introduce una señal sinusoidal de 20 V de pico, obtener la señal de salida, suponiendo que los diodos son ideales.

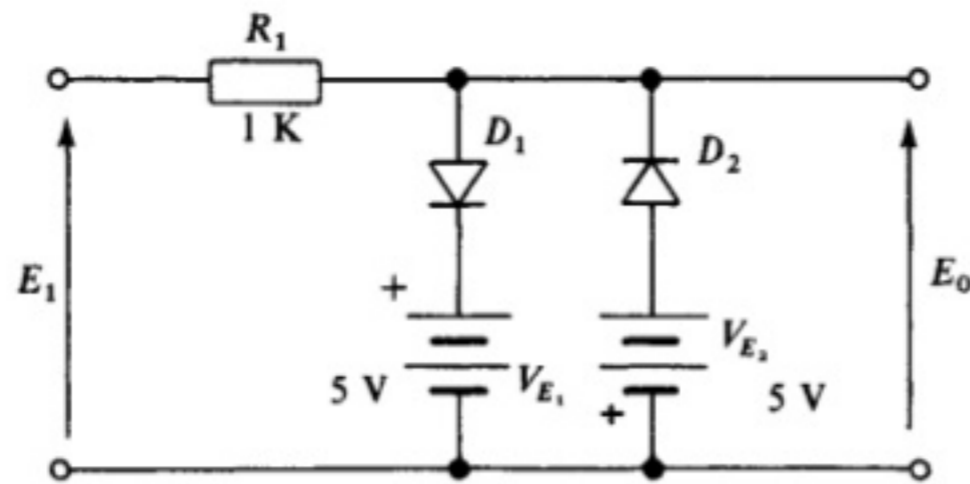


Figura 6.24.

**Solución:** Durante el semiciclo positivo el diodo  $D_1$ , conduce siempre que la tensión sea mayor que 5 V. Lo mismo ocurre con  $D_2$  durante los semiciclos negativos; por tanto, la señal que se obtiene a la salida del circuito es la que se muestra en la Figura 6.25.

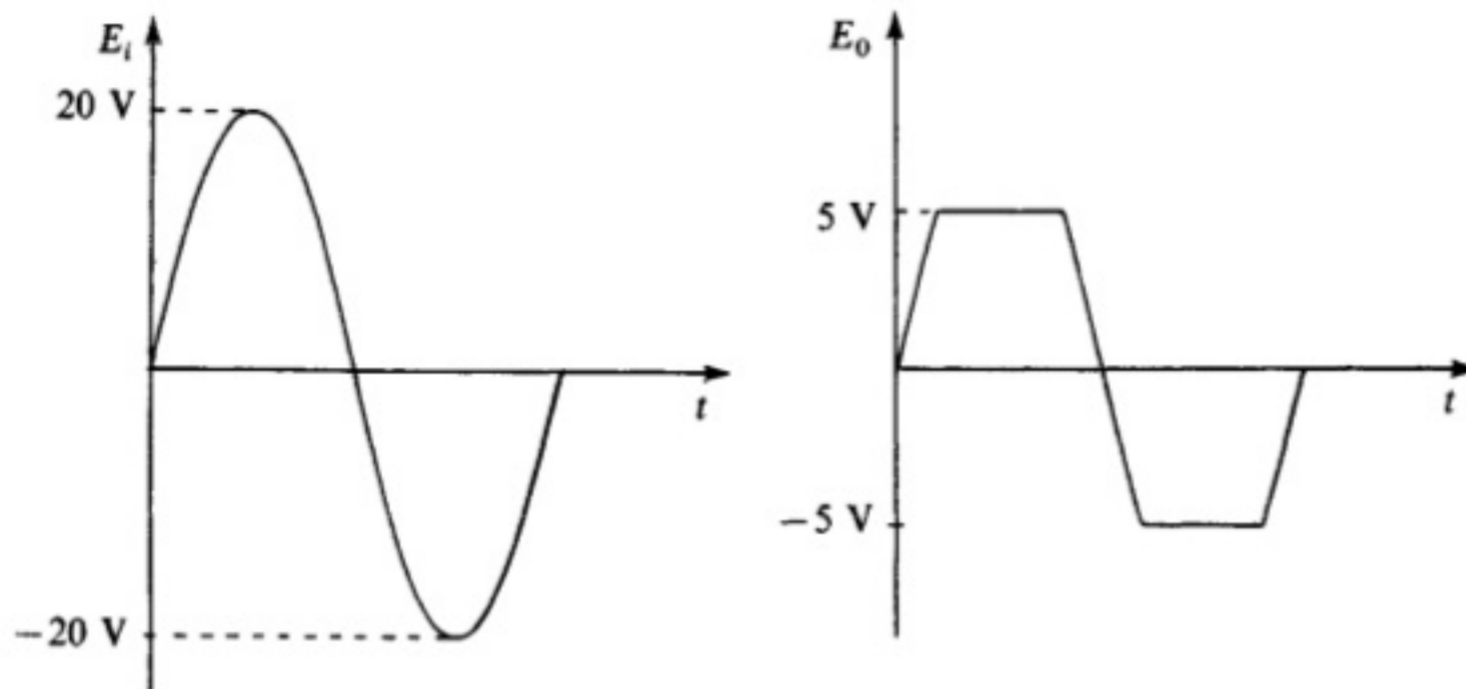


Figura 6.25. Señal de entrada y salida del circuito de la Figura 6.24.

- 6.3. Si en el circuito de la Figura 6.26 se introduce una señal sinusoidal de 20 V de pico, hallar la señal de salida, suponiendo que los diodos son ideales.

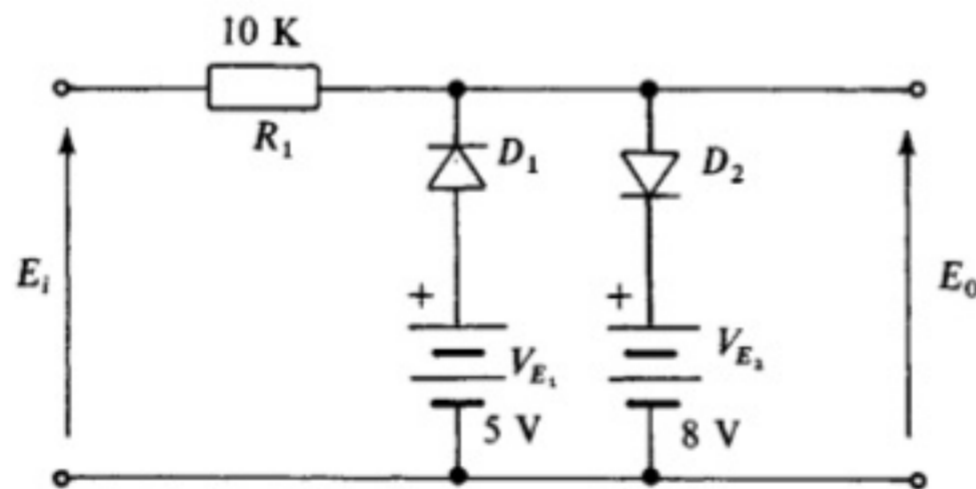


Figura 6.26.

**Solución:** Mientras que  $E_i$  sea menor que  $V_{E_2}$ , el diodo  $D_1$  conduce, a su vez que  $D_2$  no conduce: por tanto, la tensión de salida será igual a  $V_{E_1} = 5$  V.  
 Cuando  $E_i$  sea mayor que  $V_{E_1}$  y menor que  $V_{E_2}$ ,  $D_1$  y  $D_2$  no conduce; por tanto, la señal de salida es igual a  $E_i$ .

La curva de transferencia del circuito será, por consiguiente, la que se muestra en la Figura 6.27.

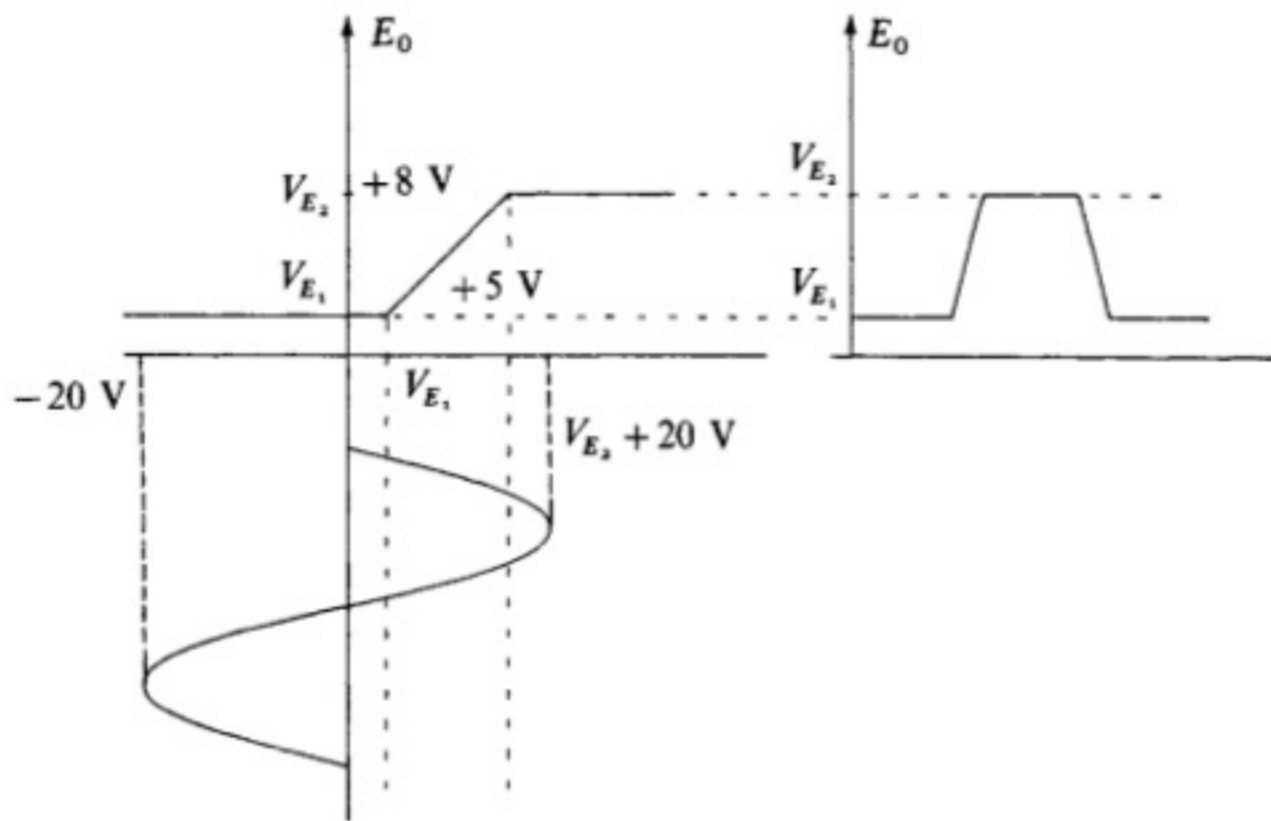


Figura 6.27. Curva de transferencia del circuito de la Figura 6.26 y señales de entrada y salida.

- 6.4. Si en el circuito de la Figura 6.28 se introduce una señal sinusoidal de 20 V de pico, dibujar la señal que se obtiene a la salida, suponiendo que los diodos tienen una resistencia interna  $R_D = 1 \text{ K}$ .

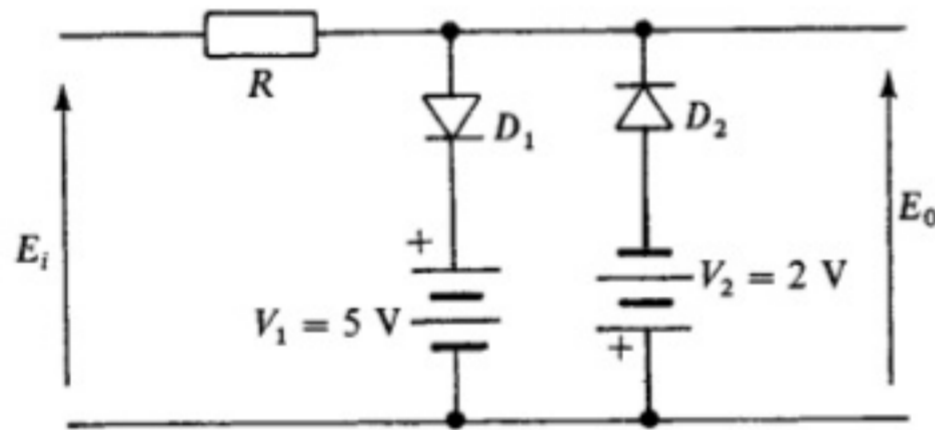


Figura 6.28. Circuito recortador de dos niveles correspondientes al Problema 6.4.

**Solución:** Mientras que la señal de entrada no alcanza el valor de  $V_1$ , el diodo  $D_1$  está cortado al igual que  $D_2$ ; por tanto, el circuito equivalente será el que se muestra en la Figura 6.29, en el que se puede ver que la señal de salida es igual a la señal de entrada.

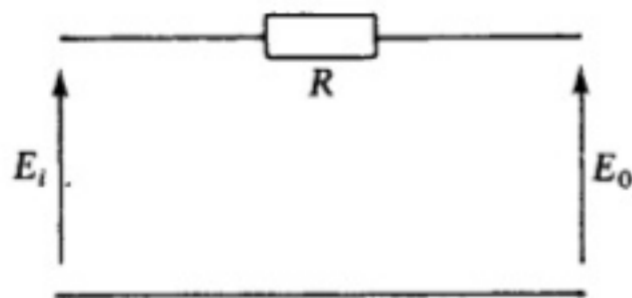
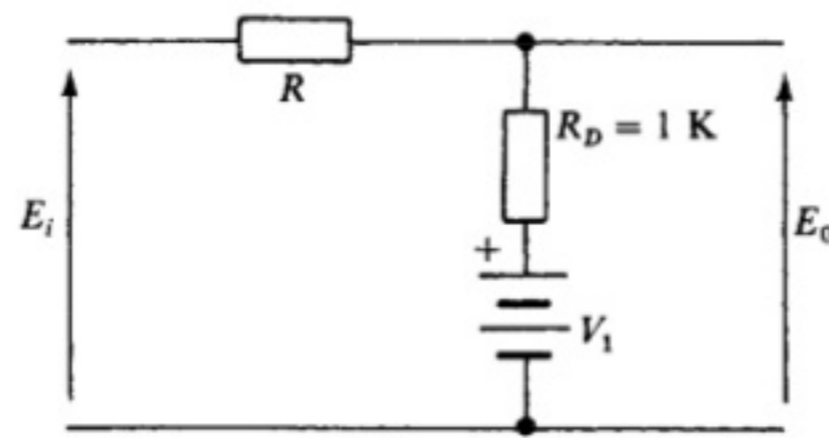


Figura 6.29. Circuito equivalente al circuito de la Figura 6.29, cuando no conducen  $D_1$  ni  $D_2$ .

Cuando  $E_i$  alcanza el valor de  $V_1$ , el diodo  $D_1$  empieza a conducir, mientras que  $D_2$  sigue cortado; por tanto, el circuito equivalente en este tramo de tensión es el que se muestra en la Figura 6.30.



**Figura 6.30.** Circuito equivalente del circuito de la Figura 6.28 cuando  $D_1$  conduce y  $D_2$  no conduce.

En este caso la tensión de salida viene dada por

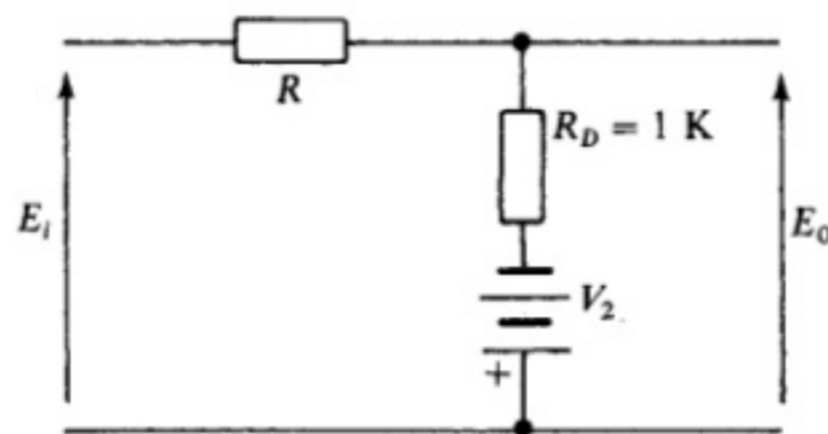
$$E_o = V_1 + R_D \cdot \frac{E_i - V_1}{R + R_D}$$

Cuando  $E_i$  se va haciendo negativa, al alcanzar el valor negativo  $-V_2$ , el diodo  $D_2$  conduce, mientras que el diodo  $D_1$  está al corte; por tanto, el circuito equivalente en estos tramos de tensión es el que se muestra en la Figura 6.31.

En este caso la tensión de salida viene dada por

$$E_o = V_2 + R_D \cdot \frac{E_i - V_2}{R + R_D}$$

donde  $V_E$  tiene valor negativo.



**Figura 6.31.** Circuito equivalente al de la Figura 6.28 cuando  $D_2$  conduce y  $D_1$  no conduce.

Por consiguiente, estamos en condiciones de dibujar la función de transferencia del circuito, que es la que se muestra en la Figura 6.32, en la que se pueden apreciar las señales de entrada y la de salida que está recortada a dos niveles distintos.

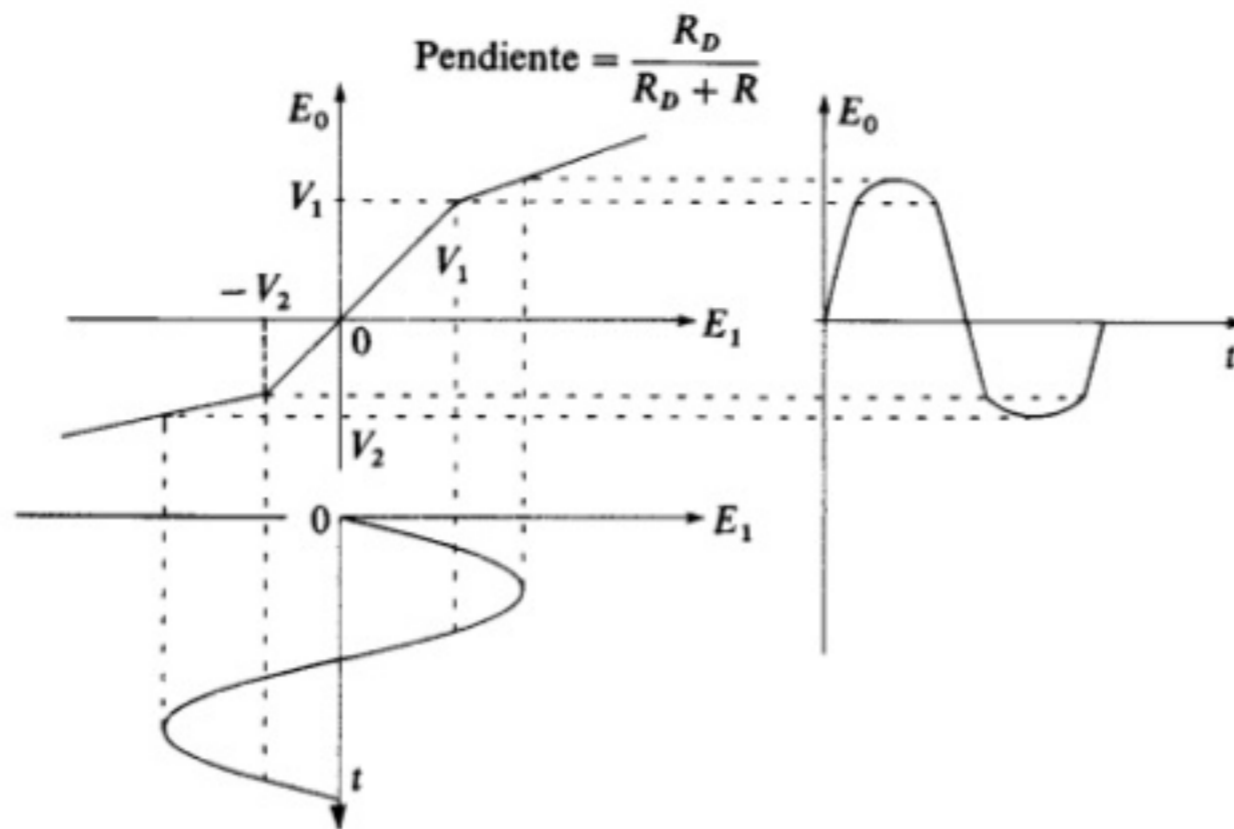


Figura 6.32. Curva de transferencia del circuito de la Figura 6.28, en el que se pueden apreciar la señal de entrada y la respuesta en la salida.

6.5. En el circuito de la Figura 6.33a se introduce un tren de impulsos, tal como se ve en la Figura 6.33b. Dibujar las formas de onda de las tensiones, en extremos del diodo  $V_D$  y en extremos de la resistencia  $V_0$ , suponiendo que el diodo es de silicio.

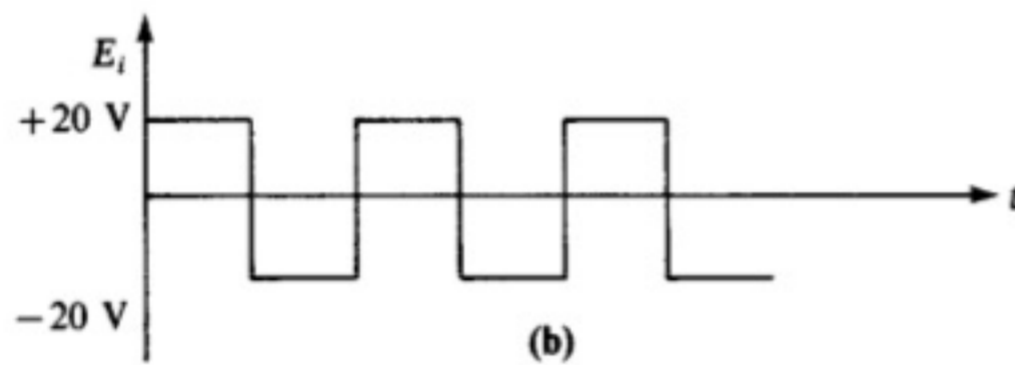
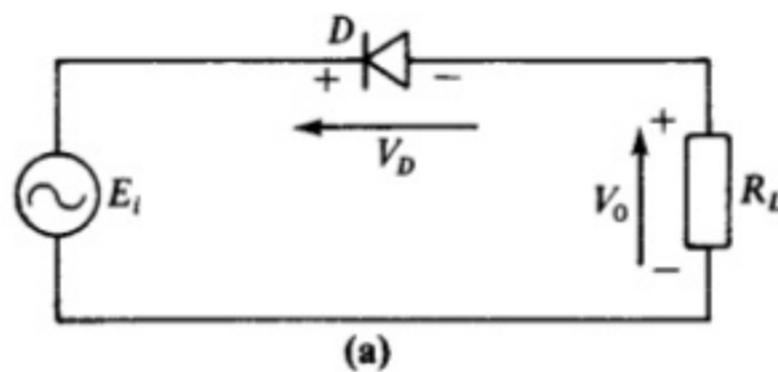


Figura 6.33. a) Circuito rectificador con señal de entrada cuadrada. b) Señal de entrada.

**Solución:** Como el diodo es de silicio, para que éste comience a conducir, necesitará tener entre ánodo y cátodo una diferencia de potencial de, al menos, 0,7 V.

Por tanto, las señales que se obtienen en  $V_D$  y en  $V_0$  son las que se muestran en la Figura 6.34, en la que puede apreciarse que, durante el semiperíodo positivo, el diodo no

conduce; por lo que en sus extremos aparecen los 20 V de la señal del generador; durante el semiperíodo negativo el diodo conduce a partir de 0,7 V, que es la  $V_{\text{conducción}}$  del diodo.

En la carga, durante el semiperíodo positivo, la diferencia de potencial es 0 V, ya que no circula corriente por ella; mientras que en el semiperíodo negativo la diferencia de potencial en  $R_L$  será

$$V_o = 20 \text{ V} + 0,7 \text{ V} = 19,3 \text{ V}$$

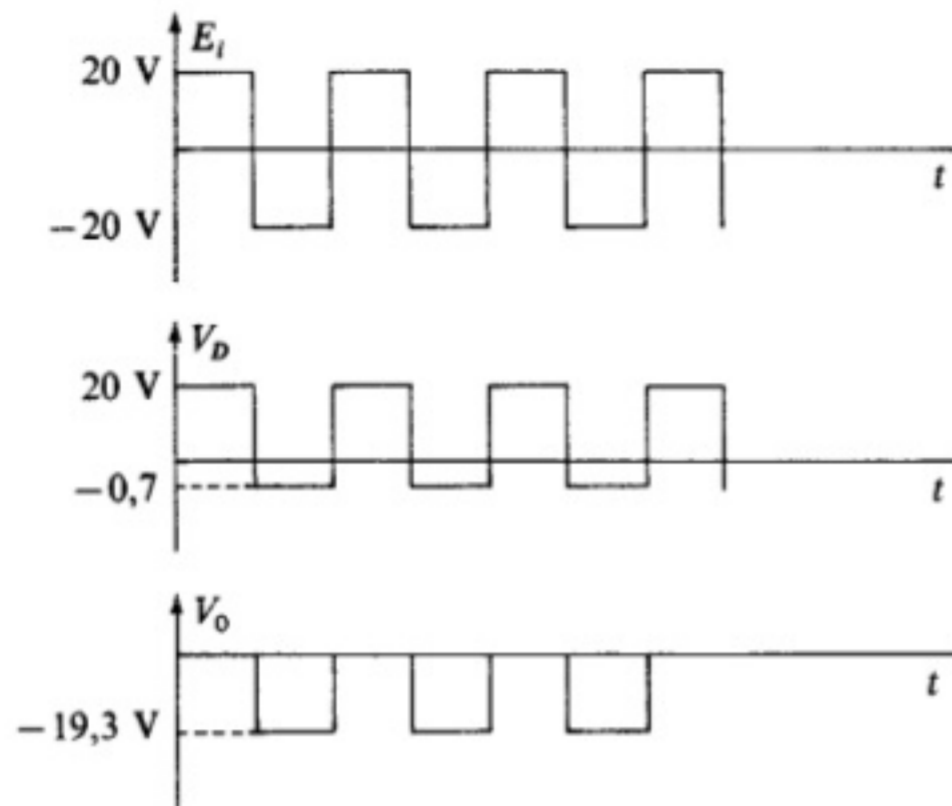


Figura 6.34. Señal en el diodo y en la carga del circuito de la Figura 6.33.

- 6.6. En el circuito de la Figura 6.35 determinar la corriente media directa que pasa por el diodo y la tensión de salida en la carga.

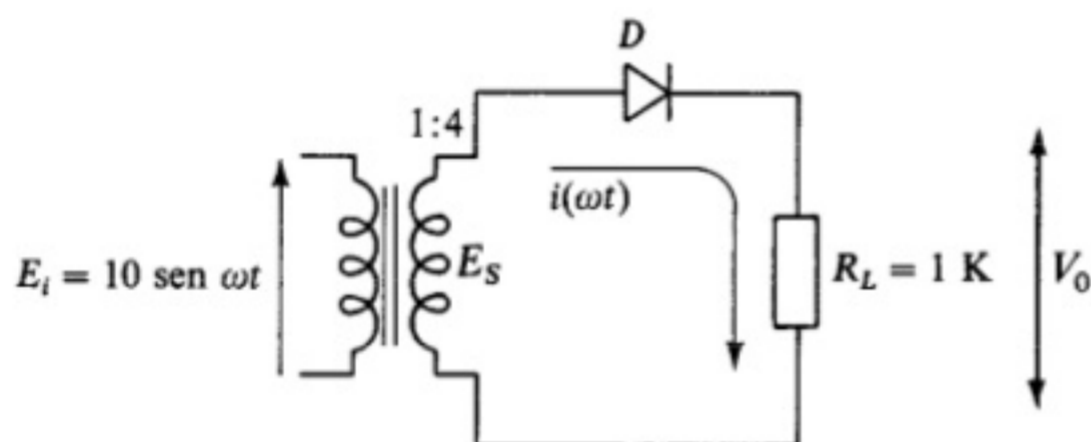


Figura 6.35. Circuito rectificador correspondiente al Problema 6.6.

**Solución:** La tensión máxima en el secundario del transformador será

$$E_{S(\text{máx})} = E_{i(\text{máx})} N_2 / N_1$$

donde  $N_2/N_1$  es la inversa de la relación de transformación, que en este problema es de 4:

$$E_{S(\text{máx})} = 10 \text{ V} \cdot 4 = 40 \text{ V}$$

La corriente en un instante  $t$  vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$i(\omega t) = I_{\text{máx}} \text{sen } \omega t$$

teniendo en cuenta que

$$i(\omega t) = 0 \quad \text{entre} \quad \pi \leq \omega t \leq 2\pi$$

al estar rectificadada la señal de entrada por el diodo  $D$ . Por tanto, el valor medio de la corriente vendrá dada por

$$I_{\text{med}} = I_{\text{máx}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ \int_0^{\pi} \text{sen}(\omega t) \cdot d(\omega t) + \int_{\pi}^{2\pi} \text{sen}(\omega t) \cdot d(\omega t) \right]$$

$$I_{\text{med}} = I_{\text{máx}}/\pi = 0,318 I_{\text{máx}}$$

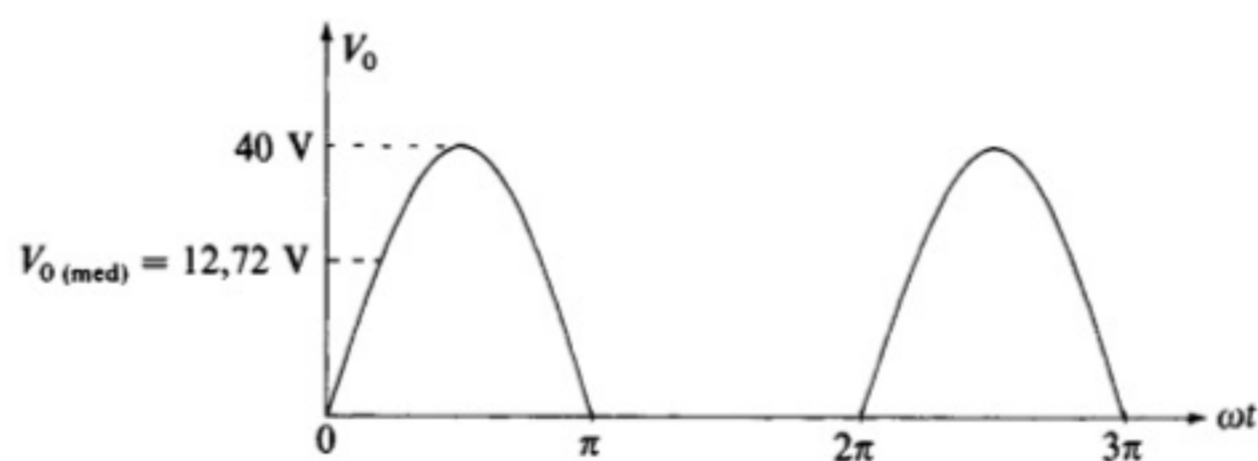
Por consiguiente, en el caso que nos ocupa, la corriente media será

$$I_{\text{med}} = 0,318 \frac{E_S(\text{máx})}{R_L} = \frac{0,318 \cdot 40}{1} = 12,72 \text{ mA}$$

Por tanto, la tensión de salida en bornas de la resistencia será

$$V_{0(\text{med})} = 12,72 \cdot 1 = 12,72 \text{ V}$$

Y la forma de onda que se obtiene en sus bornas es la de la Figura 6.36.



**Figura 6.36.** Forma de onda de la tensión en la carga del circuito de la Figura 6.35.

- 6.7.** En el circuito de la Figura 6.37, determinar: **a)** La corriente media que atraviesa el diodo. **b)** La corriente eficaz del circuito. **c)** El factor de forma  $F_F$ . **d)** El factor de rizado  $F_R$ . **e)** La tensión inversa de pico que soporta el diodo.



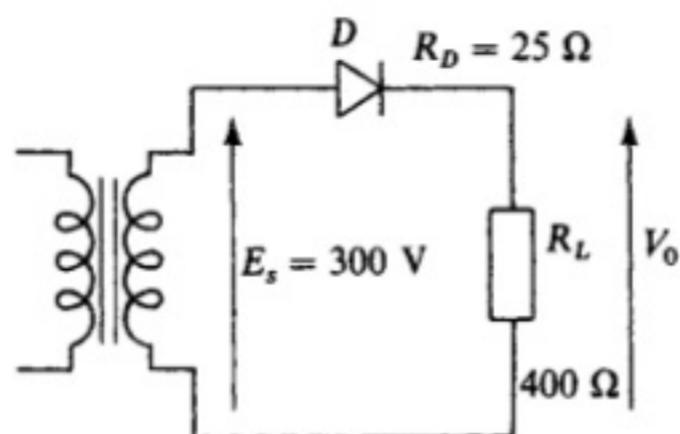
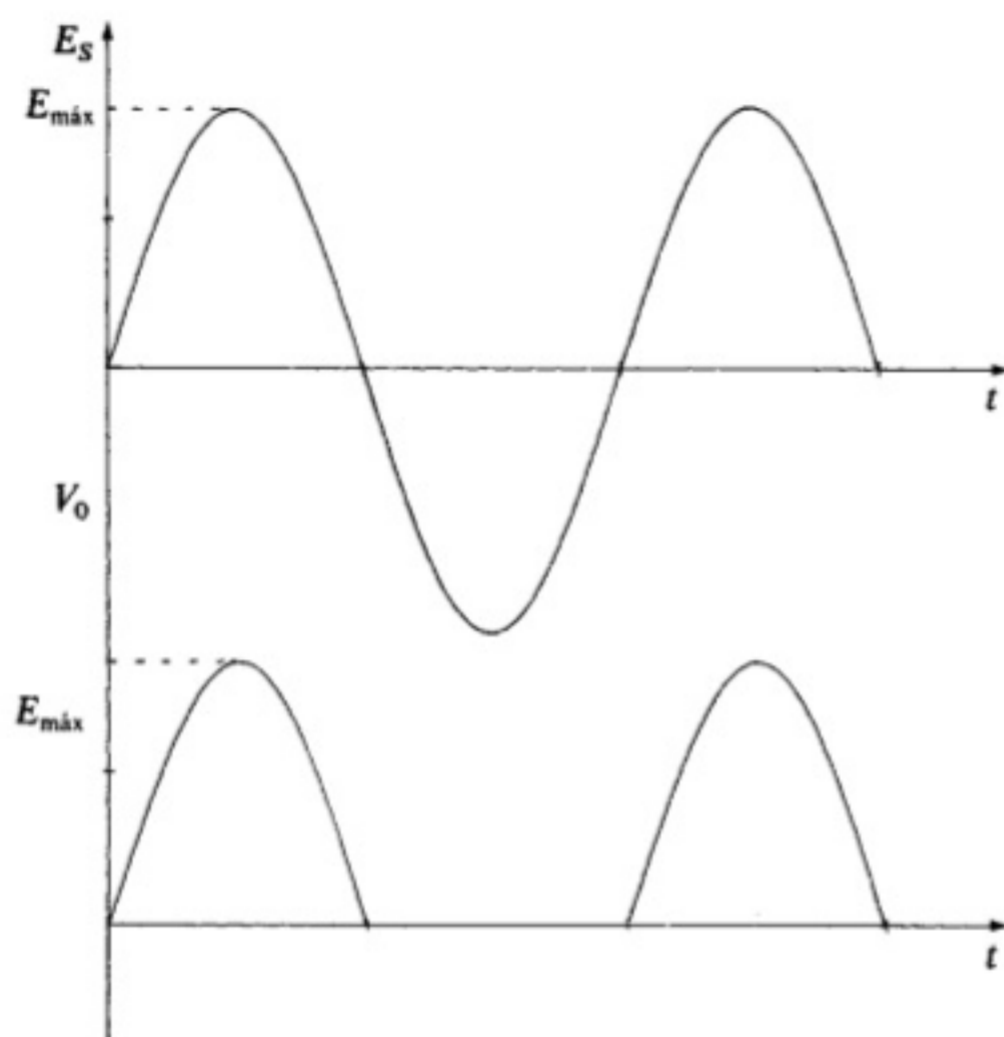


Figura 6.37.

**Solución:**

- a) El circuito de la Figura 6.37 es un rectificador de media onda, por ello la tensión de salida será de la forma que se muestra en la Figura 6.38.



**Figura 6.38.** Tensión de entrada al rectificador y tensión sobre la carga.

En cualquier corriente alterna se cumple

$$E_S = \frac{E_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}}$$

Por consiguiente,

$$E_{m\acute{a}x} = \sqrt{2} \cdot E_S$$

$$E_{m\acute{a}x} = \sqrt{2} \cdot 300 = 424,3 \text{ V}$$

La corriente máxima vendrá dada por

$$I_{m\acute{a}x} = \frac{E_{m\acute{a}x}}{R_D + R_L} = \frac{424,3 \text{ V}}{25 + 400} = 0,99 \text{ A}$$

La corriente media de un rectificador de media onda es

$$I_{med} = \frac{I_{m\acute{a}x}}{\pi}$$

Por tanto,

$$I_{med} = \frac{0,99}{\pi} = 0,317 \text{ A}$$

b) La corriente eficaz de un rectificador de media onda es

$$I_{ef} = \frac{I_{m\acute{a}x}}{2}$$

En el caso que nos ocupa, por consiguiente,

$$I_{ef} = \frac{0,99}{2} = 0,49 \text{ A}$$

c) El factor de forma ( $F_F$ ) es la relación entre el valor eficaz total de dicha magnitud ondulada y su valor medio. Para el caso del rectificador de media onda se obtiene

$$F_F = \frac{V_{ef}}{V_{med}} = \frac{E_{m\acute{a}x}/2}{E_{m\acute{a}x}/\pi} = \frac{\pi}{2} = 1,57$$

d) El factor de rizado ( $F_R$ ), o factor de ondulación valdrá

$$F_R = \sqrt{F_F^2 - 1}$$

Por tanto, en un rectificador de media onda,

$$F_R = \sqrt{1,57^2 - 1} = 1,21$$

e) La tensión inversa de pico coincide con el valor máximo de la tensión en inversa. Por ello,

$$V_{R(m\acute{a}x)} = E_{m\acute{a}x} = 600 \text{ V}$$

6.8. Si el transformador del circuito de la Figura 6.39 es simétrico, calcular el valor medio y eficaz de la tensión sobre la resistencia de carga, así como la corriente media y eficaz que atraviesa la carga.

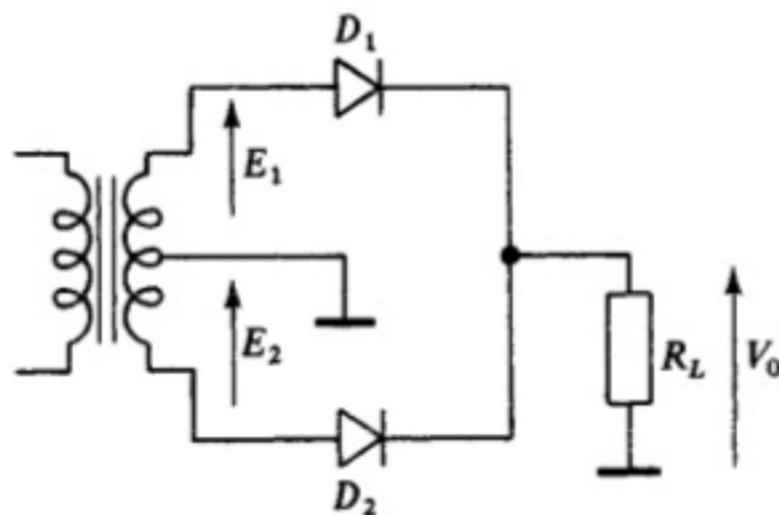
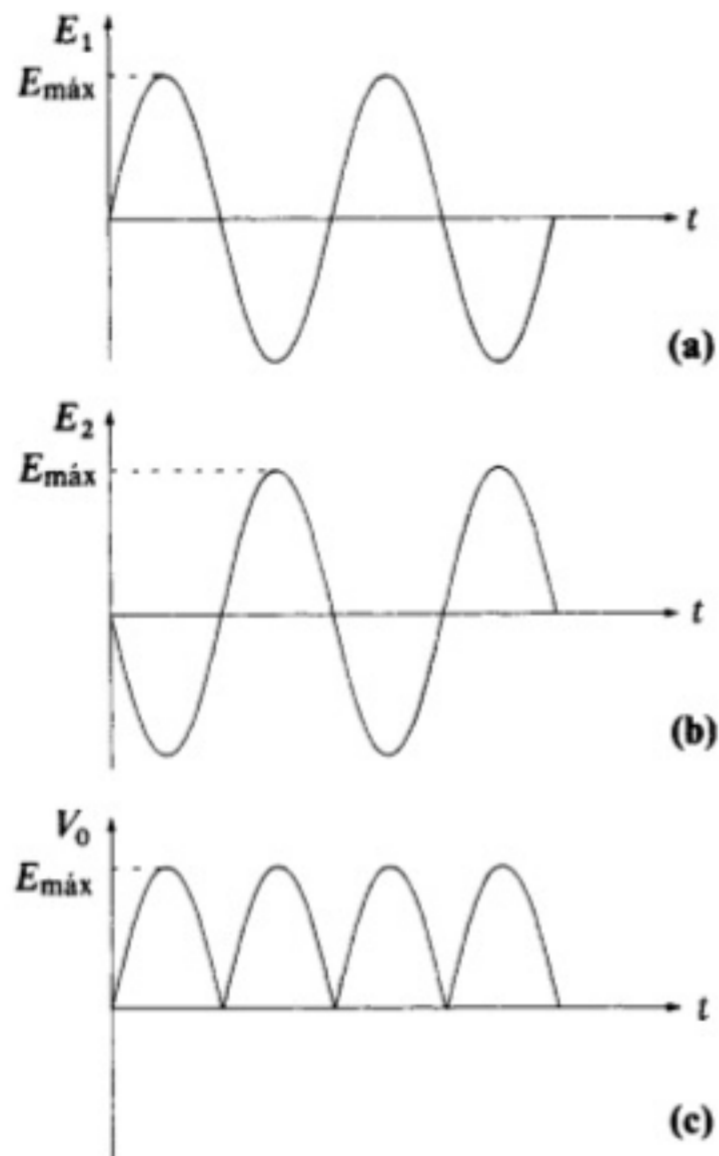


Figura 6.39.  
Rectificador de doble onda.

**Solución:** Como el transformador es simétrico y tiene una toma intermedia, las señales  $E_1$  y  $E_2$  estarán desfasadas  $180^\circ$ , tal y como se muestra en las Figuras 6.40 a y b.

Durante el semiperíodo positivo de la señal de entrada,  $D_1$  conduce, mientras que el diodo  $D_2$  queda polarizado en sentido inverso. La corriente que circula por  $D_1$  hace que, en la resistencia de carga, aparezca toda la tensión. En el semiperíodo negativo,  $D_2$  conduce y  $D_1$  permanece bloqueado. En la carga aparece el segundo semiperíodo con la misma polaridad que en el caso anterior. Por tanto, la tensión en bornas de la carga tendrá la forma de la Figura 6.40 c.



**Figura 6.40.** Formas de onda de la tensión en  $E_1$ ,  $E_2$  y en la resistencia de carga.

Teniendo en cuenta que se define el valor medio de una señal periódica como

$$\text{Valor medio} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

El valor medio de la señal en la carga será

$$V_{0 \text{ (med)}} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi E_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot d(\omega t)$$

$$V_{0 \text{ (med)}} = \frac{1}{\pi} \cdot E_{\text{máx}} \cdot [-\cos \pi - (-\cos 0)] = \frac{2 \cdot E_{\text{máx}}}{\pi}$$

Por tanto, la corriente media que atraviesa la resistencia de carga será

$$I_{\text{med}} = \frac{V_{\text{med}}}{R_L} = \frac{2E_{\text{máx}}}{\pi R_L}$$

El valor eficaz de una señal periódica se define como

$$\text{Valor eficaz} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt}$$

donde  $x(t)^2$  es el valor cuadrático medio de la señal. Por consiguiente, en el caso que nos ocupa, el valor eficaz será

$$V_{O(\text{ef})} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (E_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\omega t))^2 \cdot d(\omega t)}$$

de donde

$$V_{O(\text{ef})} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{\text{máx}}$$

La corriente eficaz que atraviesa la resistencia será, por tanto,

$$I_{\text{ef}} = \frac{V_{O(\text{ef})}}{R} = \frac{E_{\text{máx}}}{\sqrt{2} R_L}$$

- 6.9. Hallar el valor eficaz de la ondulación de una señal ondulada como la de la Figura 6.41, cuyo valor máximo es de 20 V.

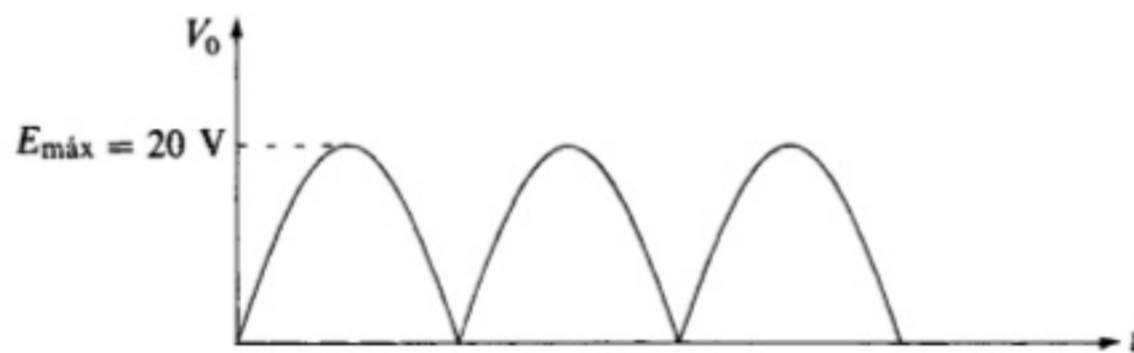


Figura 6.41. Señal correspondiente al Problema 6.9.

**Solución:** El valor eficaz de la señal rectificadora de doble onda será

$$V_{O(\text{ef})} = \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14,14 \text{ V}$$

El valor medio viene dado por

$$V_{O(\text{med})} = \frac{2E_{\text{máx}}}{\pi} = \frac{2 \cdot 20}{\pi} = 12,7 \text{ V}$$

El factor de forma de esta señal será

$$F_F = \frac{V_{\text{ef}}}{V_{O(\text{med})}} = \frac{14,1}{12,7} = 1,11$$

El factor de rizado de la señal viene dado por la expresión

$$F_R = \sqrt{F_F^2 - 1} = \sqrt{1,11^2 - 1} = 0,48$$

Como, además,  $F_R = \frac{V_{ef(ond)}}{V_{0(med)}}$ ,

$$V_{ef(ond)} = V_{0(med)} F_F = 12,7 \cdot 0,48 = 6,11 \text{ V}$$

- 6.10.** Los valores medios de tensión y corriente a la salida de un rectificador de doble onda en puente son 60 V y 1 A, respectivamente. Calcular: **a)** Los valores eficaces de tensión y corriente en la carga. **b)**  $I_{F(AV)}$ ,  $I_{F(RMS)}$  y  $V_R$  de los diodos. **c)** El valor eficaz de la tensión de secundario del transformador.

**Solución:**

- a)** En una señal rectificada en doble onda, el valor eficaz viene dado por

$$V_{0(ef)} = \frac{E_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}}$$

y también

$$E_{m\acute{a}x} = \frac{V_{0(med)}\pi}{2} = \frac{60 \cdot \pi}{2} = 94,2 \text{ V}$$

por tanto,

$$V_{0(ef)} = \frac{94,2}{\sqrt{2}} = 66,6 \text{ V}$$

$$I_{m\acute{a}x} = \frac{I_{med} \cdot \pi}{2} = \frac{1 \cdot \pi}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ A}$$

$$I_{ef} = \frac{I_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi/2}{\sqrt{2}} = 1,11 \text{ A}$$

- b)** La corriente media directa en cada uno de los diodos del puente rectificador será

$$I_{F(AV)} = 0,5I_{med} = 0,5 \cdot 1 = 0,5 \text{ A}$$

La corriente eficaz directa por cada uno de los diodos es

$$I_{F(RMS)} = 0,7I_{ef} = 0,7 \cdot 1,11 = 0,77 \text{ A}$$

La tensión inversa que soporta cada diodo es

$$V_R = E_{m\acute{a}x} = 94,24 \text{ V}$$

- c)** La tensión del secundario del transformador será

$$E_{sec} = E_{m\acute{a}x}/\sqrt{2} = 66,6 \text{ V}$$

- 6.11. El valor eficaz de una tensión alterna sinusoidal es de 24 V. Hallar los valores máximo y medio de dicha tensión cuando se rectifica en media onda.

**Solución:** El valor máximo de la tensión, tanto alterna como rectificada, será

$$E_{\text{máx}} = \sqrt{2}V_{\text{ef}} = \sqrt{2} \cdot 24 = 34 \text{ V}$$

El valor medio a la salida del rectificador será

$$V_{0(\text{med})} = \frac{E_{\text{máx}}}{\pi} = \frac{34}{\pi} = 10,8 \text{ V}$$

En este cálculo se ha despreciado la caída de tensión del diodo, que es aproximadamente 0,7 V.

- 6.12. El factor de forma  $F_F$  de la tensión ondulada de la Figura 6.42 vale 1,016. ¿Cuál será el factor de rizado  $F_R$  y los valores eficaces de la señal ondulada y de la ondulación si el valor medio  $V_{\text{med}} = 48 \text{ V}$ ?

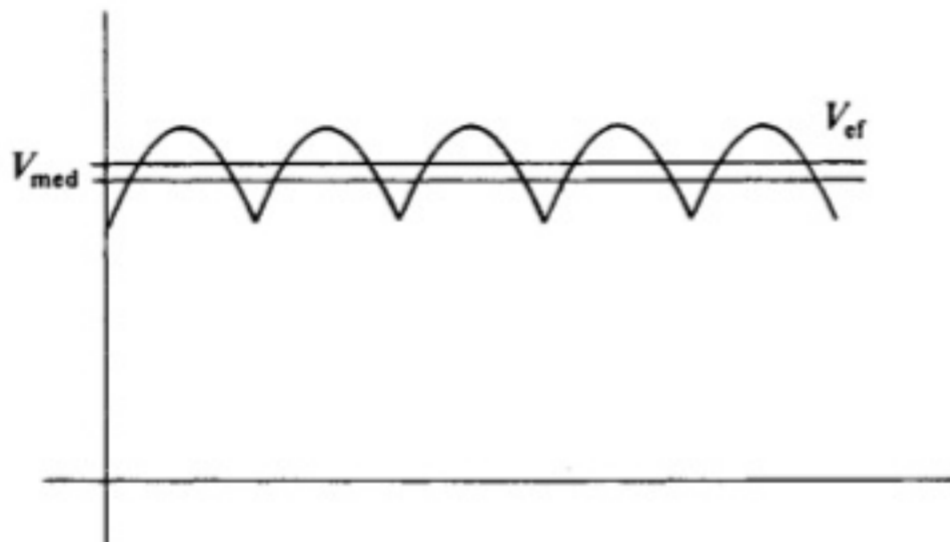


Figura 6.42.

**Solución:**

- El factor de rizado será:  $F_R = \sqrt{F_F^2 - 1} = \sqrt{1,016^2 - 1} = 0,179$ .
- El valor eficaz de la señal completa será:  $V_{0(\text{ef})} = F_F V_{0(\text{med})} = 1,016 \cdot 48 = 48,77 \text{ V}$ .
- El valor eficaz de la ondulación viene dada por:  $V_{\text{ef ond}} = F_R V_{0(\text{med})} = 0,179 \cdot 48 = 8,59 \text{ V}$ .

- 6.13. Si a la salida de un rectificador de media onda se conecta una carga de  $150 \Omega$ , y el valor de la tensión de pico, a la entrada de dicho rectificador, es de  $E_{\text{máx}} = 30 \text{ V}$ , ¿cuáles serán los valores máximos, medio y eficaz de la corriente por la carga?

**Solución:** La corriente máxima que atraviesa la carga será

$$I_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{máx}}}{R} = \frac{30}{150} = 0,2 \text{ A} = 200 \text{ mA}$$

La tensión eficaz sobre la carga vendrá dada por

$$V_{0(\text{ef})} = \frac{E_{\text{máx}}}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ V}$$

Por tanto, la corriente eficaz que atraviesa la carga será

$$I_{ef} = \frac{V_{0(ef)}}{R} = \frac{15}{150} = 0,1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$$

El valor medio de la tensión pulsatoria, obtenida del rectificador de media onda sobre la carga, será

$$V_{0(med)} = \frac{E_{m\acute{a}x}}{\pi} = \frac{30}{\pi} = 9,5 \text{ V} \quad ; \quad I_{med} = \frac{V_{0(med)}}{R} = 63,6 \text{ mA}$$

- 6.14.** El valor medio de la corriente que circula por una resistencia de carga de  $25 \Omega$ , en un rectificador de doble onda, es de 2 A. Calcular el valor eficaz de la tensión del secundario del transformador y la corriente  $I_{F(RMS)}$  que deben soportar los diodos, suponiendo que el rectificador es de doble onda con toma media.

**Solución:** Cuando se indica que la corriente que atraviesa la resistencia de carga es de 2 A, se está indicando que es la corriente que se mediría con un amperímetro de corriente continua y, por consiguiente, es el valor medio de dicha corriente. Por tanto,

$$V_{0(med)} = I_{med}R = 2 \cdot 25 = 50 \text{ V}$$

El valor máximo correspondiente a esta tensión viene dada por

$$E_{m\acute{a}x} = \frac{\pi V_{0(med)}}{2} = 78,5 \text{ V}$$

y el valor eficaz de dicha tensión será

$$V_{0(ef)} = \frac{E_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}} = \frac{78,5 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 55,5 \text{ V}$$

Por consiguiente, la tensión eficaz en los devanados secundarios del transformador son:  $55,5 \text{ V} + 55,5 \text{ V}$ .

La corriente eficaz en la carga viene dada por

$$I_{ef} = \frac{V_{0(ef)}}{R} = \frac{55,5}{25} = 2,22 \text{ A}$$

La corriente que debe soportar cada uno de los diodos será

$$I_{F(RMS)} = 0,7 \cdot I_{ef} = 0,7 \cdot 2,22 = 1,55 \text{ A}$$

- 6.15.** ¿Qué tensión inversa tendrá que soportar y qué corriente eficaz y media circulará por los diodos de un rectificador en puente de diodos, suponiendo que el valor máximo de la tensión alterna senoidal es de 40 V y la corriente eficaz por la carga vale 1 A?

**Solución:** En un puente de diodos, la tensión inversa que soportan cada uno de los diodos es igual al valor máximo de la señal senoidal de entrada; por tanto,

$$V_R = V_{\text{máx}} = 40 \text{ V}$$

La corriente media directa que atraviesa cada uno de los diodos viene dada en un puente de diodos por

$$I_{F(AV)} = 0,5I_{\text{med}}$$

donde

$$I_{\text{med}} = \frac{2 \cdot I_{\text{máx}}}{\pi} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{\text{ef}}}{\pi} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1}{\pi} = 0,9 \text{ A}$$

$$I_{F(AV)} = 0,5 \cdot 0,9 = 0,45 \text{ A}$$

La corriente eficaz directa en un puente de diodos es

$$I_{F(RMS)} = 0,7I_{\text{ef}} \cdot 1 = 0,7 \text{ A}$$

- 6.16. Calcular la capacidad de un filtro con condensador acoplado a una señal rectificada en doble onda, cuyo valor medio es de 15 V, si la corriente media por la carga es de 250 mA y el rizado máximo pico a pico deseado es de 3 V. ¿Cuál será el valor medio de la tensión en la carga y los factores de forma y rizado?

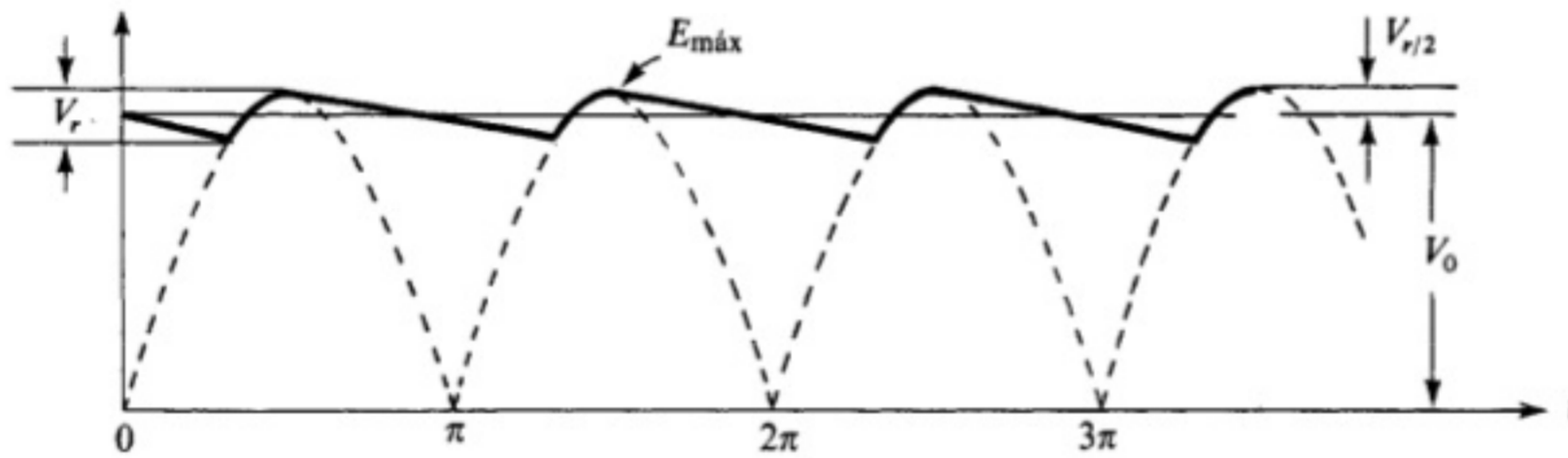


Figura 6.43. Forma de onda sobre la carga.

**Solución:**

- El valor eficaz de la tensión de rizado será:  $V_{r(\text{ef})} = \frac{V_{r(p-p)}/2}{\sqrt{2}} = \frac{3/2}{\sqrt{2}} = 1 \text{ V}$ .
  - El valor del condensador, para que  $V_{r(\text{ef})} = 1$  y circule por la carga una corriente de  $I_0 = 250 \text{ mA}$  es  $C = \frac{I_0}{2\sqrt{2}V_{r(\text{ef})}F} = \frac{0,25}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 \cdot 100} = 884 \mu\text{F}$ .
- ya que  $F = 2 \cdot f = 2 \cdot 50 \text{ (Hz)} = 100$ .



- El valor medio de la tensión en la carga será:  $V_0 = E_{\text{máx}} - V_{r(\text{pico})}$ ,

donde:  $E_{\text{máx}} = \frac{V_{0(\text{med})}\pi}{2} = 23,5 \text{ V}$ . Por tanto:

$$V_0 = 23,5 - 1,5 = 22 \text{ V}$$

- El factor de rizado viene dado por:  $F_R = \frac{V_{r(\text{ef})}}{V_{0(\text{med})}}$ .

el valor eficaz de la tensión de rizado era:  $V_{r(\text{ef})} = \frac{1,5}{\sqrt{2}} = 1 \text{ V}$ .

Por tanto,  $F_R = \frac{1}{22} = 0,045$ .

- El factor de forma será:  $F_F = \sqrt{F_R^2 + 1} \approx 1$ .

- 6.17.** En una fuente de alimentación con rectificador de media onda y filtro por condensador de valor  $1\,000 \mu\text{F}$ , y por cuya carga circulan  $100 \text{ mA}$ , el valor medio  $V_{\text{med}}$  de la señal ondulada que sale del rectificador es de  $30 \text{ V}$ . Calcular: **a)** El valor eficaz de la señal de rizado  $V_{r(\text{ef})}$ . **b)** El valor pico a pico del rizado. **c)** El valor medio  $V_0$  de la tensión de carga. **d)** El factor de forma y el factor de rizado de la señal filtrada.

**Solución:**

- a)** El valor eficaz de la señal de rizado será

$$V_{r(\text{ef})} = \frac{I_0}{2\sqrt{2}C_1F} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{2\sqrt{2} \cdot 1\,000 \cdot 10^{-6} \cdot 50} = 0,7 \text{ V} \quad \text{donde} \quad F = f = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{r(\text{máx})} = \sqrt{2}V_{r(\text{ef})} = \sqrt{2} \cdot 0,7 = 1 \text{ V}$$

- b)** El valor pico a pico será:  $2V_{r(\text{máx})} = 2 \text{ V}$ .  
**c)** El valor medio de tensión en la carga viene dada por

$$V_0 = E_{\text{máx}} - V_{r(\text{máx})} = (V_{0(\text{med})} \cdot \pi) - V_{r(\text{máx})} = (30 \cdot \pi) - 1 = 93,24 \text{ V}$$

Como puede apreciarse, es sensible el aumento del valor medio de la tensión al colocar el filtro.

- d)** El factor de rizado será

$$F_R = \frac{V_{r(\text{ef})}}{V_0} = \frac{0,7}{93,24} = 7,5 \cdot 10^{-3}$$

de donde el factor de forma  $F_F$  valdrá:

$$F_F = \sqrt{(7,5 \cdot 10^{-3})^2 + 1} = 1$$

- 6.18. ¿Cuáles serán los valores de tensión y corriente que han de soportar los diodos de un rectificador de doble onda con toma intermedia, si el valor eficaz de la tensión alterna senoidal vale 40 V y la resistencia de carga es de 100  $\Omega$ ?

**Solución:** El valor eficaz en la carga será el mismo que el de la señal alterna senoidal. Los valores de la tensión máximo y medio en la carga será

$$E_{\text{máx}} = V_{0(\text{ef})}\sqrt{2} = 40 \cdot \sqrt{2} = 56,57 \text{ V}$$

$$V_{0(\text{med})} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} V_{0(\text{ef})}}{\pi} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 40}{\pi} = 36 \text{ V}$$

Los valores de la corriente media y eficaz que pasa por la carga serán

$$I_{\text{med}} = \frac{V_{0(\text{med})}}{R} = \frac{36}{100} = 0,36 \text{ A} \quad ; \quad I_{\text{ef}} = \frac{V_{0(\text{ef})}}{R} = \frac{40}{100} = 0,4 \text{ A}$$

La tensión inversa que han de soportar los diodos es el doble de  $E_{\text{máx}}$ :

$$V_R = 2E_{\text{máx}} = 2 \cdot 56,57 = 113,14 \text{ V}$$

La corriente media que soporta cada uno de los diodos será la mitad de la total que pasa por la carga, ya que cada diodo conduce sólo durante un semiperíodo:

$$I_F = \frac{I_{\text{med}}}{2} = \frac{0,36}{2} = 0,18 \text{ A}$$

El valor máximo de corriente en rectificación de media onda vale

$$I_{\text{máx(MO)}} = 2I_{\text{ef(MO)}}$$

El mismo valor para doble onda es

$$I_{\text{máx(DO)}} = \sqrt{2}I_{\text{ef(DO)}}$$

Las corrientes máximas, tanto en rectificadores de media onda (MO) como en doble onda (DO), son iguales; por tanto,

$$2I_{\text{ef(MO)}} = \sqrt{2}I_{\text{ef(DO)}}$$

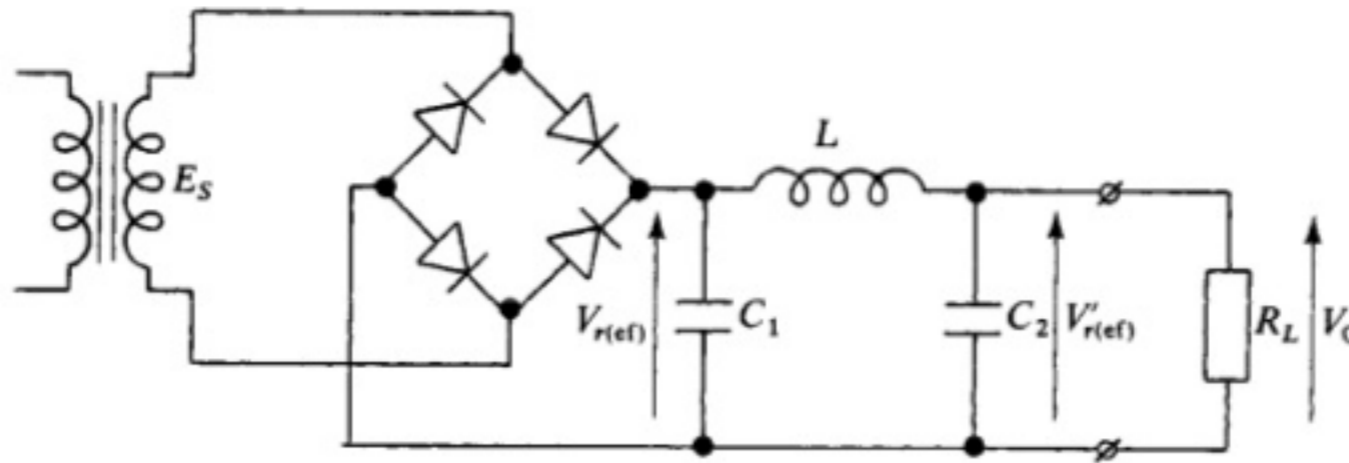
$$I_{\text{ef(MO)}} = 0,7I_{\text{ef(DO)}}$$

Como  $I_{F(\text{RMS})} = I_{\text{ef(MO)}}$  e  $I_{\text{ef(DO)}}$  es la corriente eficaz en la carga,

$$I_{F(\text{RMS})} = 0,7I_{\text{ef}} = 0,28 \text{ A}$$

- 6.19. Diseñar una fuente de alimentación formada por un rectificador y un filtro que proporcione una tensión de valor igual a 24 V, con una corriente de 0,5 A y un rizado máximo de 0,5 V pico a pico. Definir todos los componentes que la constituyen.

**Solución:** Se decide emplear un rectificador en puente y un filtro compuesto formado por dos condensadores y una bobina de autoinducción, tal y como se muestra en la Figura 6.44.



**Figura 6.44.** Fuente de alimentación con puente de diodos y filtro en  $\pi$ .

En primer lugar se calcula el filtro en  $\pi$ . La tensión de rizado pico a pico debe ser de 0,5 V pico a pico; por tanto,

$$V'_{r(\text{máx})} = \frac{V'_{R(p-p)}}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \text{ V}$$

$$V'_{r(\text{ef})} = \frac{V'_{r(\text{máx})}}{\sqrt{2}} = \frac{0,25 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 0,176 \text{ V}$$

Supongamos que la segunda etapa elimina diez veces el rizado procedente de la primera; por consiguiente,

$$V_{r(\text{ef})} = 10V'_{r(\text{ef})}$$

$$V_{r(\text{ef})} = 10 \cdot 0,176 \text{ V} = 1,76 \text{ V}$$

Como  $V_{r(\text{ef})} = \frac{I_0}{2\sqrt{2} \cdot C_1 \cdot F}$ , el valor del condensador será

$$C_1 = \frac{I_0}{2\sqrt{2}V_{r(\text{ef})}F} \quad \text{donde} \quad F = 2 \cdot f = 2 \cdot 50 = 100$$

Por tanto:

$$C_1 = \frac{0,5}{2\sqrt{2} \cdot 1,76 \cdot 100} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ F} = 1000 \mu\text{F}$$

Para que el filtro sea simétrico, el valor de los condensadores será el mismo:

$$C_1 = C_2 = 1000 \mu\text{F}$$

Como  $\frac{V_{r(\text{ef})}}{V'_{r(\text{ef})}} = LC_2 \Omega^2$ , el valor de la inductancia será

$$L = \frac{10}{C_2 \Omega^2} = \frac{10}{1000 \cdot 10^{-6} \cdot 4^2 \cdot \pi \cdot 50^2} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 25 \text{ mH}$$

La corriente que circula por cada uno de los diodos será la mitad de la que pasa por la carga; por consiguiente,

$$I_{F(AV)} = 0,5I_0 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ A}$$

El valor máximo de la señal alterna será

$$E_{\text{máx}} = V_0 + V_r'(\text{máx}) = 24 + 0,25 = 24,25 \text{ V}$$

El valor eficaz del secundario del transformador será, por tanto, de

$$E_S = E_{\text{ef}} = \frac{E_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = 17,15 \text{ V}$$

- 6.20. Empleando el circuito de la Figura 6.45 para alimentar una carga a una tensión constante de 50 V. Calcular el valor de  $R_S$  para que el diodo zener de 50 V y 20 W no se sobrecargue en ninguna condición de carga. Suponemos que la señal continua de entrada es de 80 V.

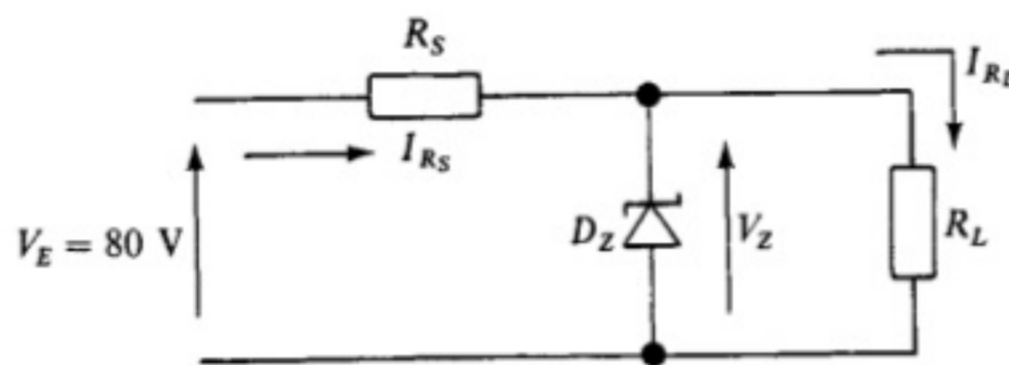


Figura 6.45.  
Circuito estabilizador con zener del Problema 6.20.

**Solución:** El diodo disipa máxima potencia cuando se desconecta la carga, ya que pasa por él toda la corriente; por tanto, la  $I_{Z(\text{máx})}$  que aguantará el zener será de

$$I_{Z(\text{máx})} = \frac{P_{Z(\text{máx})}}{V_Z} = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ A}$$

como, además,

$$V_E = V_{R_S} + V_Z$$

La tensión que deberá caer en  $R_S$  es

$$V_{R_S} = V_E - V_Z = 80 - 50 = 30 \text{ V}$$

Luego ya estamos en condiciones de calcular el valor de  $R_S$ :

$$R_S = \frac{V_{R_S}}{I_{Z(\text{máx})}} = \frac{30}{0,4} = 75 \Omega$$

La potencia máxima que disipará esta resistencia será de

$$P_{R_S} = I_{Z(\text{máx})}^2 R_S = 0,4^2 \cdot 75 = 12 \text{ W}$$

- 6.21. Si en el Problema 6.20 la corriente de zener mínima es de 150 mA, calcular el valor mínimo de la carga que permite estabilizar la tensión de salida.

**Solución:** Como la corriente máxima que puede atravesar  $R_S$  en el Problema 6.20 es de 400 mA y, para que el diodo zener estabilice, deben pasar por él 150 mA, la corriente máxima que pasa por la carga es

$$I_{R_L(\text{máx})} = I_{R_S} - I_{Z(\text{mín})} = 400 - 150 = 250 \text{ mA}$$

Ahora bien, como la tensión zener es de 50 V, el valor mínimo de la carga será de

$$R_{L(\text{mín})} = \frac{V_Z}{I_{R_L(\text{máx})}} = \frac{50}{0,25} = 200 \ \Omega$$

- 6.22. Si en el Problema 6.21 se fija una carga de 200  $\Omega$ , calcular para qué valores de la tensión de entrada el zener estabilizaría la tensión de salida en 50 V.

**Solución:** En primer lugar calcularemos la tensión máxima de entrada:

donde

$$V_{E(\text{máx})} = V_{R_S(\text{máx})} + V_Z$$

$$V_{R_S(\text{máx})} = (I_{Z(\text{máx})} + I_{R_L}) \cdot R_S$$

$$I_{R_L} = \frac{V_Z}{R_L} = \frac{50 \text{ V}}{200} = 0,25 \text{ A}$$

Como el diodo zener que se está empleando es de 20 W, la corriente máxima que puede soportar es /

$$P_{\text{máx}} = I_{Z(\text{máx})} V_Z$$

$$I_{Z(\text{máx})} = \frac{P_{\text{máx}}}{V_Z} = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ A}$$

Por tanto, la máxima caída de tensión en  $R_S$  será

$$V_{R_S(\text{máx})} = (0,4 + 0,25)75 = 48,8 \text{ V}$$

Luego

$$V_{E(\text{máx})} = 48,8 + 50 = 98,8 \text{ V}$$

La tensión mínima para que el diodo zener estabilice es de

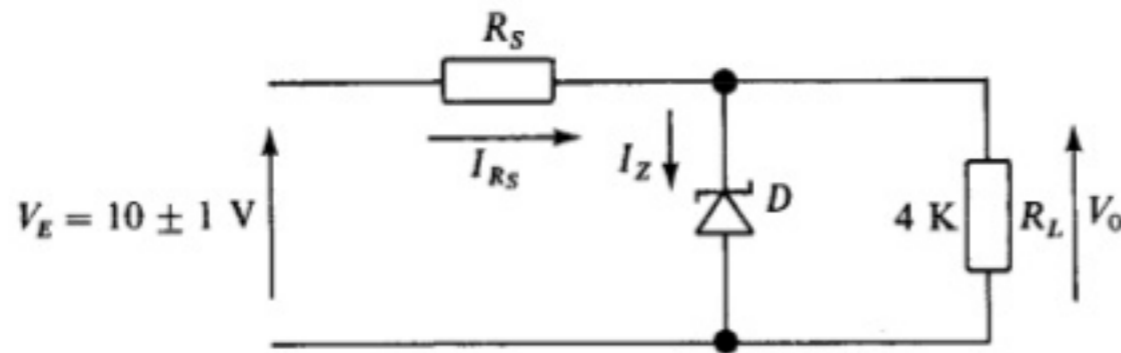
donde

$$V_{E(\text{mín})} = V_{R_S(\text{mín})} + V_Z$$

$$V_{R_S(\text{mín})} = (I_{Z(\text{mín})} + I_{R_L})R_S \quad ; \quad V_{R_L(\text{mín})} = (0,15 + 0,25)75 = 30 \text{ V}$$

Luego  $V_{E(\text{mín})} = 30 + 50 = 80$ .

- 6.23. En el circuito de la Figura 6.46, hallar entre qué valores puede variar  $R_S$  para que la tensión en la carga esté estabilizada a 6 V. Teniendo en cuenta que las características del diodo zener son las siguientes:  $V_Z = 6 \text{ V}$ ,  $I_{Z(\text{máx})} = 140 \text{ mA}$  e  $I_{Z(\text{mín})} = 20 \ \mu\text{A}$ .



**Figura 6.46.**  
Circuito estabilizador  
correspondiente  
al Problema 6.23.

**Solución:** La tensión de entrada del circuito será

$$V_E = I_{R_S} R_S + V_Z$$

por lo que la corriente que atraviesa la resistencia  $R_S$  será

$$I_{R_S} = \frac{V_E - V_Z}{R_S}$$

o, lo que es igual,

$$I_{R_S} = I_Z + \frac{V_Z}{R_L}$$

Por tanto, la resistencia serie vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$R_S = \frac{V_E - V_Z}{I_{R_S}}$$

Para hallar entre qué valores de  $R_S$  estabiliza el zener, se debe tener en cuenta que, en esta ecuación,  $V_E$  puede valer  $10 \pm 1$  V, y que los valores de  $I_Z$  entre los cuales estabiliza el zener son  $I_{Z(\text{máx})} = 140$  mA e  $I_{Z(\text{mín})} = 20$   $\mu$ A.

Por tanto, haremos los siguientes supuestos:

- a) Si una corriente mínima circula por el diodo zener  $I_{Z(\text{mín})} = 20$   $\mu$ A:

$$I_{R_S} = \frac{V_E - V_Z}{R_S} \geq I_{Z(\text{mín})} + I_{R_L}, \quad \text{de donde} \quad R_S \leq \frac{V_E - V_Z}{I_{Z(\text{mín})} + I_{R_L}}$$

a-1. Para  $V_E = 11$  V se obtiene:  $R_S \leq 3,28$  k $\Omega$ .

a-2. Para  $V_E = 9$  V se obtiene:  $R_S \leq 1,97$  k $\Omega$ .

De donde  $R_S \leq 1,97$  k $\Omega$ .

- b) Si la máxima corriente circula por el diodo zener  $I_{Z(\text{máx})} = 140$  mA:

$$I_{R_S} = \frac{V_E - V_Z}{R_S} \leq I_{Z(\text{máx})} + I_{R_L}, \quad \text{de donde} \quad R_S \geq \frac{V_E - V_Z}{I_{Z(\text{máx})} + I_{R_L}}$$

b-1. Para  $V_E = 11$  V se obtiene:  $R_S \geq 0,035$  k $\Omega$ .

b-2. Para  $V_E = 9$  V se obtiene:  $R_S \leq 0,021$  k $\Omega$ .

De donde  $R_S \geq 0,035$  k $\Omega$ .

Por tanto, del estudio realizado podemos afirmar que el diodo zener estabilizará siempre que la resistencia  $R_S$  esté comprendida entre los siguientes valores:

$$0,035 \text{ k}\Omega \leq R_S \leq 1,97 \text{ k}\Omega$$

- 6.24. Construir una etapa estabilizadora utilizando un regulador del tipo 7805, al cual se le aplica una tensión ondulada procedente de un filtro cuyo rizado tiene un valor máximo de 1 V. El valor medio de la tensión ondulada es de 10 V. Calcular el valor máximo del rizado a la salida y el factor de rizado a la entrada y a la salida.

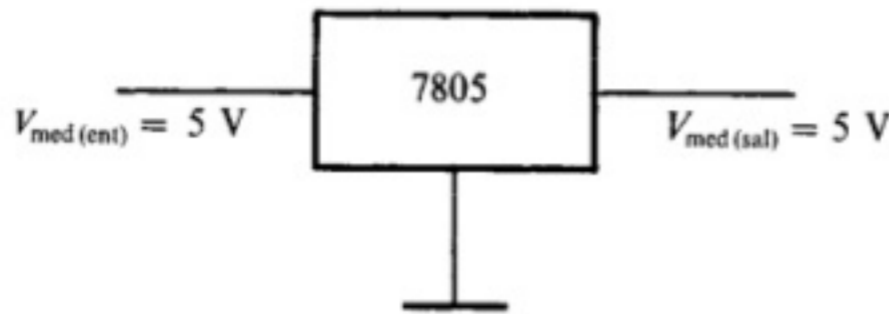


Figura 6.47.  
Circuito estabilizador con regulador integrado.

**Solución:** La ecuación que relaciona el rechazo del rizado expresado en dB con la razón entre los valores máximos de los rizados de entrada y salida es la siguiente, según indica el catálogo del regulador 7805 que nos muestra el Apéndice A:

$$80 \text{ dB} = 20 \log \frac{V_r(\text{máx})(\text{ent})}{V_r(\text{máx})(\text{sal})} ; \frac{V_r(\text{máx})(\text{ent})}{V_r(\text{máx})(\text{sal})} = \text{antilog} \frac{80}{20} = 10\,000$$

El valor máximo de la señal de rizado a la salida será

$$V_r(\text{máx})(\text{sal}) = \frac{V_r(\text{máx})(\text{ent})}{10\,000} = \frac{1}{10\,000} = 0,0001 \text{ V} = 0,1 \text{ mV}$$

El factor de rizado a la entrada será la relación entre el valor eficaz de la ondulación y el valor medio de la señal ondulada:

$$F_R(\text{ent}) = \frac{V_r(\text{máx})(\text{ent})/\sqrt{2}}{V_{\text{med}}(\text{ent})} = \frac{1/\sqrt{2}}{10} = 0,07 \text{ V}$$

El factor de rizado a la salida será

$$F_R(\text{sal}) = \frac{V_r(\text{máx})(\text{sal})/\sqrt{2}}{V_{\text{med}}(\text{sal})} = \frac{0,0001/\sqrt{2}}{5} = 1,4 \cdot 10^{-5}$$

- 6.25. Calcular los valores de  $R_1$  y  $R_2$  del circuito de la Figura 6.48, para obtener una tensión regulada máxima a la salida de 20 V. Suponer una corriente por  $R_1$  igual a la de reposo  $I_Q$ .

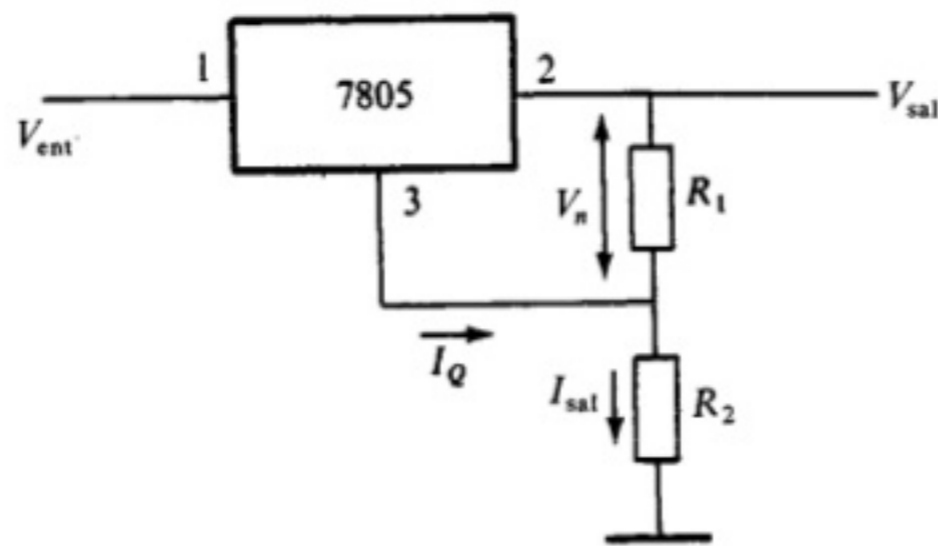


Figura 6.48.

**Solución:** Como la corriente por  $R_1$  es igual a la de reposo y ésta, en el 7805, vale 8 mA, según indica el catálogo del 7805 en el Apéndice A, tendremos:

$$8 \text{ mA} = \frac{V_n}{R_1}$$

donde  $V_n$  es la tensión nominal de salida del regulador, es decir: 5 V.

El valor de  $R_1$  será

$$R_1 = \frac{V_n}{8 \text{ mA}} = \frac{5 \text{ V}}{8 \text{ mA}} = 0,625 \text{ k}\Omega = 625 \Omega$$

El valor de  $R_2$  será aplicando la ecuación  $V_{sal} = V_n + \left(\frac{V_n}{R_1} + I_Q\right) \cdot R_2$

$$R_2 = \frac{V_{sal} - V_n}{\frac{V_n}{R_1} + I_Q} = \frac{20 - 5}{8 + 8} = \frac{15 \text{ V}}{16 \text{ mA}} = 0,937 \text{ K}$$

$$R_2 = 937 \Omega$$

- 6.26. Diseñar un regulador de corriente con un C.I. del tipo 7805 que proporcione una intensidad constante por la carga de 0,5 A.

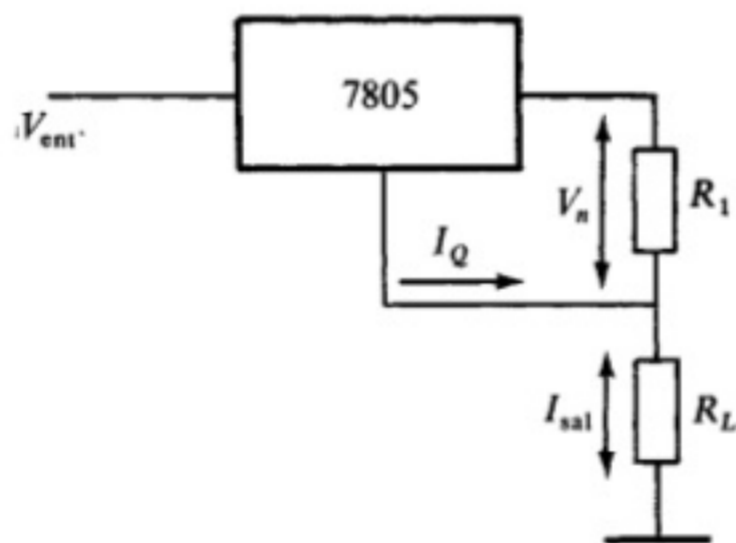


Figura 6.49.

**Solución:**

- El circuito será el de la Figura 6.49.



• La corriente de salida vendrá dada por:  $I_{sal} = \frac{V_n}{R_1} + I_Q$ .

• El valor de  $R_1$  será  $R_1 = \frac{V_n}{I_{sal} - I_Q}$ .

Para  $I_{sal} = 0,5$  A y una  $I_Q = 8$  mA:  $R_1 \approx \frac{5 \text{ V}}{0,5 \text{ A}} = 10 \Omega$ .

## PROBLEMAS PROPUESTOS

6.27. El valor de la capacidad del filtro con condensador es de  $200 \mu\text{F}$  y la corriente por la carga es de  $200$  mA. El valor eficaz de la tensión a la salida del rectificador de doble onda vale  $70$  V. Calcular el valor medio  $V_0$  de la tensión sobre la carga.

**Solución:**  $V_0 = 94$  V.

6.28. ¿Cuál ha de ser el valor eficaz de la tensión aplicada a la entrada de una fuente de alimentación, formada por un rectificador de media onda y un filtro con condensador, si la capacidad  $C$  es de  $750 \mu\text{F}$ , la resistencia de carga  $R$  de  $230 \Omega$  y el valor medio de la corriente por dicha resistencia  $0,124$  A.

**Solución:**  $E_S = 21,32$  V.

6.29. Un filtro en  $\pi$  está construido por dos condensadores de  $300 \mu\text{F}$  y una autoinducción de  $60$  mH. Calcular el valor máximo del rizado  $V_r'(\text{máx})$ , si el valor medio  $V_0$  de la tensión sobre la carga de  $100 \Omega$  es de  $50$  V. El rectificador que precede al filtro es de doble onda.

**Solución:**  $V_r'(\text{máx}) = 1,17$  V.

6.30. Si en el circuito de la Figura 6.50 se introduce una señal triangular simétrica con una amplitud de  $10$  V, dibujar la señal que se obtiene a la salida suponiendo que el diodo es ideal.

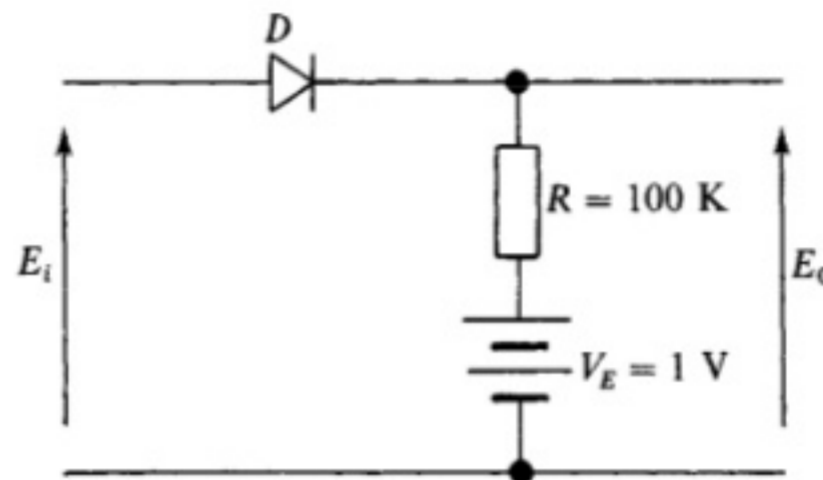
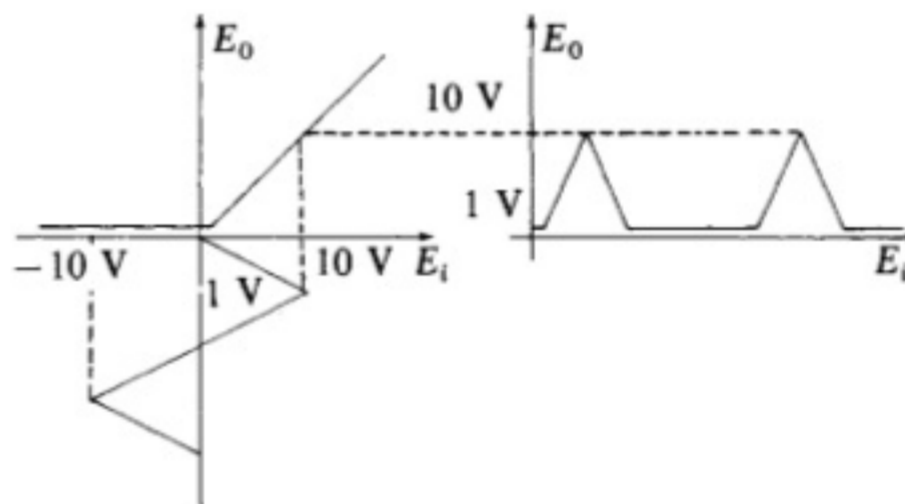


Figura 6.50.

**Solución:**



6.31. En el circuito de la Figura 6.51,  $V_Z = 60$  V,  $I_{Z(\text{mín})} = 5$  mA e  $I_{Z(\text{máx})} = 40$  mA. Calcular  $R_S$  para que el zener estabilice la salida para valores de la carga comprendidos entre  $I_{L(\text{mín})} = 0$  e  $I_{L(\text{máx})}$ . Se obtendrá asimismo el valor de esta última intensidad.

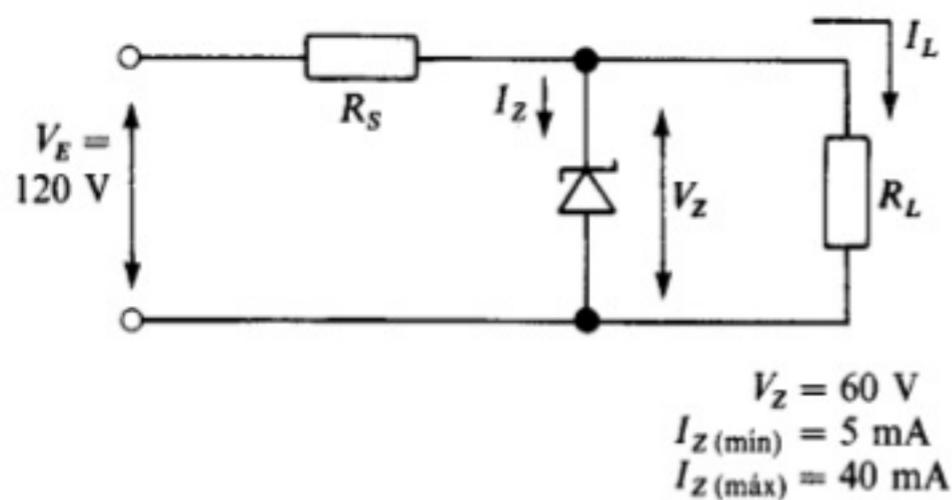


Figura 6.51.

Solución:  $R_S = 1\ 500\ \Omega$ ;  $I_{L(m\acute{a}x)} = 35\ \text{mA}$ .

6.32. En el circuito de la Figura 6.51, si  $R_S$  vale  $1\ 500\ \Omega$  e  $I_L = 25\ \text{mA}$ , hallar entre qué valores puede variar la tensión de entrada  $V_E$  para que la tensión de salida esté estabilizada.

Solución:  $150\ \text{V} < V_E \leq 157,5\ \text{V}$ .

6.33. Obtener entre qué valores puede oscilar la resistencia  $R_S$  en el circuito del Problema 6.32, para conseguir que estabilice cuando la tensión de entrada pueda variar entre  $120\ \text{V} + 5\%$  y  $120\ \text{V} - 5\%$ .

Solución:  $1,9\ \text{K} \leq R_S \leq 3,8\ \text{K}$ .

6.34. En un circuito estabilizador como el de la Figura 6.51 la tensión de entrada es de  $50\ \text{V}$ , la resistencia  $R_S$  es de  $1\ \text{k}\Omega$  y el diodo zener posee las siguientes características:  $V_Z = 10\ \text{V}$ ,  $I_{Z(m\acute{a}x)} = 35\ \text{mA}$ ,  $I_{Z(min)} = 5\ \text{mA}$ , hallar entre qué valores puede oscilar la resistencia de carga  $R_L$  para que la tensión en sus bornas permanezca constante a  $10\ \text{V}$ .

Solución:  $R_{L(m\acute{a}x)} = 2\ \text{k}\Omega$ ;  $R_{L(min)} = 280\ \Omega$ .

6.35. Si en un circuito como el de la Figura 6.51 la tensión de entrada es de  $30\ \text{V}$  y las características del diodo zener son  $V_Z = 20\ \text{V}$ ,  $P_{Z(m\acute{a}x)} = 4\ \text{W}$  e  $I_{Z(min)} = 5\ \text{mA}$ . Calcular las características de la resistencia  $R_S$  y el valor máximo de la carga para que se mantenga la tensión de salida constante a  $20\ \text{V}$ , sabiendo que  $I_{Z(min)} = 0$ .

Solución:  $R_S = 50\ \Omega$   $1\ \text{W}$ ;  
 $R_{L(m\acute{a}x)} = 102,6\ \Omega$ .

6.36. El circuito de la Figura 6.52 es un estabilizador con diodos zener, cuyas características técnicas son:  $V_Z = 10\ \text{V}$ ,  $I_{Z(m\acute{a}x)} = 80\ \text{mA}$  e  $I_{Z(min)} = 1\ \text{mA}$ . Hallar el valor de  $R_S$  para que se destruya el diodo zener cuando el circuito está sin carga así como el valor máximo de la resistencia de carga. Sabemos que el generador de entrada es de  $20\ \text{V}$  y su resistencia interna es de  $100\ \Omega$ .

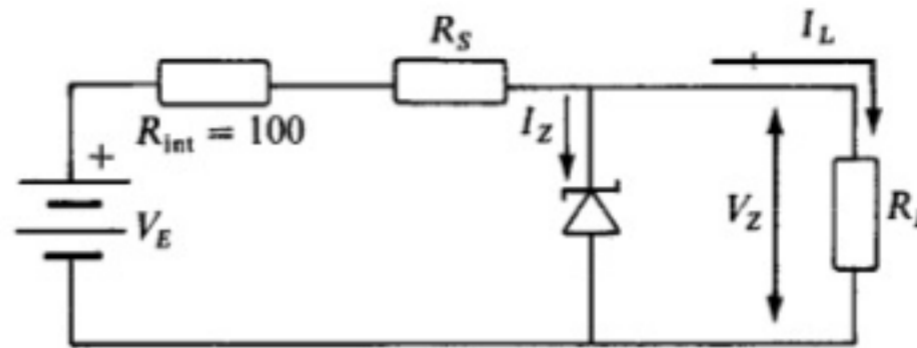


Figura 6.52.

Solución:  $R_S = 25\ \Omega$ ;  $R_{L(m\acute{a}x)} = 126,6\ \Omega$ .

6.37. Diseñar un circuito estabilizador de tensión con diodo zener capaz de alimentar una carga de  $200\ \Omega$  con  $20\ \text{V}$  constantes, sabiendo que la tensión de entrada a dicho circuito puede oscilar entre  $24\ \text{V}$  y  $30\ \text{V}$ . El zener a emplear deberá tener una potencia máxima de  $8\ \text{W}$ .

Solución:  $R_S = 20\ \Omega$ ,  $5\ \text{W}$ ;  $V_{zener} = 20\ \text{V}$ ,  
 $I_{Z(m\acute{a}x)} = 0,4\ \text{A}$ ;  $I_{Z(min)} = 0,1\ \text{A}$ .

6.38. El circuito de la Figura 6.53 está formado por un regulador del tipo 7812, al cual se le aplica una señal ondulada cuyo valor medio es de  $20\ \text{V}$ . El valor eficaz del rizado es de  $2\ \text{V}$ . Calcular el valor eficaz del rizado a la salida y el factor de rizado antes y después de la estabilización. (Se necesita para solucionar este problema manejar las hojas de características del regulador.)

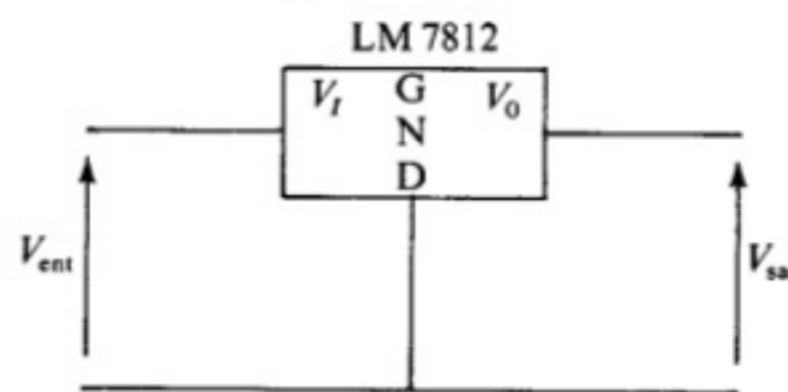


Figura 6.53.

**Solución:**  $V_{r(ef)} = 0,5 \text{ mA}$ ;  $F_{R(ent)} = 0,1$ ;  
 $F_{R(sal)} = 41 \cdot 10^{-6}$ .

**6.39.** ¿Cuáles serán los valores máximo y mínimo de la tensión regulada obtenida a la salida del circuito de la Figura 6.54? ¿Cuál será el valor de tensión mínima necesaria a la entrada?

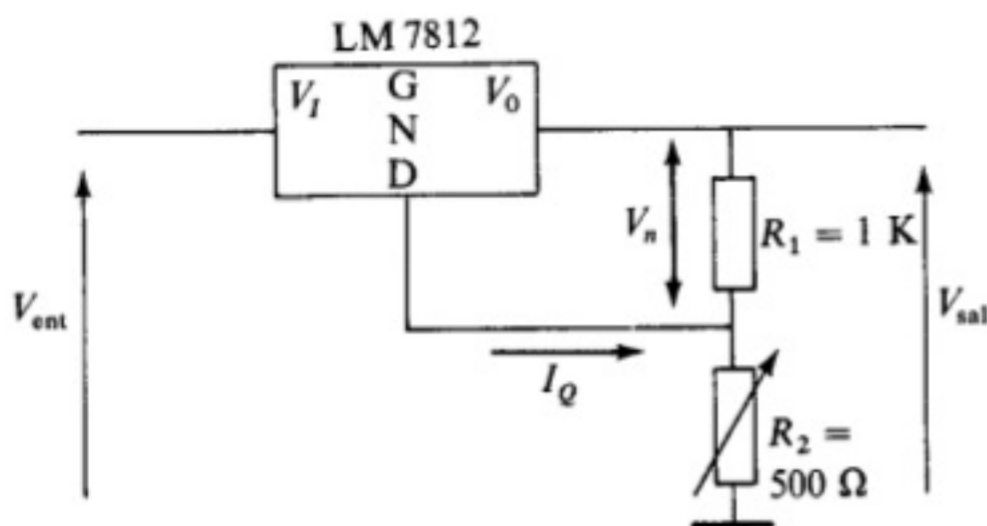


Figura 6.54.

**Solución:**  $V_{sal(max)} = 12 \text{ V}$ ;  $V_{sal(min)} = 22 \text{ V}$ ;  
 $V_{ent(min)} = 24 \text{ V}$ .

**6.40.** Calcular el valor de la corriente por la carga del circuito de la Figura 6.55. ¿Cuál será la potencia disipada por el regulador, si el valor medio de la tensión de entrada es de 20 V y la resistencia de carga es de 10 Ohms?

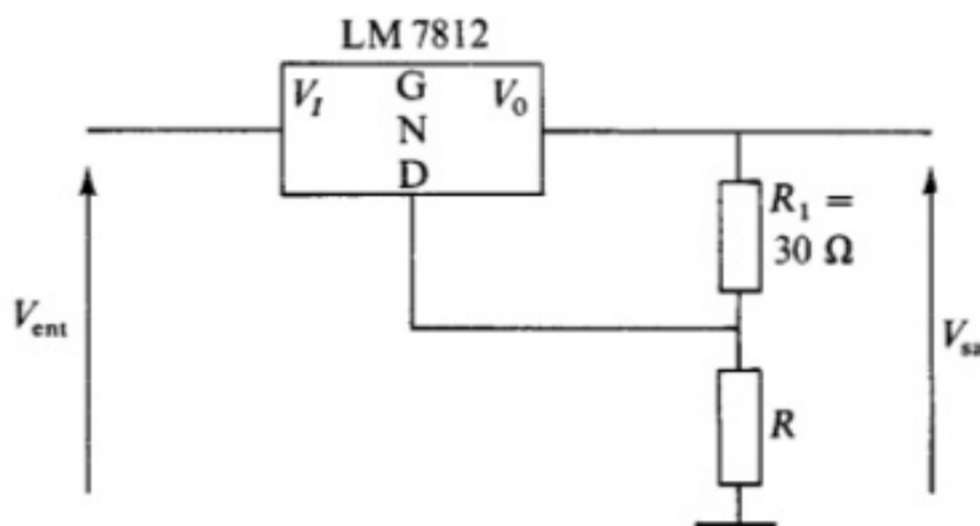


Figura 6.55.

**Solución:**  $I_{sal} = 0,4 \text{ A}$ ;  $P_{dis} = 1,6 \text{ W}$ .

# CAPITULO 7

## Transistores

### 7.1. TIPOS DE TRANSISTORES BIPOLARES

Un transistor bipolar es un elemento amplificador capaz de proveer una corriente proporcional a la aplicada a su entrada.

Existen dos tipos diferentes de transistores bipolares, cuyos nombres vienen determinados por la estructura interna de los mismos. Estos dos tipos de transistores son los *nnp* y los *pnp*. Tanto unos como otros están formados por tres cristales. A estos tres cristales se conectan tres terminales que reciben los nombres de *emisor*, *base* y *colector*. En la Figura 7.1 se muestran los símbolos utilizados para representar los dos tipos de transistores señalados. Con los transistores bipolares es posible construir tres configuraciones o montajes diferentes de amplificadores, denominados *base común* (BC), *emisor común* (EC) y *colector común* (CC).

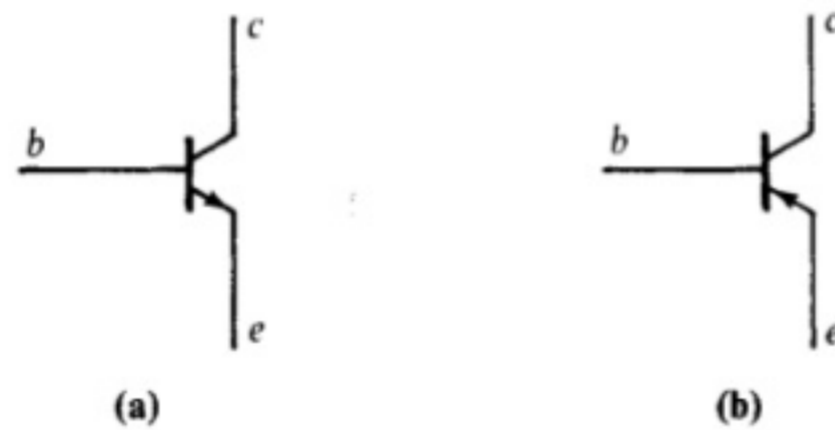


Figura 7.1. Representación simbólica de transistores. (a) *nnp*. (b) *pnp*.

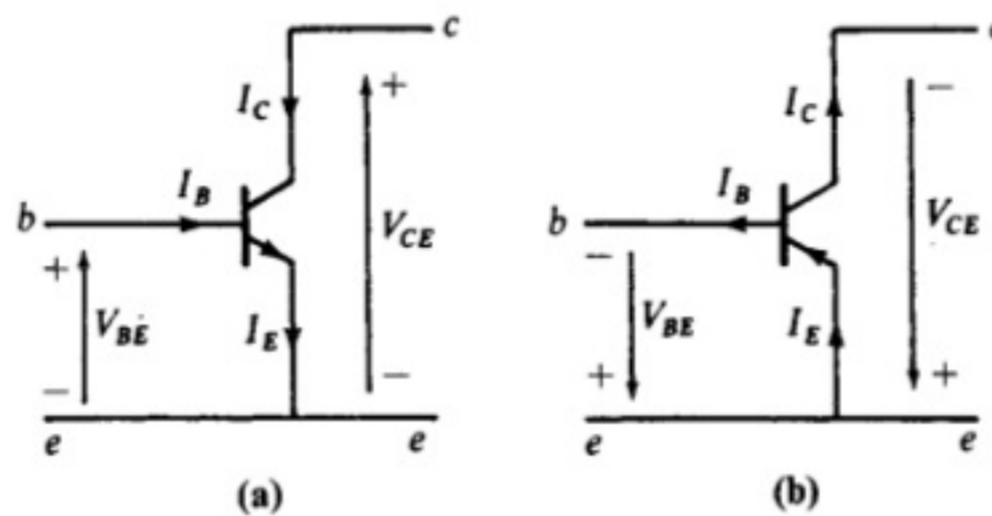
### 7.2. TENSIONES Y CORRIENTES EN EL TRANSISTOR

En la Tabla 7.1 se muestran todas las formas posibles de representación de magnitudes que utilizaremos en éste y en siguientes capítulos.

**Tabla 7.1.** Las diferentes formas de representar las tensiones y corrientes de un transistor

Tipo de magnitud	Variable	Subíndice	Ejemplos
Constante o de cc	letra mayúscula	letras mayúsculas	$V_{CE}, I_B$
Variable o de ca	letra minúscula	letras minúsculas	$v_{ce}, i_b$
Valor eficaz de ca	letra mayúscula	letras minúsculas	$V_{ce}, I_b$
Ondulada	letra minúscula	letras mayúsculas	$v_{CE}, i_B$

En la Figura 7.2 se muestran las tensiones y corrientes que aparecen en los dos tipos de transistores bipolares al aplicar fuentes de cc para su polarización.



**Figura 7.2.** Polarización de los transistores bipolares. (a) npn. (b) pnp.

Tanto en un tipo de transistor como en el otro se cumple la siguiente igualdad:

$$I_E = I_C + I_B$$

Dos relaciones muy significativas entre las corrientes de un transistor son las siguientes:

$$\alpha = \frac{I_C}{I_E} \quad ; \quad \beta = \frac{I_C}{I_B}$$

Las magnitudes  $\alpha$  y  $\beta$  son conocidas como las *ganancias de corriente en cc* de las configuraciones BC y EC, respectivamente.

La relación entre  $\alpha$  y  $\beta$  viene dada por la siguiente expresión:

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

Existe una magnitud denominada *corriente de corte de colector*,  $I_{CBO}$ , dada por el fabricante, que es debida a los portadores minoritarios, y que tiene escasa importancia en

casi todos los casos reales de amplificación, aunque su aumento con la temperatura es considerable. Existe otra corriente,  $I_{CEO}$ , que es  $\beta$  veces mayor que la anterior:

$$I_{CEO} \approx \beta I_{CBO}$$

Esta corriente circula de colector a emisor, aunque, por la base del transistor, la intensidad sea nula. Por tanto, la corriente total de colector, teniendo en cuenta  $I_{CEO}$ , será

$$I_C \approx \beta I_B + \beta I_{CBO}$$

En las expresiones de  $\alpha$  y  $\beta$  indicadas más arriba hemos supuesto que  $I_{CBO} = 0$  e  $I_{CEO} = 0$ .

### 7.3. CARACTERISTICAS GRAFICAS PARA LA CONFIGURACION EC

Tanto para el transistor *npn* como para el *pnp*, es posible obtener una red de características distintas para cada tipo de montaje. En este apartado describiremos las correspondientes a un transistor *npn* montaje EC.

En la Figura 7.3 se muestra el circuito de polarización necesario para obtener las características de salida, transferencia y entrada mostradas en las Figuras 7.4, 7.5 y 7.6. En

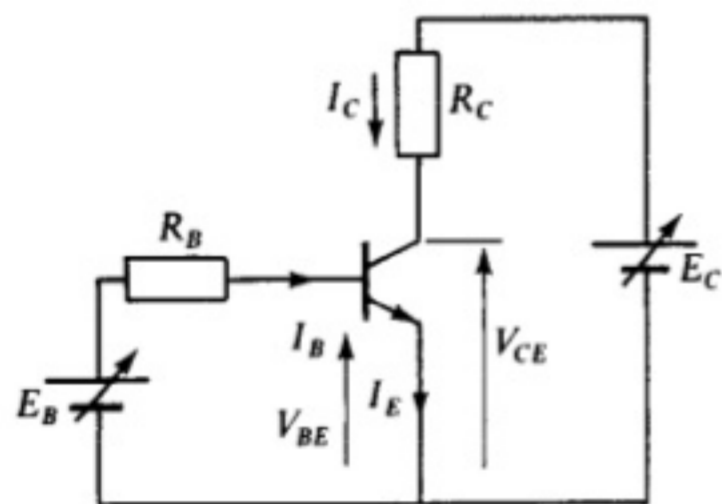


Figura 7.3. Circuito de polarización completo en configuración EC.

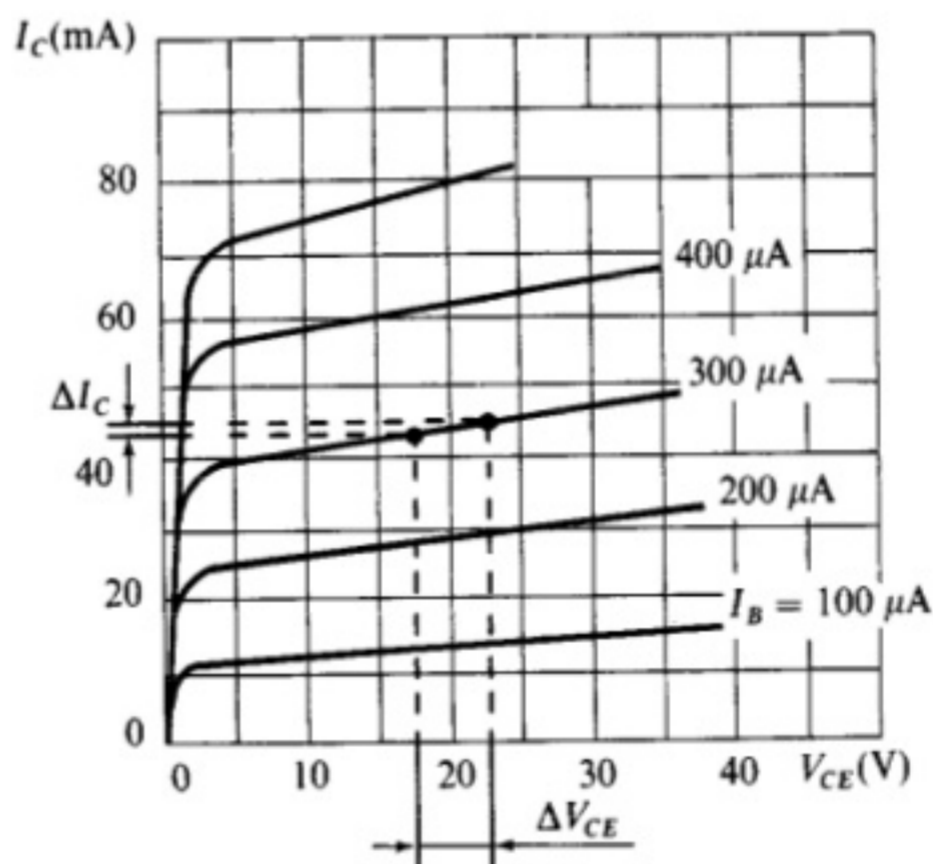


Figura 7.4. Características de salida de un transistor *npn* en EC.

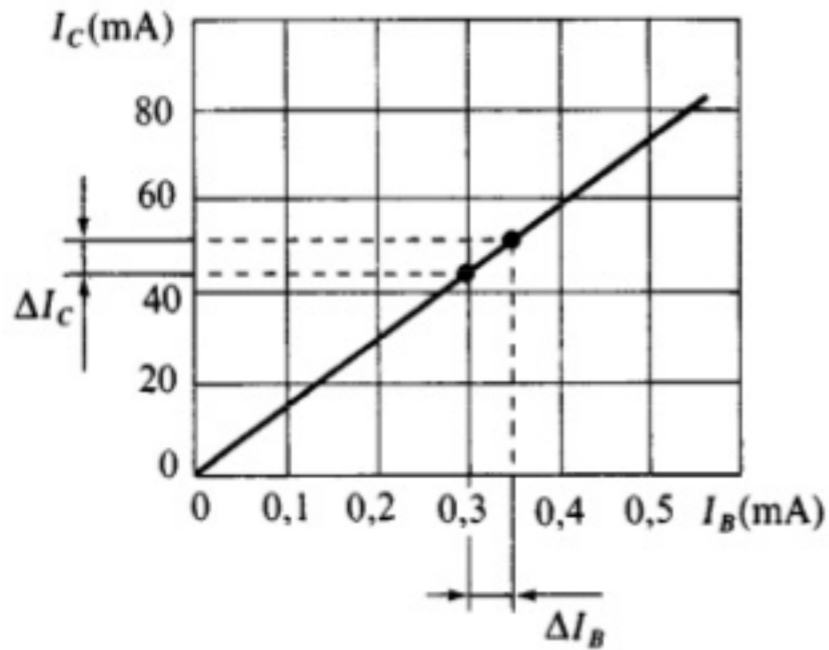


Figura 7.5. Característica de transferencia de un transistor *npn* en EC.

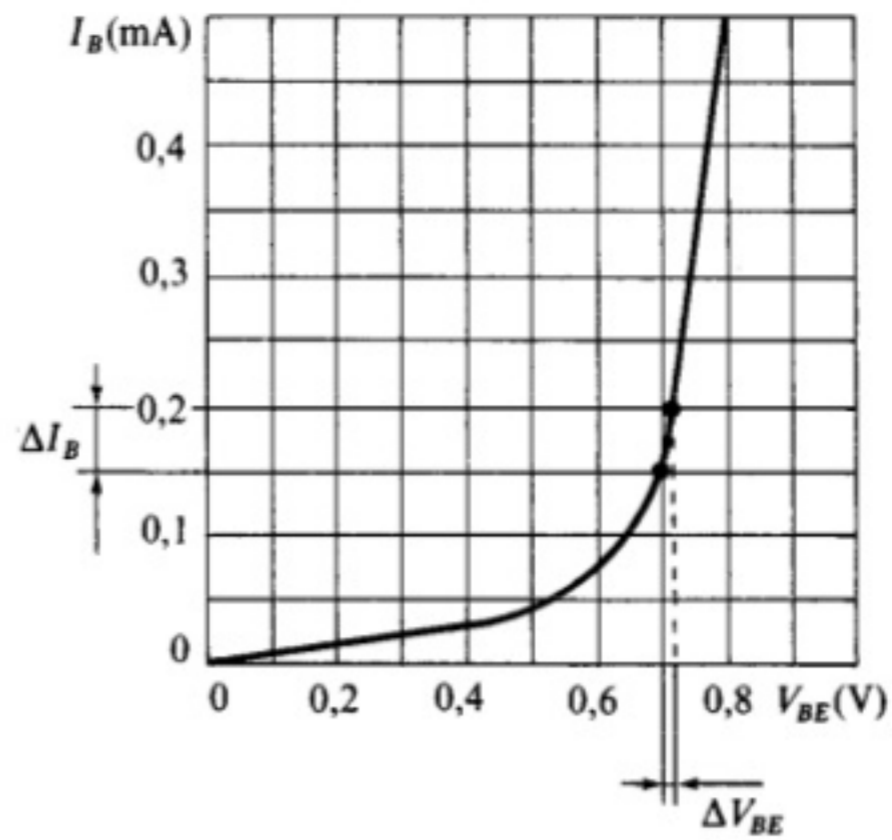


Figura 7.6. Característica de entrada de un transistor *npn* en EC.

la Tabla 7.2 aparecen las expresiones de los parámetros que se obtienen de dichas características, así como los valores típicos y las unidades de los mismos.

Tabla 7.2. Parámetros deducidos de las características del montaje EC

Parámetro	Relación incremental	Orden de magnitud	Unidad
Resistencia de salida	$\rho_e = \left. \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} \right _{I_B}$	40	kΩ
Ganancia de corriente	$\beta' = \left. \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \right _{V_{CE}}$	50	—
Resistencia de entrada	$r_e = \left. \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} \right _{V_{CE}}$	1,1	kΩ
Coefficiente de readmisión	$\mu_e = \left. \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}} \right _{I_B}$	$4 \cdot 10^{-4}$	—

El subíndice *e*, en los parámetros, indica que son los correspondientes al montaje EC

#### 7.4. ECUACIONES BASICAS DE UN SENCILLO CIRCUITO DE POLARIZACION

En la Figura 7.7 se muestra un sencillo circuito, análogo al de la Figura 7.3, pero en este caso se utiliza un solo generador de cc para polarizar la base y el colector del transistor.

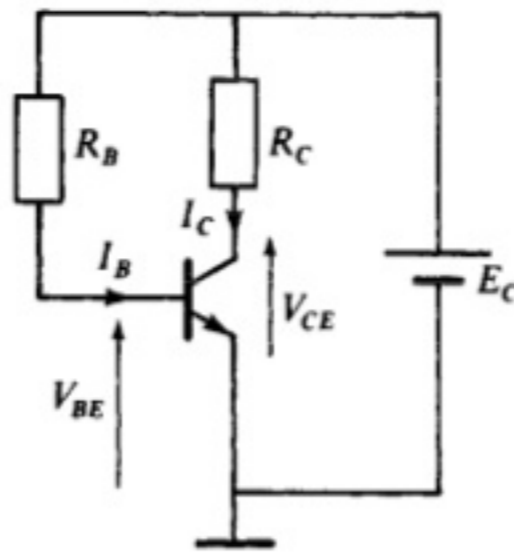


Figura 7.7. Polarización mediante un solo generador.

La corriente por la base será

$$I_B = \frac{E_C - V_{BE}}{R_B}$$

La corriente de base da lugar a una corriente de colector, cuyo valor será

$$I_C = h_{FE} I_B; \quad \text{donde} \quad h_{FE} = \beta$$

La tensión del generador  $E_C$  se repartirá entre la resistencia  $R_C$  y el transistor:

$$E_C = V_{CE} + I_C R_C$$

En la práctica, un circuito de polarización se diseña de manera que se cumpla la siguiente relación:

$$V_{CE} \approx \frac{E_C}{2}$$

### 7.5. ESTADOS DEL TRANSISTOR BIPOLAR

Los estados posibles del transistor son **corte** y **conducción** y, dentro de este estado, puede trabajar en zona **activa** o en **saturación**. En la Tabla 7.3 se muestran los valores de las magnitudes para cada uno de los estados posibles en un montaje EC.

Tabla 7.3. Valores de las magnitudes de un transistor para los diferentes estados

Magnitud \ Estado	$I_C$	$I_B$	$V_{CE}$	$V_{BE}$
Corte	0	0	$E_C$	$< 0,7 \text{ V}$
Activa	$h_{FE} I_B$	—	$E_C > V_{CE} > 0,2 \text{ V}$	$\geq 0,7 \text{ V}$
Saturación	$\leq h_{FE} I_B$	—	0,2 V	$\geq 0,7 \text{ V}$



## 7.6. HOJA DE CARACTERÍSTICAS DEL TRANSISTOR BIPOLAR

En la Tabla 7.4 aparecen los valores límites proporcionados por el fabricante, y en la Tabla 7.5 las características eléctricas correspondientes al transistor BC107.

**Tabla 7.4.** Valores límites del transistor BC107 (25°C)

Tensión colector-emisor $V_{CEO}$	45	V
Tensión colector-emisor (con la base en cortocircuito) $V_{CES}$	50	V
Tensión colector-base $V_{CBO}$	45	V
Tensión de ruptura emisor base $V_{EB}$	6	V
Corriente continua de colector $I_C$	100	mA
Corriente de cresta de colector $I_{CM}$	200	mA
Potencia total disipable $P_{tot}$	300	mW

**Tabla 7.5.** Características eléctricas del transistor BC107 (25°)

Parámetro	Condiciones de medida	Símbolo	Min.	Tip.	Máx.	Unidad
Corriente de corte de colector	$I_E = 0$ $V_{CB} = 45 \text{ V}$	$I_{CBO}$	—	0,15	15	nA
Tensión de saturación colector-emisor	$I_C = 100 \text{ mA}$ $I_G = 5 \text{ mA}$	$V_{CE(sat)}$	—	0,22	0,6	V
Tensión base-emisor	$I_C = 2 \text{ mA}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$	$V_{BE}$	—	0,68	—	V
	$I_C = 100 \text{ mA}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$		—	0,9	—	V
Ganancia de corriente en continua	$I_C = 10 \mu\text{A}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$	$h_{FE}$	—	90	—	—
	$I_C = 2 \text{ mA}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$		—	180	—	—
	$I_C = 20 \text{ mA}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$		—	225	—	—
	$I_C = 100 \text{ mA}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$		—	210	—	—
Parámetros híbridos en EC	$I_C = 2 \text{ mA}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$ $f = 1 \text{ kHz}$	$h_{ie}$	1,6	2,7	4,5	k $\Omega$
		$h_{re}$	—	$15 \cdot 10^{-5}$	—	—
		$h_{fe}$	125	220	260	—
		$h_{oe}$	—	18	30	$\mu\text{S}$

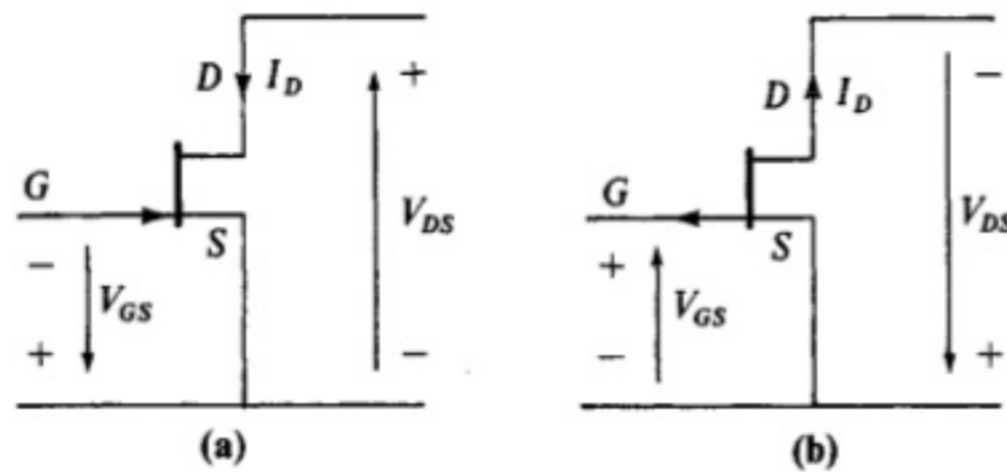
## 7.7. TRANSISTORES DE EFECTO DE CAMPO

Existen dos clases diferentes de transistores de efecto de campo: los de *unión*, a los que denominaremos sencillamente FET, y los de *puerta aislada*, conocidos como transistores MOS por el tipo de tecnología utilizada (Metal-Oxide-Semiconductor).

Los transistores de efecto de campo suministran una corriente de salida proporcional a la tensión aplicada a su entrada.

## 7.8. FET DE UNION

Los transistores de efecto de campo de unión se dividen en FET de *canal n* y FET de *canal p*. Ambos transistores tienen tres terminales, denominados *surtidor* o *fuelle*, *drenador* y *puerta*. Con los FET, de la misma manera que con los transistores bipolares, se pueden realizar tres montajes diferentes. Las distintas configuraciones son: *surtidor común* (SC), *drenador común* (DC) y *puerta común* (PC). El más utilizado es el drenador común. En la Figura 7.8 se muestran las tensiones y corrientes características de los FET.



**Figura 7.8.** Representación simbólica y polarización de los transistores de efecto de campo. (a) Canal n. (b) Canal p.

La relación entre la corriente de drenador y la tensión puerta-surtidor viene dada por la siguiente expresión:

$$I_D = I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2$$

donde  $I_{DSS}$  es la *corriente de saturación* cuando  $V_{GS} = 0$  y  $V_P$  la *tensión de contracción* del canal.

## 7.9. CARACTERISTICAS DE UN FET MONTAJE SC

En las Figuras 7.9 y 7.10 se muestran las *características de salida* y *de transferencia* de un FET *canal n* montaje SC. En la Tabla 7.6 aparecen las expresiones de los parámetros que se obtienen de dichas características, así como los valores típicos y las unidades de los mismos.

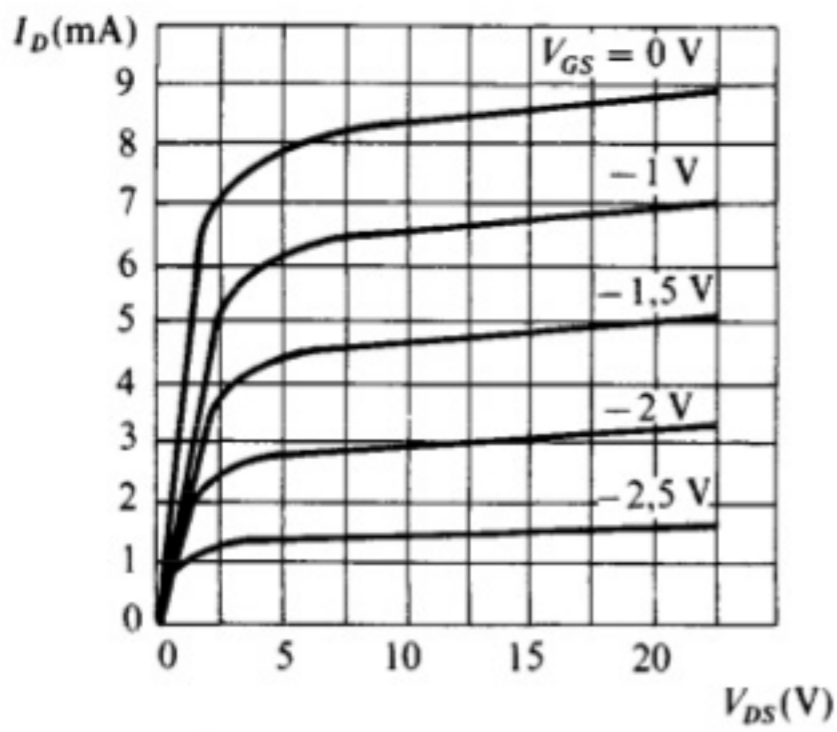


Figura 7.9. Características de salida de un FET canal  $n$  en montaje SC.

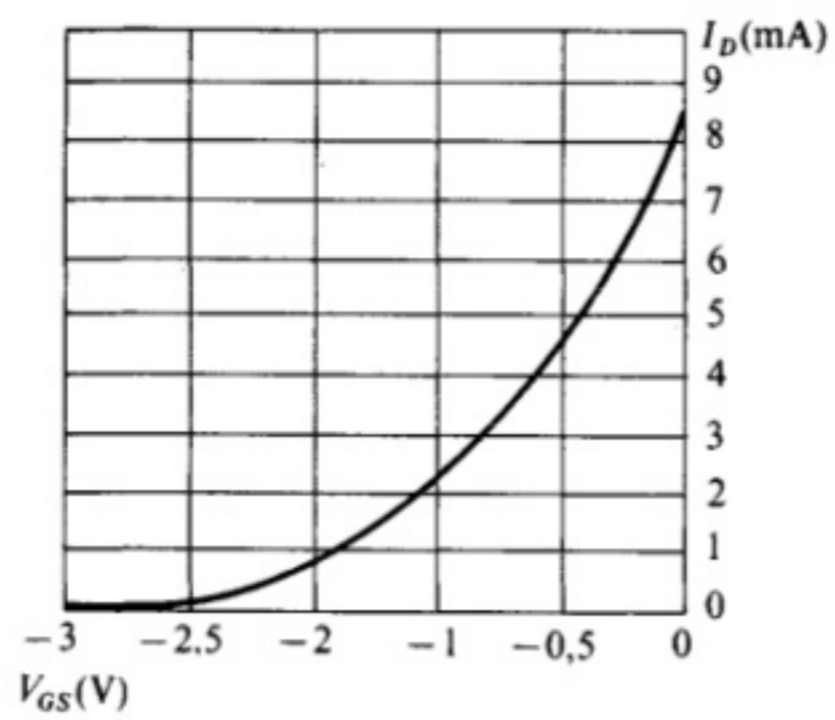


Figura 7.10. Característica de transferencia de un FET canal  $n$  en montaje SC.

Tabla 7.6. Parámetros de un FET

Parámetro	Relac. incremen. símbolo	Valores extremos	Unidad
Transconductancia	$g_m = \left. \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{GS}} \right _{V_{DS}}$	0,1 – 10	mA/V
Resistencia de salida	$r_{ds} = \left. \frac{\Delta V_{DS}}{\Delta I_D} \right _{V_{GS}}$	0,1 – 1	M $\Omega$
Resistencia de entrada	$r_{gs}$	$> 10^8$	$\Omega$

### 7.10. HOJA DE CARACTERÍSTICAS DE UN FET

En la Tabla 7.7 aparecen los valores límites, y en la Tabla 7.8 las características eléctricas del transistor 2N4220.

Tabla 7.7. Valores límites del transistor 2N4220 (25 °C)

Tensión puerta-surtidor $V_{GS}$	-30	V
Tensión puerta-drenador $V_{GD}$	-30	V
Corriente de puerta $I_G$	10	mA
Potencia máxima $P_D$	300	mW

Tabla 7.8. Características eléctricas del 2N4220 (25 °C)

Parámetro	Condiciones de medida	Símbolo	Mínimo	Máximo	Unidad
Tensión de corte puerta-surtidor	$V_{DS} = 15 \text{ V}$ $I_D = 0,1 \text{ nA}$	$V_P$	—	-4	V
Corriente de saturación de drenador	$V_{DS} = 15 \text{ V}$ $V_{GS} = 0$	$I_{DSS}$	0,5	3	mA
Corriente inversa de puerta	$V_{GS} = -15 \text{ V}$ $V_{DS} = 0$	$I_{GSS}$	—	-0,1	nA
Transconductancia o conductancia mutua	$V_{DS} = 15 \text{ V}$ $V_{GS} = 0$ $f = 1 \text{ kHz}$	$g_m$	1 000	4 000	$\mu\text{S}$
Conductancia de salida	$V_{DS} = 15 \text{ V}$ $V_{GS} = 0$ $f = 1 \text{ kHz}$	$g_{os}$	—	10	$\mu\text{S}$

## 7.11. TRANSISTORES MOS

Por su constitución, estos dispositivos presentan una mayor resistencia de entrada que los FET de unión. En la Tabla 7.9 se muestran los valores extremos de los parámetros de un transistor MOS.

Tabla 7.9. Valores extremos de los parámetros de los transistores MOS

Parámetro	Símbolo	Valores extremos	Unidad
Transconductancia	$g_m$	0,1 – 20	mA/V
Resistencia de salida	$r_{ds}$	1 – 50	k $\Omega$
Resistencia de entrada	$r_{gs}$	$> 10^{10}$	$\Omega$

Existen transistores MOS de *enriquecimiento* y de *empobrecimiento*. En los primeros, el canal se forma por el efecto de la tensión aplicada a la puerta. En los segundos, el canal va desapareciendo al aplicar tensión a la puerta. Tanto unos como otros pueden ser de *canal n* o de *canal p*; por tanto, hay en total cuatro tipos diferentes de MOS.

En la Figura 7.11 se muestra la representación simbólica y las polarizaciones de todos los MOS, y en la Figura 7.12 aparece la característica de transferencia de cada uno de ellos.

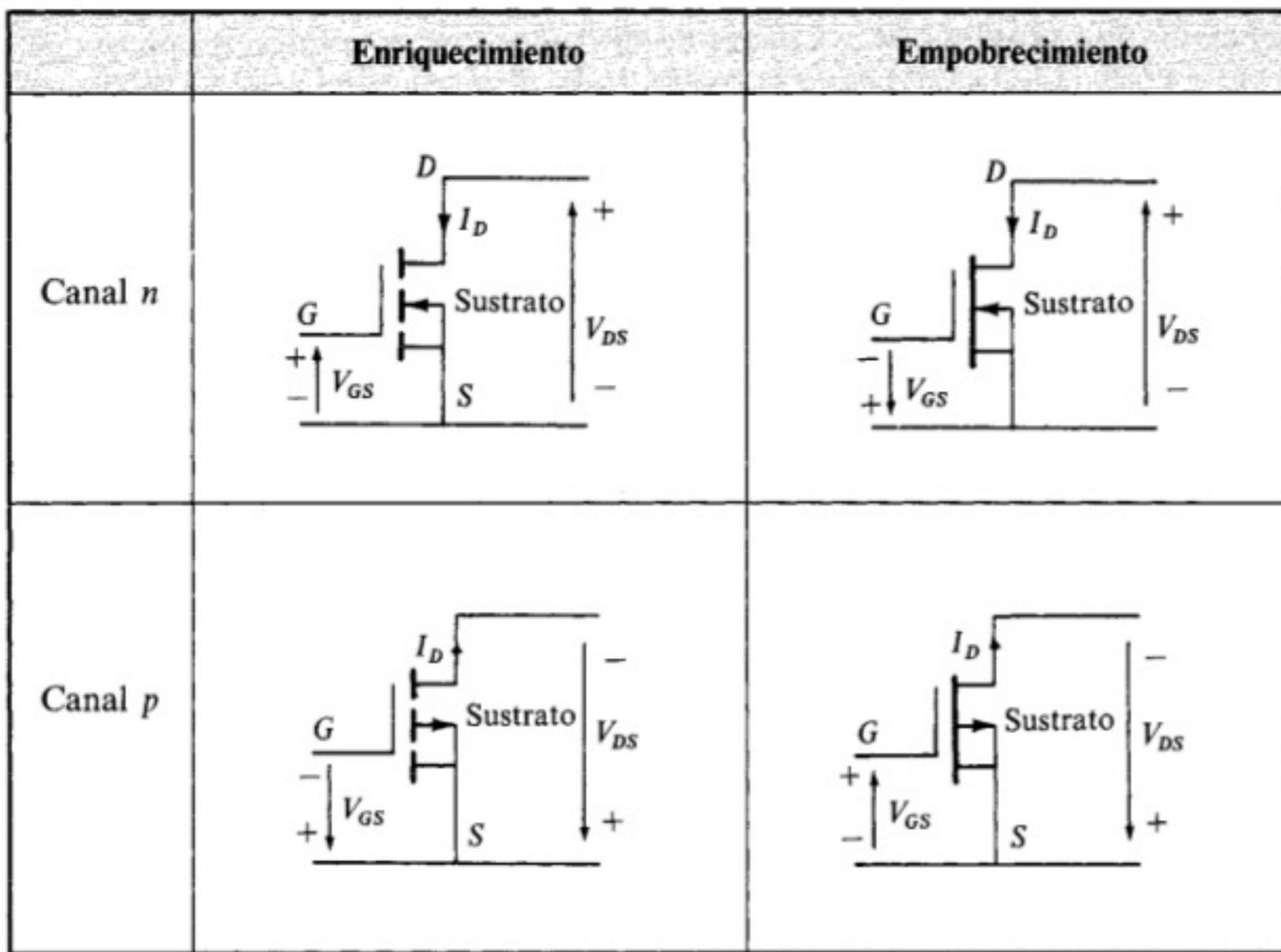


Figura 7.11. Polarización de los cuatro tipos de MOS.

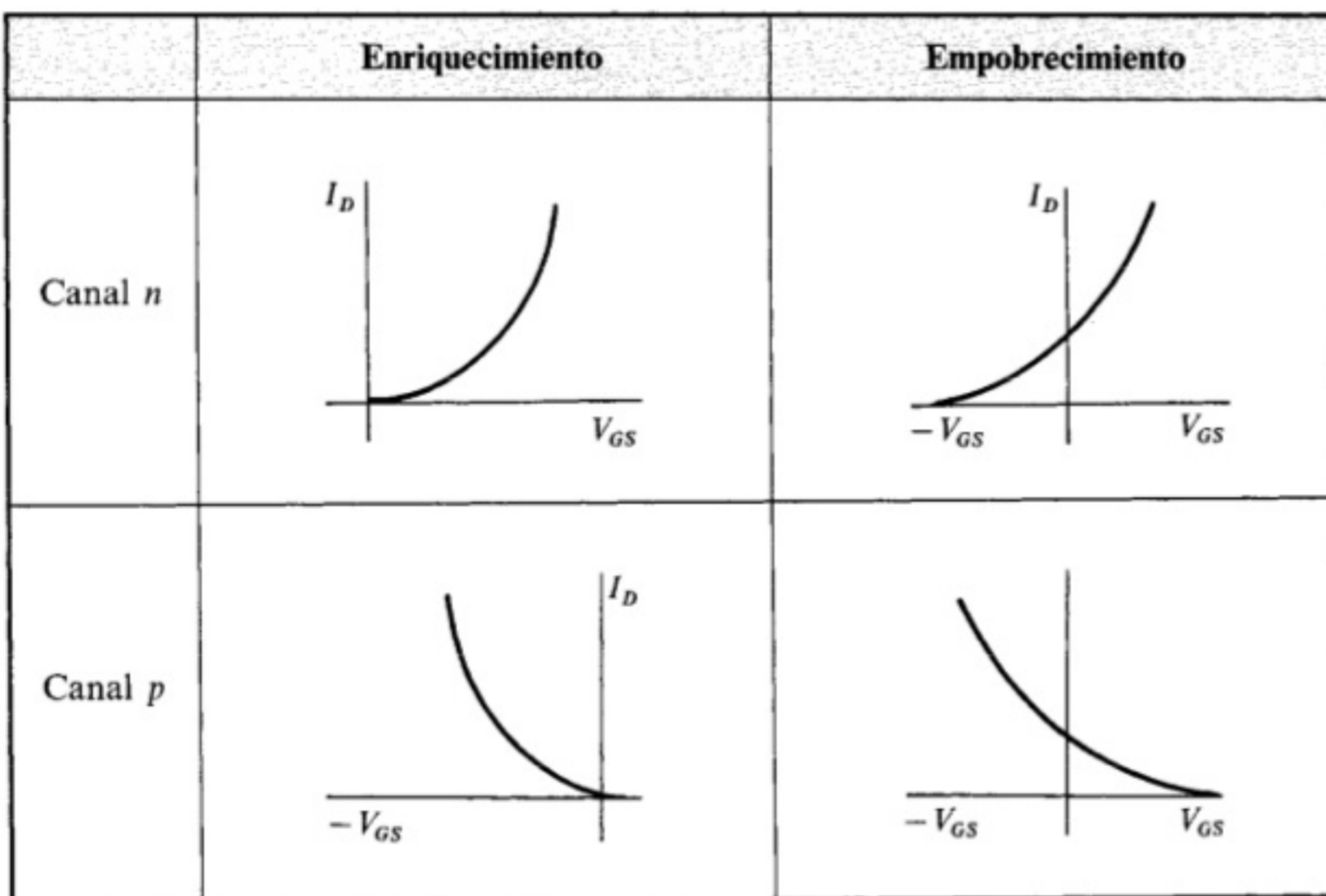


Figura 7.12. Característica de transferencia de los cuatro tipos de MOS.

La ecuación que relaciona la corriente de drenador con la tensión de puerta es idéntica a la de los FET. La *resistencia de salida* y la *transconductancia* se obtienen de las correspondientes características gráficas mediante las expresiones indicadas en el caso de los FET.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 7.1. La ganancia de corriente en cc, en montaje BC, vale 0,98 y la corriente que circula por el emisor es de 20 mA. Calcular las corrientes de base y colector y la ganancia de corriente en continua, en montaje EC.

**Solución:** De la expresión  $\alpha = I_C/I_E$ , despejamos la corriente de colector:

$$I_C = \alpha I_E = 0,98 \cdot 20 = 19,6 \text{ mA}$$

La corriente de base valdrá

$$I_B = I_E - I_C = 20 - 19,6 = 0,4 \text{ mA}$$

Por último, la ganancia en continua  $\beta$  será

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{19,6}{0,4} = 49$$

- 7.2. Repetir el problema anterior, suponiendo que consideramos la corriente de corte de colector,  $I_{CBO}$ , dada por el fabricante, cuyo valor es de 200  $\mu$ A.

**Solución:** La ganancia de corriente en continua del montaje EC será

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{0,98}{1 - 0,98} = 49$$

La expresión de  $\alpha$  será en este caso

$$\alpha = \frac{I_C - I_{CBO}}{I_E}$$

y el valor de  $I_C$  será

$$I_C = \alpha I_E + I_{CBO} = 0,98 \cdot 20 + 200 \cdot 10^{-6} = 19,6002 \text{ mA}$$

La corriente por la base del transistor será

$$I_B = I_E - I_C = 20 - 19,6002 = 0,3998 \text{ mA}$$

Esta última corriente también se podría haber obtenido a partir de la expresión

$$\beta = \frac{I_C - I_{CEO}}{I_B}, \quad \text{donde } I_{CEO} \approx \beta I_{CBO}$$

- 7.3. Las características eléctricas de un determinado transistor son:  $h_{FE} = 60$  e  $I_{CBO} = 3 \mu\text{A}$ . Calcular las corrientes de base y de emisor, cuando por el colector circulan 2 mA.

**Solución:**

- La corriente de corte de colector en montaje EC será  $I_{CEO} \approx \beta I_{CBO} = 60 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 0,18 \text{ mA}$ .
- La corriente por la base será  $I_B = \frac{I_C - I_{CEO}}{\beta} = \frac{2 - 3 \cdot 10^{-3}}{60} = 0,0333 \text{ mA}$ .
- La corriente de emisor vale  $I_E = I_C + I_B = 2 + 0,0333 = 2,0333 \text{ mA}$ .

- 7.4. La corriente que circula por el colector de un transistor, cuando la de base es de  $60 \mu\text{A}$ , vale 3,6 mA. Calcular  $\alpha$  y  $\beta$ , suponiendo que la corriente  $I_{CBO}$  dada por las hojas de características es de  $2 \mu\text{A}$ . Calcular de nuevo dichos parámetros, suponiendo que  $I_{CBO} = 0$ .

**Solución:** Considerando la corriente  $I_{CBO}$ :

$$\alpha = \frac{I_C - I_{CBO}}{I_E} = \frac{3,6 - 2 \cdot 10^{-3}}{3,6 + 60 \cdot 10^{-3}} = 0,9830 \quad ; \quad \beta = \frac{I_C}{I_B + I_{CBO}} = \frac{3,6}{60 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3}} = 58$$

Suponiendo que  $I_{CBO} = 0$ :

$$\alpha = \frac{I_C}{I_E} = \frac{3,6}{3,6 + 60 \cdot 10^{-3}} = 0,9836 \quad ; \quad \beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{3,6}{60 \cdot 10^{-3}} = 60$$

- 7.5. Sobre la característica de entrada de un transistor bipolar se observa que a un incremento de 0,05 V de la tensión base-emisor le corresponde un incremento de corriente de base de  $40 \mu\text{A}$ . ¿Cuál será el valor de la resistencia de entrada de esa zona de la curva?

**Solución:**

- El incremento de tensión es  $\Delta V_{BE} = 0,05 \text{ V}$ .
- El incremento de corriente, expresado en amperios, será  $\Delta I_B = 40 \cdot 10^{-6} \text{ A}$ .
- La resistencia de entrada en montaje EC será  $r_e = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} = \frac{0,05}{40 \cdot 10^{-6}} = 1250 \Omega$ .

- 7.6. A partir de la característica de salida de un transistor *npn*, montaje EC, se observa:  
**a)** Que sobre una curva donde la  $I_B$  es constante, al incrementarse la tensión colector-emisor en 1 V, se incrementa la corriente de colector 0,05 mA. **b)** Que si pasamos de la característica correspondiente a una  $I_B = 100 \mu\text{A}$  a la de  $I_B = 200 \mu\text{A}$ , permaneciendo constante la  $V_{CE}$ , el incremento de corriente de colector es de 8 mA. Calcular la resistencia de salida y la ganancia de corriente para señales débiles.

**Solución:**

- La resistencia de salida será  $\rho_e = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ k}\Omega$ .
- La ganancia de corriente será  $\beta' = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{8}{100 \cdot 10^{-3}} = 80$ .

7.7. Mediante un circuito como el de la Figura 7.3 se han realizado una serie de medidas y se han obtenido los siguientes resultados:

- a) Manteniendo constante una corriente de base  $I_B = 300 \mu\text{A}$ :
- a<sub>1</sub>) Para  $V_{CE_1} = 15 \text{ V}$ :  $I_{C_1} = 40 \text{ mA}$  y  $V_{BE_1} = 0,6 \text{ V}$ .
- a<sub>2</sub>) Para  $V_{CE_2} = 17 \text{ V}$ :  $I_{C_2} = 40,2 \text{ mA}$  y  $V_{BE_2} = 0,606 \text{ V}$ .
- b) Manteniendo constante una tensión colector-emisor  $V_{CE} = 15 \text{ V}$ :
- b<sub>1</sub>) Para  $I_{B_1} = 300 \mu\text{A}$ :  $I_{C_1} = 40 \text{ mA}$  y  $V_{BE_1} = 0,6 \text{ V}$ .
- b<sub>2</sub>) Para  $I_{B_2} = 350 \mu\text{A}$ :  $I_{C_2} = 46,66 \text{ mA}$  y  $V_{BE_2} = 0,7 \text{ V}$ .

Calcular la resistencia de salida  $\rho_e$ , la ganancia de corriente  $\beta'$ , la resistencia de entrada  $r_e$  y el coeficiente de readmisión  $\mu_e$ .

**Solución:** La resistencia de salida será

$$\rho_e = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} = \frac{V_{CE_2} - V_{CE_1}}{I_{C_2} - I_{C_1}} = \frac{17 - 15}{40,2 - 40} = \frac{2 \text{ V}}{0,2 \text{ mA}} = 10 \text{ k}\Omega$$

La ganancia de corriente vale

$$\beta' = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{I_{C_2} - I_{C_1}}{I_{B_2} - I_{B_1}} = \frac{46,66 - 40}{0,35 - 0,3} = \frac{6,66 \text{ mA}}{0,05 \text{ mA}} = 133,2$$

La resistencia de entrada será

$$r_e = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} = \frac{V_{BE_2} - V_{BE_1}}{I_{B_2} - I_{B_1}} = \frac{0,7 - 0,6}{0,35 - 0,3} = \frac{0,1 \text{ V}}{0,05 \text{ mA}} = 2 \text{ k}\Omega$$

Por último, el coeficiente de readmisión vale

$$\mu_e = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}} = \frac{V_{BE_2} - V_{BE_1}}{V_{CE_2} - V_{CE_1}} = \frac{0,606 - 0,6}{17 - 15} = \frac{0,006 \text{ V}}{2 \text{ V}} = 3 \cdot 10^{-3}$$

7.8. La fem del generador  $E_C$  del circuito de la Figura 7.7 vale 20 V y las resistencias  $R_C$  y  $R_B$  valen 2 k $\Omega$  y 400 k $\Omega$ , respectivamente. La ganancia de corriente en continua  $h_{FE}$  es de 100 y la tensión base-emisor  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Hallar la corriente por la base  $I_B$ , la corriente de colector  $I_C$  y la caída de tensión colector-emisor  $V_{CE}$ .

**Solución:** La corriente de base será

$$I_B = \frac{E_C - V_{BE}}{R_B} = \frac{20 - 0,7}{400} = \frac{19,3 \text{ V}}{400 \text{ k}\Omega} = 48,2 \mu\text{A}$$



La corriente de colector vale

$$I_C = h_{FE} I_B = 100 \cdot 48,2 = 4\,820 \mu A = 4,82 \text{ mA}$$

Por último, la tensión entre colector y emisor será

$$V_{CE} = E_C - I_C R_C = 20 - 4,82 \cdot 2 = 10,36 \text{ V}$$

- 7.9. En el circuito de la Figura 7.13 la resistencia de colector vale  $500 \Omega$  y la ganancia de corriente en continua del transistor 60. ¿Cuánto valdrá la resistencia de base para que la tensión colector-emisor sea de  $-15 \text{ V}$ ? Considerar  $V_{BE} = -0,7 \text{ V}$ .

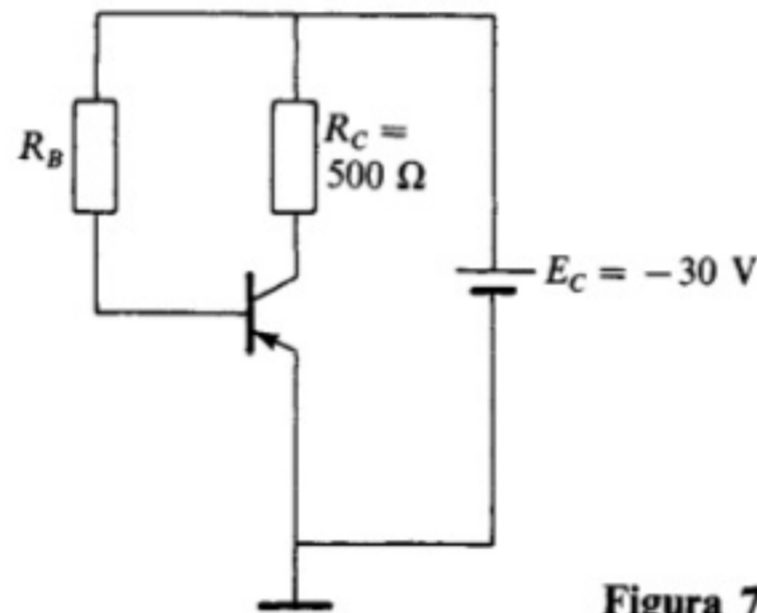


Figura 7.13.

**Solución:** Despejando la corriente de colector de la expresión  $E_C = V_{CE} + I_C R_C$  obtendremos

$$I_C = \frac{E_C - V_{CE}}{R_C} = \frac{-30 + 15}{0,5} = -30 \text{ mA}$$

El signo menos de la corriente  $I_C$  indica que circula de emisor a colector.

- La corriente de base será  $I_B = \frac{I_C}{h_{FE}} = \frac{-30}{60} = -0,5 \text{ mA}$ .
- El valor de  $R_B$  ha de ser  $R_B = \frac{E_C - V_{BE}}{I_B} = \frac{-30 + 0,7}{-0,5} = 58,6 \text{ k}\Omega$ .

- 7.10. El transistor *npn* de la Figura 7.14 está correctamente polarizado y dispuesto para funcionar como amplificador montaje EC. Analizar el circuito calculando los valores de tensión en el emisor, la base y el colector respecto a tierra, las corrientes por cada malla y los ddp en cada elemento, suponiendo que la fem del generador se reparte por igual entre la resistencia  $R_C$  y el transistor.

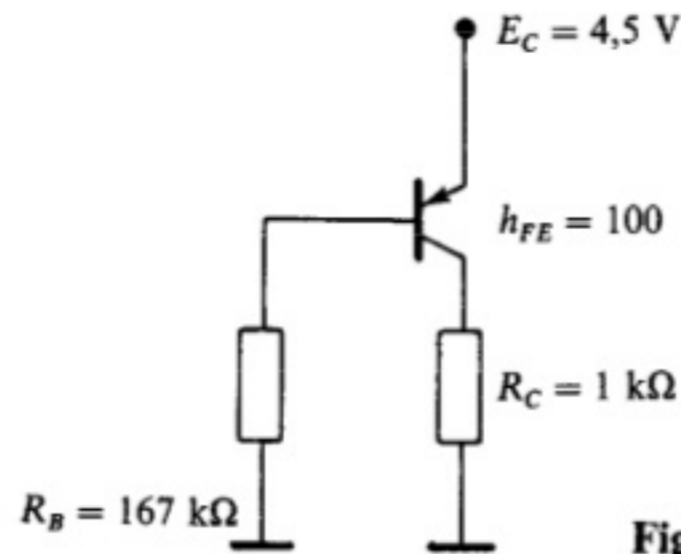


Figura 7.14.

**Solución:** La tensión en el emisor es de 4,5 V.

La ddp en  $R_C$  es de  $4,5/2 = 2,25$  V. Por tanto, la tensión en el colector es de 2,25 V.

La ddp entre el colector y emisor será

$$V_{CE} = V_C - V_E = 2,25 - 4,5 = -2,25 \text{ V}$$

La corriente por el colector vale

$$I_C = \frac{V_{R_C}}{R_C} = \frac{2,25}{1} = 2,25 \text{ mA}$$

La corriente por la base vale

$$I_B = \frac{I_C}{h_{FE}} = \frac{2,25}{100} = 0,0225 \text{ mA}$$

La ddp en  $R_B$  y, por tanto, la tensión en la base del transistor será

$$V_{R_B} = V_B = R_B I_B = 167 \cdot 0,0225 = 3,75 \text{ V}$$

Por último, la tensión  $V_{BE}$  será

$$V_{BE} = V_B - V_E = 3,75 - 4,5 = -0,75 \text{ V}$$

- 7.11.** Calcular el valor eficaz de la señal alterna de salida  $v_2$  y la ganancia de tensión en el circuito de la Figura 7.15, suponiendo que a la entrada aplicamos una tensión  $v_1$ , cuyo valor eficaz es de 20 mV. La resistencia de carga  $R_C$  vale 2 kΩ y la ganancia de corriente para pequeñas señales es igual a la ganancia de corriente en continua  $h_{fe} = h_{FE} = 100$ . La resistencia de entrada del transistor es de 2 kΩ. Por último,  $\rho_e = \infty$  y  $\mu_e = 0$ .

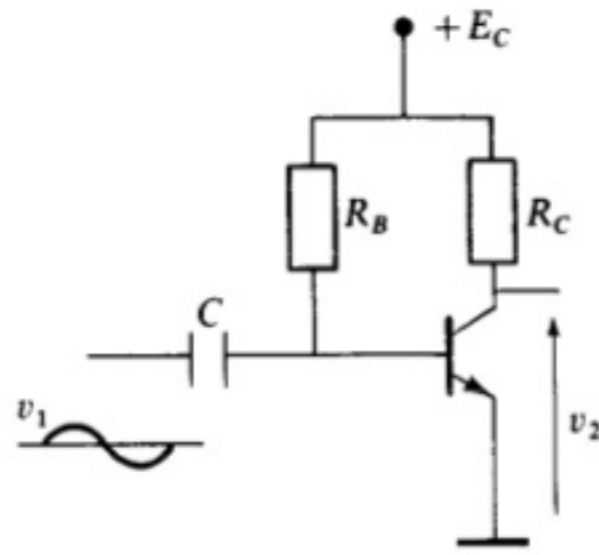


Figura 7.15.

**Solución:** La ecuación  $r_e = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} \Big|_{V_{CE}}$  se puede escribir para este caso particular:  $r_e = \frac{V_1}{\Delta I_B}$ , donde  $V_1$  es el valor eficaz de la tensión alterna de entrada.

El incremento de corriente de base que se producirá al aplicar  $v_1$  será

$$\Delta I_B = \frac{V_1}{r_e} = \frac{20 \text{ mV}}{2 \text{ k}\Omega} = 10 \text{ }\mu\text{A}$$

La variación en la corriente de colector es función de  $\Delta I_B$ :

$$\Delta I_C = h_{fe} \Delta I_B = 100 \cdot 10 \text{ }\mu\text{A} = 1 \text{ mA}$$

Al aumentar la corriente de colector, la ddp en la resistencia de carga sufrirá un incremento que podemos cuantificar, suponiendo que  $\rho_e = \infty$ , mediante el producto:  $\Delta I_C R_C$ .

Como la fem del generador  $E_C$  permanece constante, la tensión colector-emisor  $V_{CE}$  disminuirá en la misma cantidad que se incrementa la ddp de la resistencia  $R_C$ , por tanto, el valor eficaz de la señal de salida será

$$V_2 = \Delta V_{CE} = -\Delta I_C R_C = -1 \cdot 2 = -2 \text{ V}$$

La ganancia de tensión será

$$A_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{-2}{0,02} = -100$$

- 7.12.** El transistor del circuito de la Figura 7.16 funciona en conmutación, es decir, pasa del corte (interruptor  $S$  cerrado) a saturación (interruptor  $S$  abierto). Los valores de  $R_C$  y  $R_B$  son de  $100 \text{ }\Omega$  y  $2 \text{ k}\Omega$ , respectivamente, y la ganancia mínima de corriente en continua  $h_{FE(\text{min})}$  vale 50. La tensión colector-emisor en saturación es de  $0,2 \text{ V}$  y la tensión base-emisor vale  $0,7 \text{ V}$  cuando  $S$  está abierto. Calcular las corrientes y las tensiones del transistor en los dos estados (corte y saturación). La fem del generador  $E_C$  es de  $30 \text{ V}$ .

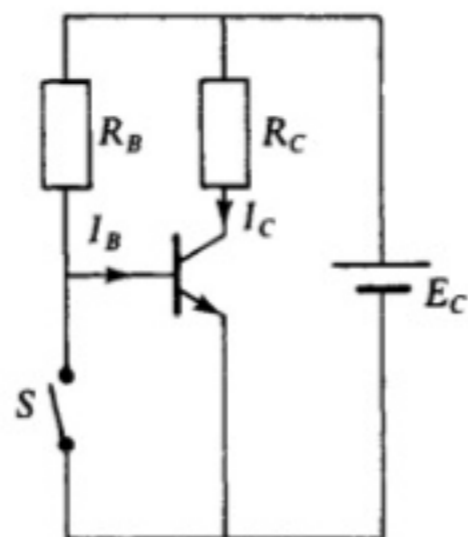


Figura 7.16.

**Solución:**

a) Cuando  $S$  está cerrado:

$$I_B = 0 \quad ; \quad I_C = 0 \quad ; \quad V_{BE} = 0 \quad ; \quad V_{CE} = E_C = 30 \text{ V}$$

b) Cuando  $S$  está abierto:

$$I_B = \frac{E_C - V_{BE}}{R_B} = \frac{30 - 0,7}{2 \text{ k}\Omega} = 14,65 \text{ mA} \quad ; \quad I_C = \frac{E_C - V_{CE(\text{sat})}}{R_C} = \frac{30 - 0,2}{100} = 0,298 \text{ A}$$

La desigualdad  $I_C = 0,298 < 50 \cdot 0,01465 = 0,732 = h_{FE(\text{min})} \cdot I_B$  indica que el transistor está saturado.

**7.13.** Hallar el valor de la resistencia  $R_B$  del circuito de la Figura 7.17 para que el transistor esté saturado. Suponer  $h_{FE(\text{min})} = 40$  y  $V_{CE(\text{sat})} = -0,2 \text{ V}$ .

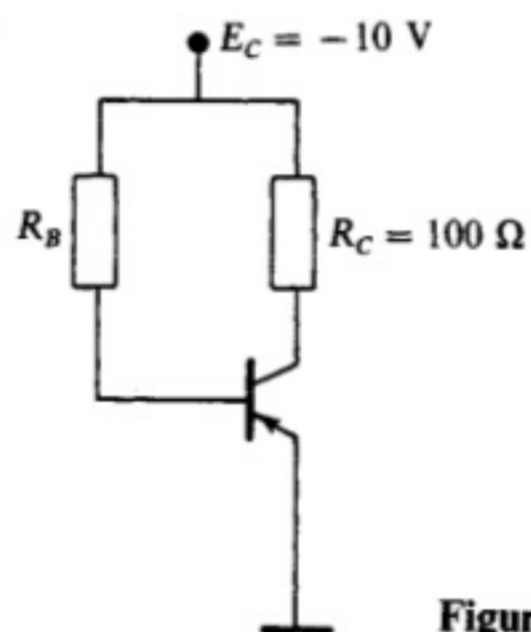


Figura 7.17.

**Solución:** La corriente de colector será

$$I_C = \frac{E_C - V_{CE(\text{sat})}}{R_C} = \frac{-10 + 0,2}{0,100} = -98 \text{ mA}$$

La corriente mínima de base debe ser

$$I_B = \frac{I_C}{h_{FE(\min)}} = \frac{-98}{40} = -2,45 \text{ mA}$$

Normalmente, la corriente de base se multiplica por un factor  $F$  superior a la unidad para garantizar la saturación. Sea  $F = 1,5$ ; la corriente deseada por la base del transistor será:

$$I'_B = 1,5I_B = -3,675 \text{ mA}$$

La resistencia de base será

$$R_B = \frac{E_C - V_{BE}}{I'_B} = \frac{-10 + 0,7}{-3,675} = 2,5 \text{ k}\Omega$$

- 7.14. Comprobar si el transistor  $T_1$  del circuito de la Figura 7.18 está saturado y calcular las tensiones y corrientes del transistor  $T_2$ . Suponer  $h_{FE_1(\min)} = 40$ ,  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$  y  $V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$ .

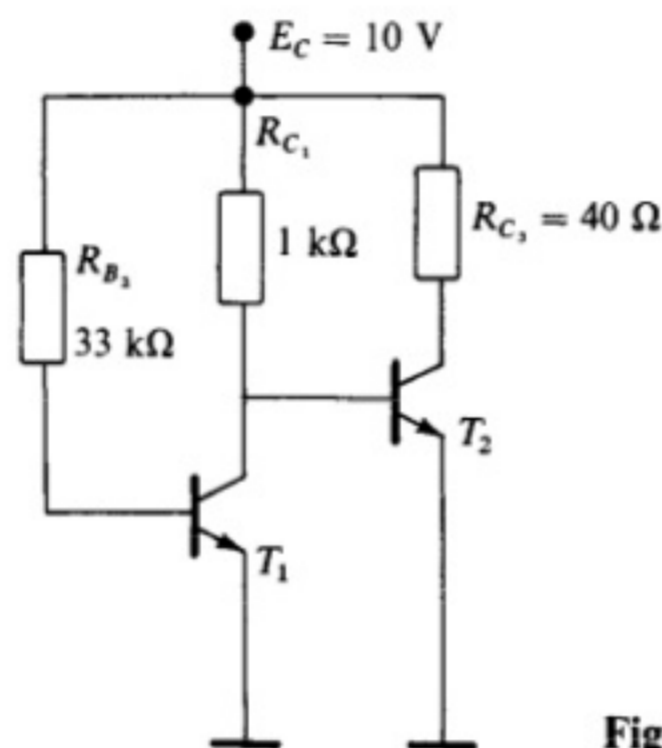


Figura 7.18.

**Solución:** Suponiendo que  $T_1$  está saturado, la corriente de colector será

$$I_{C_1} = \frac{E_C - V_{CE_1(\text{sat})}}{R_{C_1}} = \frac{10 - 0,2}{1} = 9,8 \text{ mA}$$

La corriente de base vale

$$I_{B_1} = \frac{E_C - V_{BE_1}}{R_{B_1}} = \frac{10 - 0,7}{33} = 0,28 \text{ mA}$$

La desigualdad  $I_{C_1} = 9,8 < 40 \cdot 0,28 = 11,27 = h_{FE_1(\min)} \cdot I_{B_1}$  demuestra que el transistor  $T_1$  está saturado.

Al estar saturado  $T_1$ , como  $V_{CE_1(sat)}$  es una tensión inferior a los 0,7 V que necesita  $T_2$  para conducir, éste permanece al corte. Por tanto,

$$I_{B_2} = 0 \quad , \quad I_{C_2} = 0 \quad , \quad V_{BE_2} = 0,2 \text{ V} \quad \text{y} \quad V_{CE} = E_C = 10 \text{ V}$$

- 7.15. Las características eléctricas de un determinado FET canal  $n$  2N4223 son:  $V_P = -5 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$ . Calcular la corriente de drenador para los siguientes valores de la tensión de puerta:  $V_{GS_1} = 0$ ,  $V_{GS_2} = -2 \text{ V}$ ,  $V_{GS_3} = -4 \text{ V}$  y  $V_{GS_4} = -5 \text{ V}$ .

**Solución:** Mediante la ecuación  $I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$  es posible obtener la corriente de drenador en función de la tensión de puerta:

• Para  $V_{GS_1} = 0$ :  $I_{D_1} = 10 \left(1 - \frac{0}{-5}\right)^2 = 10 \text{ mA}$ .

• Para  $V_{GS_2} = -2 \text{ V}$ :  $I_{D_2} = 10 \left(1 - \frac{-2}{-5}\right)^2 = 3,6 \text{ mA}$ .

• Para  $V_{GS_3} = -4 \text{ V}$ :  $I_{D_3} = 10 \left(1 - \frac{-4}{-5}\right)^2 = 0,4 \text{ mA}$ .

• Para  $V_{GS_4} = -5 \text{ V}$ :  $I_{D_4} = 10 \left(1 - \frac{-5}{-5}\right)^2 = 0$ .

- 7.16. Suponiendo que los parámetros de un FET canal  $p$  son  $V_P = 4 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = -15 \text{ mA}$ , hallar la tensión que habrá que aplicar a la puerta para que la corriente de drenador sea de  $-10 \text{ mA}$ .

**Solución:** De la ecuación  $I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$  es posible despejar el valor de  $V_{GS}$ :

$$V_{GS} = V_P \left(1 - \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}}\right) = 4 \left(1 - \sqrt{\frac{-10}{-15}}\right) = 0,73 \text{ V}$$

- 7.17. En el circuito de la Figura 7.19 la resistencia de drenador  $R_D$  vale  $5 \text{ k}\Omega$  y la fem del generador  $E_D = 20 \text{ V}$ . El FET es un 2N4869, cuyas características son:  $V_P = -4 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 4 \text{ mA}$ . La puerta está polarizada inversamente con una tensión  $E_G = -1 \text{ V}$ . Calcular la tensión drenador-surtidor  $V_{DS}$ .

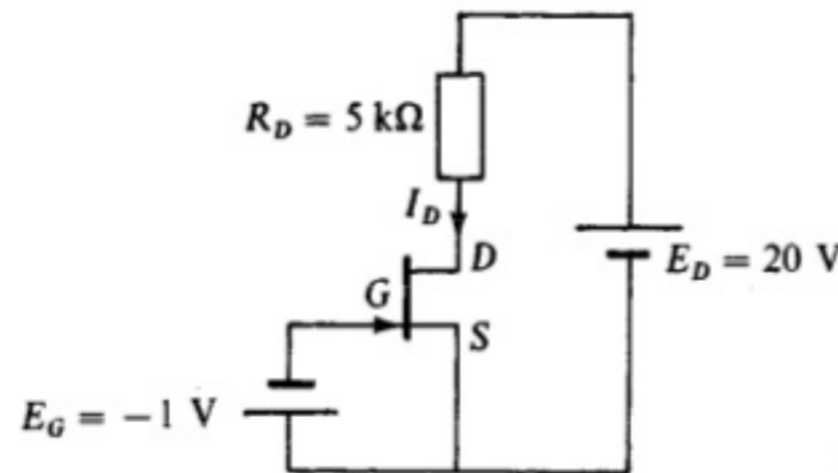


Figura 7.19.

**Solución:** La corriente de drenador para  $V_{GS} = -3$  V será

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 = 4 \left(1 - \frac{-1}{-4}\right)^2 = 2,25 \text{ mA}$$

La fem de  $E_D$  se repartirá entre la resistencia  $R_D$  y el FET:

$$E_D = V_{DS} + I_D R_D \quad ; \quad V_{DS} = 20 - 2,25 \cdot 5 = 8,75 \text{ V}$$

**7.18.** En un amplificador con un FET de unión canal  $n$  se realizaron una serie de medidas y se obtuvieron los siguientes resultados:

- Manteniendo una tensión drenador-surtidor constante  $V_{DS} = 10$  V, las relaciones entre  $V_{GS}$  e  $I_D$  son las siguientes:

$V_{GS}$ (V)	$I_D$ (mA)
-0,5	5
-1	3,2

- Manteniendo una tensión puerta-surtidor constante  $V_{GS} = -1$  V, las relaciones entre  $V_{DS}$  e  $I_D$  son las siguientes:

$V_{DS}$ (V)	$I_D$ (mA)
10	3,2
12	3,22

Hallar el valor de la transconductancia y de la resistencia de salida.

**Solución:** En el primer caso:

$$\Delta V_{GS} = -0,5 - (-1) = 0,5 \text{ V} \quad ; \quad \Delta I_D = 5 - 3,2 = 1,8 \text{ mA}$$

Luego la transconductancia será:  $g_m = \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{GS}} = \frac{1,8}{0,5} = 3,6 \text{ mA/V}$ .

En el caso de la resistencia de salida, los valores de los incrementos son

$$\Delta V_{DS} = 12 - 10 = 2 \text{ V} \quad ; \quad \Delta I_D = 3,22 - 3,2 = 0,02 \text{ mA}$$

El valor de  $r_{ds}$  será

$$r_{ds} = \frac{\Delta V_{DS}}{\Delta I_D} = \frac{2}{0,02} = 100 \text{ k}\Omega$$

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

7.19. La corriente de base de un transistor bipolar es de 0,4 mA y la de colector 32 mA. Calcular la corriente de emisor,  $\alpha$  y  $\beta$ .

**Solución:**  $I_E = 32,4 \text{ mA}$ ;  $\alpha = 0,986$ ;  $\beta = 80$ .

7.20. La ganancia de corriente en continua del transistor de un amplificador montaje EC es de 120 y la corriente que circula por el emisor vale 10 mA. Hallar las corrientes de colector y de base.

**Solución:**  $I_C = 9,917 \text{ mA}$ ;  $I_B = 83 \mu\text{A}$ .

7.21. ¿Cuál será el valor de  $\beta$  y el de  $I_B$  de un transistor si la corriente que circula por el colector es de 2,5 mA,  $I_{CBO} = 10 \mu\text{A}$  y  $\alpha = 0,982$ ?

**Solución:**  $\beta \approx 54$ ;  $I_B = 35,6 \mu\text{A}$ .

7.22. La Figura 7.20 muestra las características de entrada y salida del transistor BC107. Tomando como referencia el punto Q, incrementar  $I_B$  y  $V_{CE}$  para obtener  $\Delta I_B$ ,  $\Delta V_{BE}$ ,  $\Delta V_{CE}$  e  $\Delta I_C$ . Calcular los valores de  $r_e$ ,  $\beta'$ ,  $\rho_e$  y  $\mu_e$  con la precisión que permiten los gráficos.

**Solución:**  $r_e \approx 125 \Omega$ ;  $\beta' \approx 220$ ;  
 $\rho_e \approx 4 \text{ k}\Omega$ ;  $\mu_e \approx 1,42 \cdot 10^{-4}$ .

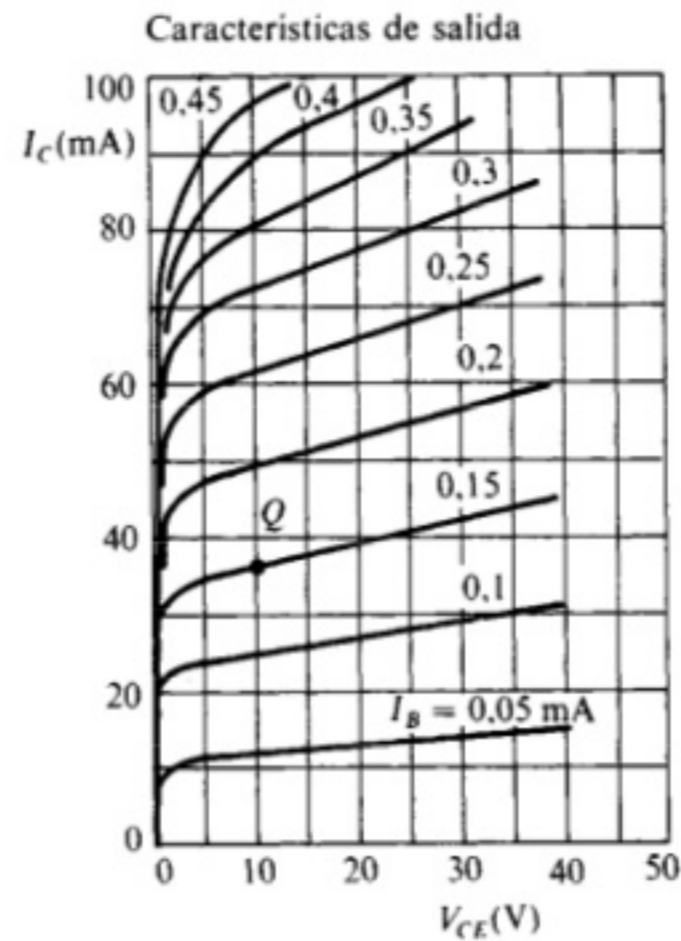
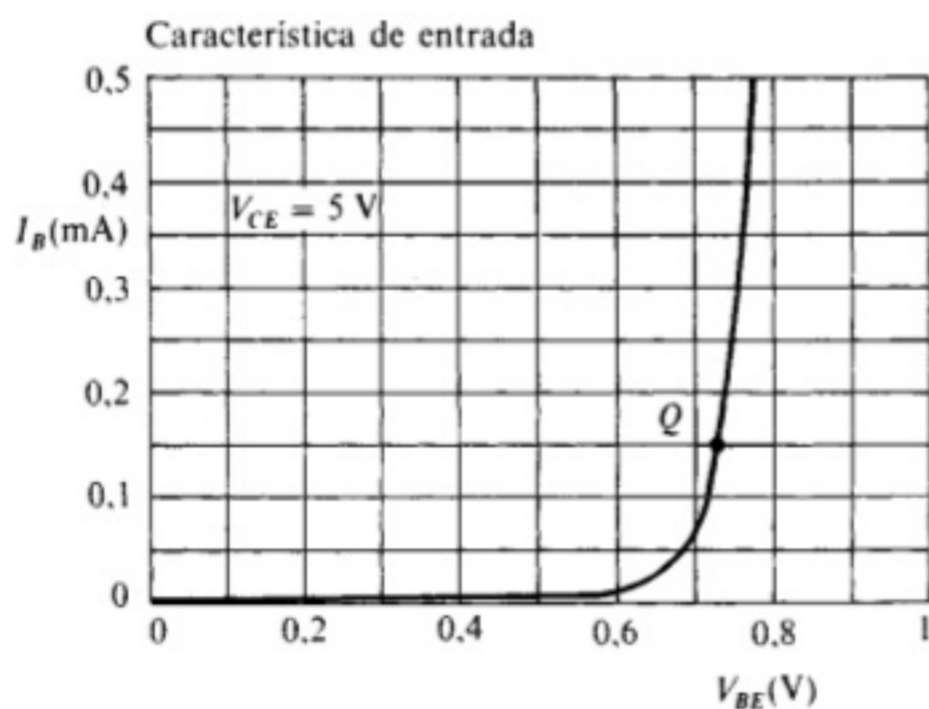


Figura 7.20.

7.23. En un amplificador EC construido con un transistor npn se han obtenido los siguientes resultados al realizar sucesivas medidas:

a) Con  $I_B = 50 \mu\text{A}$ :

$V_{CE} \text{ (V)}$	$I_C \text{ (mA)}$	$V_{BE} \text{ (V)}$
10	5	0,5
11	5,05	0,5

b) Con  $V_{CE} = 10 \text{ V}$ :

$I_B \text{ (}\mu\text{A)}$	$I_C \text{ (mA)}$	$V_{BE} \text{ (V)}$
50	5	0,5
60	6	0,54

Hallar los parámetros  $r_e$ ,  $\rho_e$ ,  $\beta'$  y  $\mu_e$ .



**Solución:**  $r_e = 4 \text{ k}\Omega$ ;  $\rho_e = 20 \text{ k}\Omega$ ;  
 $\beta' = 100$ ;  $\mu_e = 0$ .

7.24. Calcular las corrientes de base, de colector y de emisor y la caída de tensión entre colector y emisor en el circuito de la Figura 7.21, suponiendo que  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$  y  $h_{FE} = 80$ .

**Solución:**  $I_B = 0,2 \text{ mA}$ ;  $I_C = 15,6 \text{ mA}$ ;  
 $I_E = 15,8 \text{ mA}$ ;  $V_{CE} = 14,4 \text{ V}$ .

7.25. Dibujar un circuito equivalente al de la Figura 7.21 con un transistor *pn*p, utilizando los mismos valores de  $R_C$  y  $R_B$ . Calcular  $I_B$ ,  $I_C$  y  $V_{CE}$ .

**Solución:**  $|I_B| = 0,2 \text{ mA}$ ;  $|I_C| = 15,6 \text{ mA}$ ;  
 $V_{CE} = -14,4 \text{ V}$ .

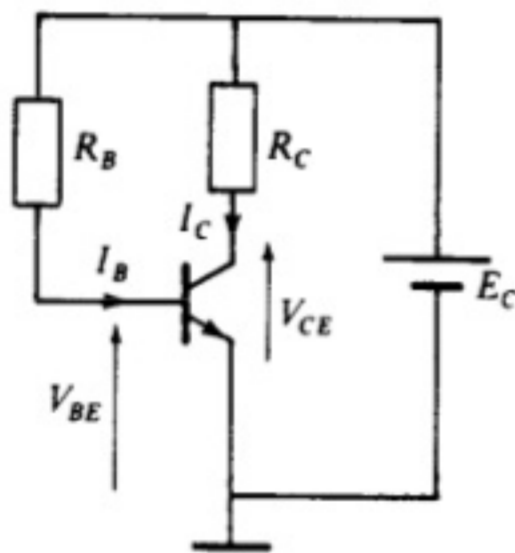


Figura 7.21.

7.26. Los parámetros de un transistor integrado en un amplificador montaje EC tienen los siguientes valores:  $r_e = 1,5 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{fe} = \beta' = 150$ ,  $\rho_e = \infty$  y  $\mu_e = 0$ . Calcular el valor de la señal alterna de salida cuando se aplica a la entrada una tensión cuyo valor eficaz es de  $100 \text{ mV}$ , si la resistencia de colector  $R_C = 1 \text{ k}\Omega$ .

**Solución:**  $v_2 = -1 \text{ V}$ .

7.27. Hallar la ganancia de tensión del amplificador del ejercicio anterior y la tensión de salida cuando la señal de entrada sube a  $200 \text{ mV}$ .

**Solución:**  $A_v = -100$ ;  $v_2 = -2 \text{ V}$ .

7.28. Calcular las corrientes de base y colector y los umbrales de la señal de salida del circuito de la Figura 7.22, suponiendo que el transistor pasa de corte a saturación cuando la señal de entrada pasa de  $0$  a  $10 \text{ V}$ . La ganancia mínima en continua  $h_{FE} = 40$  y la caída de tensión  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ .

**Solución:**  $I_B = 6,2 \text{ mA}$ ;  $I_C = 148 \text{ mA}$ ;  
 $V_{CE} = 15 \text{ V}$ ;  $V_{CE(sat)} = 0,2 \text{ V}$ .

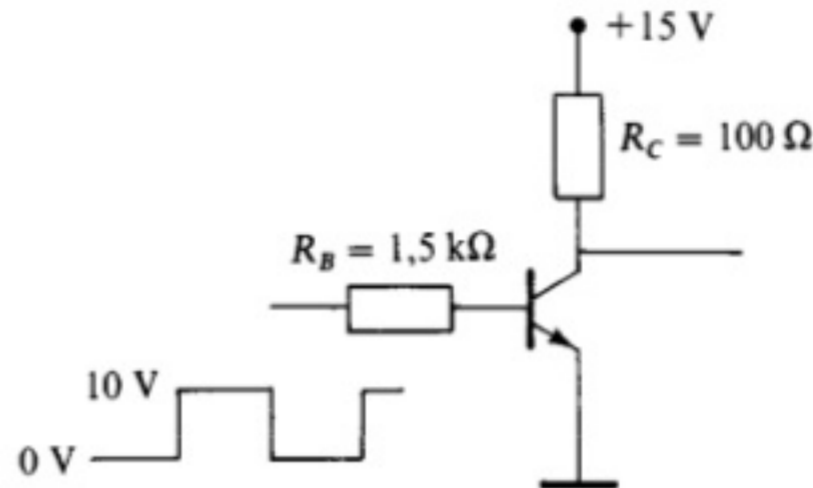


Figura 7.22.

7.29. Construir un interruptor mediante un transistor *pn*p, análogo al de la Figura 7.18, cuya ganancia mínima de corriente en continua es de  $20$ , suponiendo que la corriente que ha de circular por el colector cuando el transistor conduce es de  $0,75 \text{ A}$ . La fuente de tensión a la que se debe conectar tiene una fem de  $10 \text{ V}$ . Considerar  $V_{BE} = 0,7$  (cuando el transistor conduce) y  $V_{CE(sat)} = 0,2 \text{ V}$ .

**Solución:**  $R_C = 13 \Omega$ ;  $R_B \approx 250 \Omega$  (con  $F = 1,5$ ).

7.30. Calcular la resistencia de entrada del FET 2N4220, suponiendo (como indican sus características) que por la puerta circulan  $-0,1 \text{ nA}$  cuando se aplica una tensión  $V_{GS} = -15 \text{ V}$ .

**Solución:**  $15 \cdot 10^{10} \Omega$ .

7.31. Los parámetros de un FET canal *p* son:  $V_P = 4 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = -8 \text{ mA}$ . Calcular la corriente de drenador cuando se aplican las siguientes tensiones entre puerta y

surtidor: 0 V, 1 V, 2 V, 3 V y 4 V. Dibujar la curva de transferencia  $I_D = f(V_{GS})$ .

**Solución:** 8 mA; 4,5 mA; 2 mA; 0,5 mA; 0 mA.

7.32. En el circuito de la Figura 7.23 la fem del generador  $E_D$  es de -30 V y la resistencia de drenador  $R_D = 3,3 \text{ k}\Omega$ . Las características del FET son:  $I_{DSS} = -7,5 \text{ mA}$  y  $V_p = 5 \text{ V}$ . ¿Cuál ha de ser la tensión aplicada a la puerta para que la tensión drenador-surtidor  $V_{DS} = -15 \text{ V}$ ?

**Solución:**  $V_{GS} = 1,11 \text{ V}$ .

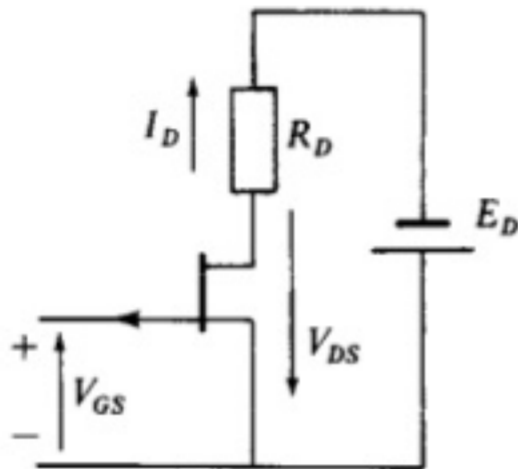


Figura 7.23.

7.33. En un circuito con un FET canal  $p$  se han realizado una serie de medidas y se han obtenido los siguientes resultados: si se mantiene una tensión constante de drenador-surtidor  $V_{DS} = -15 \text{ V}$  al variar la tensión de puerta  $V_{GS}$  de 1 V a 1,5 V, la corriente de drenador pasa de -6 mA a -4 mA. Posteriormente, si se mantiene la  $V_{GS} = 1 \text{ V}$ , la corriente de drenador

pasa de -6 mA a -6,04 mA al variar la  $V_{DS}$  de -15 V a -18 V. Calcular el valor de la transconductancia y de la resistencia de salida.

**Solución:**  $g_m = 4 \text{ mS}$ ;  $r_{ds} = 75 \text{ k}\Omega$ .

7.34. Los parámetros de un MOS de empobrecimiento canal  $n$  son:  $V_p = -5 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 8 \text{ mA}$ . Hallar la corriente de drenador cuando la tensión de puerta  $V_{GS}$  toma los siguientes valores: -2 V, -1 V, 0 V, +1 V y +2 V.

**Solución:** 2,88 mA; 5,12 mA; 8 mA; 11,52 mA; 15,68 mA.

7.35. Por el transistor del ejercicio anterior circula una corriente de drenador de 3,2 mA, tal como se muestra en la Figura 7.24. Calcular la tensión drenador-surtidor y la tensión puerta-surtidor para que circule la corriente de drenador indicada.

**Solución:**  $V_{DS} = 9,44 \text{ V}$ ;  $V_{GS} = -1,85 \text{ V}$ .

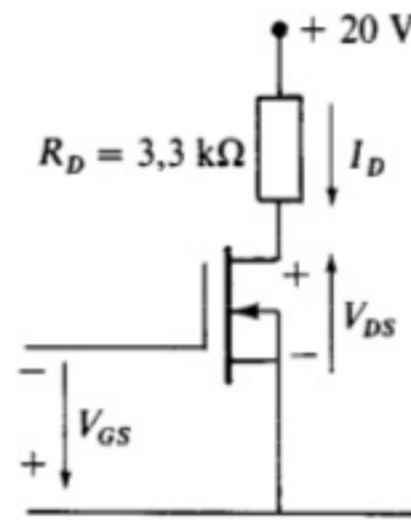


Figura 7.24.

# CAPITULO 8

## Amplificación

### 8.1. AMPLIFICACION. MAGNITUDES

Un amplificador es un dispositivo que dispone de dos terminales de entrada, a los cuales se aplica una señal eléctrica de pequeña amplitud, y de dos terminales de salida, por donde se obtiene una señal con la misma forma que la de entrada, pero de mayor amplitud. En la Figura 8.1 se muestra un circuito amplificador completo, formado por el elemento amplificador, el generador de entrada con su correspondiente resistencia interna y la resistencia de carga conectada a la salida.

Amplificación es, por tanto, una operación realizada generalmente con elementos electrónicos, que consiste en multiplicar la señal de entrada por un número mayor que la unidad. La relación entre el valor de la magnitud obtenida a la salida y el de la entrada se denomina **ganancia**. Además de las ganancias, en un amplificador, también es necesario tener en cuenta los valores de las *resistencias de entrada y salida* y otras magnitudes tales como la *transconductancia* y la *transresistencia*, que son consideradas como ganancias. En la Tabla 8.1 se recogen las expresiones y las unidades de todas las magnitudes señaladas.

Tabla 8.1. Ganancias y resistencias de entrada y salida

Magnitud	Expresión	Unidades
Ganancia de tensión	$A_v = v_2/v_1$	—
Ganancia de corriente	$A_i = i_2/i_1$	—
Ganancia de potencia	$A_p = A_v A_i$	—
Transconductancia	$G_m = i_2/v_1$	siemens
Transresistencia	$R_m = v_2/i_1$	ohmios
Resistencia de entrada	$R_e = v_1/i_1$	ohmios
Resistencia de salida	$R_s = v_2/i_2$	ohmios

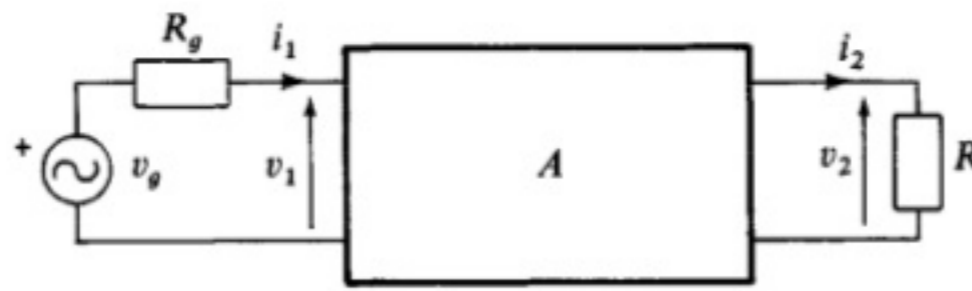


Figura 8.1. Circuito amplificador completo.

Las ganancias de tensión, corriente y potencia también se expresan en decibelios (dB):

$$a_v = 20 \log A_v$$

$$a_i = 20 \log A_i$$

$$a_p = 10 \log A_p$$

### 8.2. DIFERENTES FORMAS DE AMPLIFICACION

Los elementos activos que constituyen los circuitos, en teoría, pueden ser *amplificadores de tensión*, de *corriente*, de *transconductancia* y de *transresistencia*. En la práctica, los transistores bipolares son elementos amplificadores de corriente, los FET, en todas sus variedades, son amplificadores de transconductancia y, como veremos más adelante, los amplificadores operacionales integrados son los dispositivos que más se aproximan a un amplificador ideal de tensión.

En la Figura 8.2 se muestran los circuitos equivalentes de los cuatro tipos de amplificadores, y en la Tabla 8.2 se indican los valores ideales de las resistencias de entrada y salida de los diferentes amplificadores y las características de transferencia.

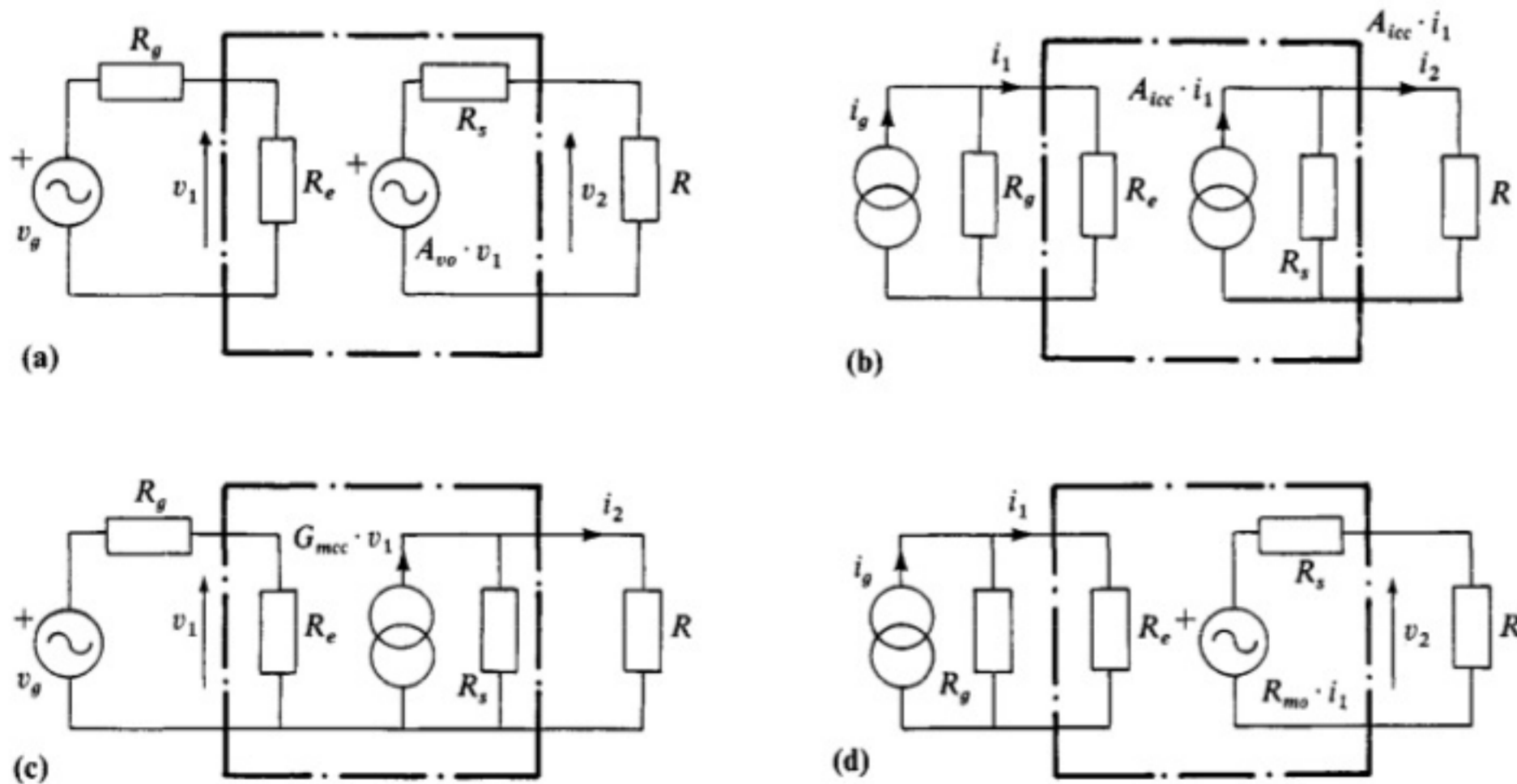


Figura 8.2. Amplificadores: (a) Tensión. (b) Corriente. (c) Transconductancia. (d) Transresistencia.

**Tabla 8.2.** Valores ideales de las resistencias de entrada y salida de los diferentes amplificadores y característica de transferencia

Magnitud Tipo de amplificador	$R_e$	$R_s$	Característica de transferencia	Figura
Tensión	$\infty$	0	$v_2 = A_{vo} \cdot v_1$	6.2(a)
Corriente	0	$\infty$	$i_2 = A_{icc} \cdot i_1$	6.2(b)
Transconductancia	$\infty$	$\infty$	$i_2 = G_{mcc} \cdot v_1$	6.2(c)
Transresistencia	0	0	$v_2 = R_{mo} i_1$	6.2(d)

$A_{vo}$ ,  $A_{icc}$ ,  $G_{mcc}$  y  $R_{mo}$  son las ganancias del elementos amplificador.

### 8.3. COMPORTAMIENTO EN BAJAS Y ALTAS FRECUENCIAS

La ganancia de un amplificador permanece prácticamente constante para una franja de *frecuencia intermedias* comprendidas entre dos extremos denominadas *frecuencias de corte*. El intervalo comprendido entre ambas frecuencias se denomina *ancho de banda*. Por debajo de la frecuencia de corte  $f_1$  y por encima de la frecuencia de corte  $f_2$ , se produce lo que se denomina *distorsión* de frecuencia y de fase. Este fenómeno se traduce en una pérdida progresiva de la ganancia y en desfase, también progresivo, entre la señal de entrada y la de salida.

La ganancia de tensión, suponiendo que la ganancia a frecuencias intermedias es la unidad, y el ángulo de desfase en bajas frecuencias serán

$$A_v = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}} \quad ; \quad a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}} \quad ; \quad \varphi = \arctan f_1/f$$

La ganancia de tensión y el ángulo de desfase en altas frecuencias serán

$$A_v = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}} \quad ; \quad a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}} \quad ; \quad \varphi = -\arctan f/f_2$$

### 8.4. REALIMENTACION

La realimentación en los amplificadores consiste en tomar una muestra de tensión o de corriente de la salida y aplicarla a la entrada, en oposición de fase a la señal propia del generador. En la Figura 8.3 se muestran todas las formas posibles de realimentación.

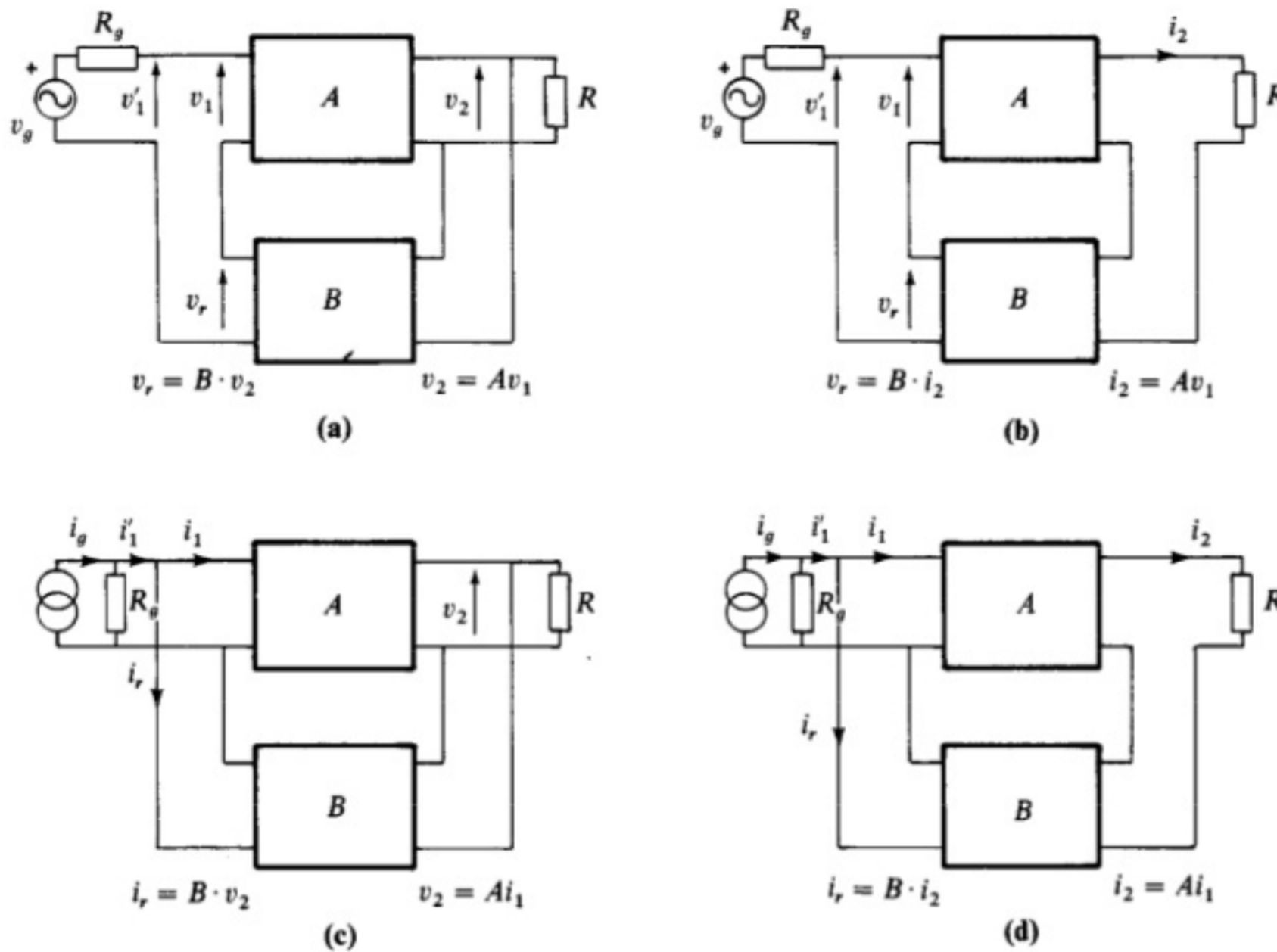


Figura 8.3. Amplificadores realimentados: (a) Tensión serie. (b) Intensidad serie. (c) Tensión paralelo. (d) Intensidad paralelo.

La ganancia de un amplificador realimentado vale

$$A' = \frac{A}{1 + AB}$$

Si  $AB \gg 1$ :

$$A' \approx \frac{1}{B}$$

En estas expresiones,  $B$  es el *factor de la red de realimentación*;  $A$  representa cualquiera de las ganancias  $A_v$ ,  $A_i$ ,  $G_m$  o  $R_m$ ;  $A'$  representa las ganancias con realimentación  $A'_v$ ,  $A'_i$ ,  $G'_m$  o  $R'_m$ .

En un circuito realimentado se estabiliza la ganancia a costa de una pérdida de su valor, pero aquella ya no depende de las características del elemento o de los elementos amplificadores, sino que depende, fundamentalmente, del factor de la red de realimentación. En el caso de un amplificador con realimentación tensión serie se estabiliza la ganancia de tensión:  $A'_v \approx 1/B$ . En el caso de realimentación intensidad serie se estabiliza la ganancia de transconductancia:  $G'_m \approx 1/B$ . Con la realimentación tensión paralelo se estabiliza la ganancia de transresistencia:  $R'_m \approx 1/B$ . Por último, en un circuito con realimentación intensidad paralelo se estabiliza la ganancia de corriente:  $A'_i \approx 1/B$ . No obstante, cuando en un circuito amplificador se estabiliza una determinada ganancia, también se estabilizan todas las demás.

Con la realimentación no sólo mejora la estabilidad de la ganancia, sino otras magnitudes, tales como las resistencias de entrada y salida y el ancho de banda (véase Tabla 8.3). Las frecuencias de corte serán

$$f_1' = \frac{f_1}{1 + AB} \quad ; \quad f_2' = f_2(1 + AB)$$

Como la frecuencia de corte superior aumenta en la misma proporción que la ganancia disminuye, se cumple la siguiente igualdad:

$$A_v' f_2' = A_v f_2$$

**Tabla 8.3.** Efecto de la realimentación en las magnitudes de un amplificador

	TIPO DE REALIMENTACION			
	Tensión serie	Intensidad serie	Tensión paralelo	Intensidad paralelo
Mejora las características del:	Amplificador de tensión	Amplificador de transconductancia	Amplificador de transresistencia	Amplificador de corriente
Resistencia de entrada ( $R_e$ )	Aumenta	Aumenta	Disminuye	Disminuye
Resistencia de salida ( $R_s$ )	Disminuye	Aumenta	Disminuye	Aumenta
Ancho de banda	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Aumenta

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 8.1.** El circuito de la Figura 8.4 está constituido por un elemento amplificador cuya ganancia de tensión  $A_{vo}$  vale 100, un generador de entrada que proporciona una señal senoidal cuyo valor máximo  $v_g$  es de 20 mV y su resistencia interna  $R_g = 1 \text{ k}\Omega$  y una resistencia de carga  $R = 5 \text{ k}\Omega$ . Las resistencias de entrada y salida  $R_e$  y  $R_s$  valen  $10 \text{ k}\Omega$  y  $500 \Omega$ , respectivamente. Calcular: **a)** Las tensiones y corrientes de entrada y salida:  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $i_1$  e  $i_2$ . **b)** La ganancia de tensión  $A_v$  y la ganancia de tensión  $A_{vg}$  (incluida la resistencia interna del generador de señal). **c)** La ganancia de corriente  $A_i$  y la ganancia de potencia. **d)** La transconductancia y la transresistencia. **e)** La potencia disipada por la resistencia de carga.

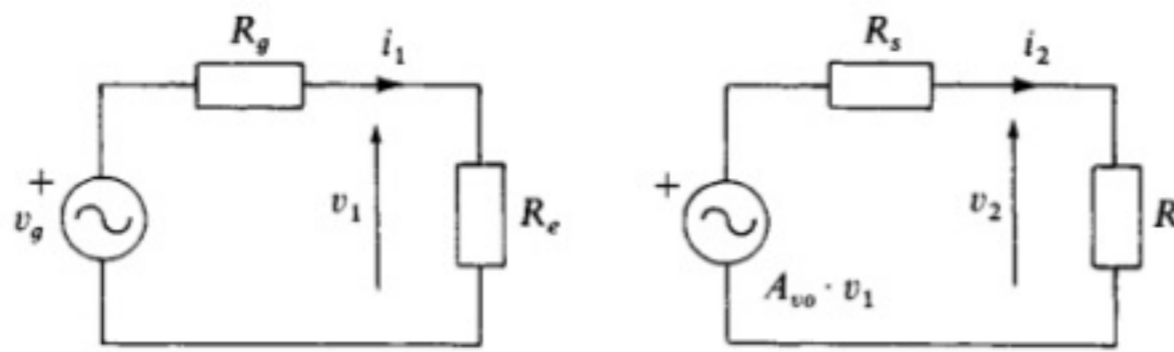


Figura 8.4.

**Solución:**

a) La corriente de entrada será:  $i_1 = \frac{v_g}{R_g + R_e} = \frac{20}{1 + 10} = 1,82 \mu\text{A}$ .

La tensión de entrada vale:  $v_1 = i_1 \cdot R_e = 1,82 \cdot 10 = 18,2 \text{ mV}$ .

La fem del generador interno será:  $A_{vo} \cdot v_1 = 100 \cdot 18,2 = 1,82 \text{ V}$ .

La corriente de salida se obtiene de la siguiente forma:  $i_2 = \frac{A_{vo} \cdot v_1}{R_s + R} = \frac{1,82}{0,5 + 5} = 0,33 \text{ mA}$ .

Por último,  $v_2$  será:  $v_2 = i_2 \cdot R = 1,65 \text{ V}$ .

b) La ganancia del amplificador será:  $A_v = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1,65}{0,0182} = 90,8$ .

La ganancia, teniendo en cuenta las pérdidas en  $R_g$ , vale:  $A_g = \frac{v_2}{v_g} = \frac{1,65}{0,020} = 82,5$ .

c) Ganancia de corriente:  $A_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{0,33}{1,82 \cdot 10^{-3}} = 181,3$ .

Ganancia de potencia:  $A_p = A_v \cdot A_i = 90,8 \cdot 181,3 = 16\,463,7$ .

d) La transconductancia vale:  $G_m = \frac{i_2}{v_1} = \frac{0,33}{18,2 \cdot 10^{-3}} = 18,13 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$

y la transresistencia:

$$R_m = \frac{v_2}{i_1} = \frac{1,65}{1,82 \cdot 10^{-3}} = 906 \text{ k}\Omega$$

e) La potencia disipada por la resistencia de carga será

$$P_R = \frac{i_2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{v_2}{\sqrt{2}} = \frac{0,33 \cdot 10^{-3} \cdot 1,65}{2} = 0,272 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

- 8.2. En la Figura 8.5 se muestra un amplificador de transresistencia, cuyo elemento amplificador tiene una ganancia  $R_{mo} = 200 \text{ k}\Omega$ . La corriente que proporciona el generador de entrada  $i_g = 20 \mu\text{A}$  y los valores de las resistencias son:  $R_g = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $R_e = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_s = 1 \text{ k}\Omega$  y  $R = 1 \text{ k}\Omega$ . Hallar las ganancias de tensión, corriente, potencia, transconductancia y transresistencia.



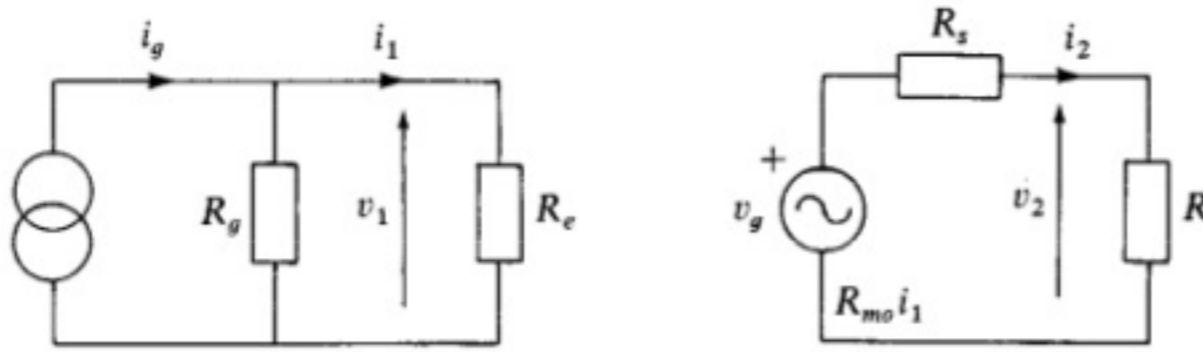


Figura 8.5.

**Solución:** Calcularemos en primer lugar las magnitudes de entrada y salida:

$$v_1 = i_g \frac{R_g R_e}{R_g + R_e} = 20 \frac{20 \cdot 5}{20 + 5} = 80 \text{ mV}$$

$$i_1 = \frac{v_1}{R_e} = \frac{80}{5} = 16 \mu\text{A}$$

$$i_2 = \frac{R_m i_1}{R_s + R} = \frac{200 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{1 + 1} = 1,6 \text{ mA}$$

$$v_2 = i_2 R = 1,6 \cdot 1 = 1,6 \text{ V}$$

El valor de cada una de las ganancias será

$$A_v = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1,6}{80 \cdot 10^{-3}} = 20$$

$$A_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{1,6}{16 \cdot 10^{-3}} = 100$$

$$A_p = A_v A_i = 20 \cdot 100 = 2\,000.$$

$$G_m = \frac{i_2}{v_1} = \frac{1,6}{80 \cdot 10^{-3}} = 20 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

$$R_m = \frac{v_2}{i_1} = \frac{1,6}{16 \cdot 10^{-3}} = 100 \text{ k}\Omega$$

- 8.3. Calcular la potencia disipada por la resistencia de entrada del amplificador del Problema 8.1. Calcular nuevamente la potencia transferida del generador al amplificador, suponiendo que  $R_e = R_g = 1 \text{ k}\Omega$ .

**Solución:** La potencia disipada por  $R_e$  en el primer caso será

$$P_{R_e} = \frac{i_1}{\sqrt{2}} \frac{v_1}{\sqrt{2}} = \frac{1,82 \cdot 10^{-6} \cdot 18,2 \cdot 10^{-3}}{2} = 1,65 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

La potencia disipada, cuando  $R_e = R_g$ , será

$$i_1 = \frac{v_g}{R_g + R_e} = \frac{20}{2} = 10 \mu\text{A} \quad ; \quad v_1 = \frac{v_g}{2} = 10 \text{ mV}$$

$$P_{R_e} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

La potencia máxima transferida al amplificador se produce cuando la resistencia de entrada es igual a la resistencia interna del generador:  $R_e = R_g$ .

- 8.4. Supongamos que en el circuito del Problema 8.1 colocamos una resistencia de carga de valor igual a la resistencia de salida  $R = R_s = 500 \Omega$ . Hallar la potencia transferida a la carga en estas condiciones.

**Solución:** La corriente de salida será ahora:  $i_2 = \frac{A_{vo} \cdot v_1}{R_s + R} = \frac{1,82}{0,5 + 0,5} = 1,82 \text{ mA}$ .

La ddp en  $R$  será  $v_2 = i_2 \cdot R = 1,82 \cdot 0,5 = 0,91 \text{ V}$ .

La potencia disipada por  $R$  será  $P_R = i_2 \cdot v_2 / 2 = 1,82 \cdot 10^{-3} \cdot 0,91 / 2 = 0,82 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ .

Como se puede comprobar, aunque disminuye la ganancia de tensión, la potencia disipada por  $R$  es máxima cuando  $R = R_s$ .

- 8.5. Calcular la ganancia de potencia en dB para los siguientes valores de  $A_p$ : 1, 2, 10, 20, 100, 1 000 y 1/100.

**Solución:** La ganancia expresada en dB es:  $a_p = 10 \log A_p$ .

- Para  $A_p = 1$       $a_p = 10 \log 1$      = 0 dB.
- Para  $A_p = 2$       $a_p = 10 \log 2$      = 3 dB.
- Para  $A_p = 10$      $a_p = 10 \log 10$     = 10 dB.
- Para  $A_p = 20$      $a_p = 10 \log 20$     = 13 dB.
- Para  $A_p = 100$     $a_p = 10 \log 100$    = 20 dB.
- Para  $A_p = 1\ 000$   $a_p = 10 \log 1\ 000$  = 30 dB.
- Para  $A_p = 0,01$   $a_p = 10 \log 0,01$  = -20 dB.

- 8.6. Expresar en dB las ganancias de tensión, corriente y potencia del Problema 8.1. Hallar la pérdida de dB cuando las ganancias se dividen por dos.

**Solución:** La ganancia de potencia en dB vale

$$a_p = 10 \log A_p = 10 \log 16\ 463,7 = 42,16 \text{ dB}$$

Los valores de  $a_v$  y  $a_i$  serán

$$a_v = 20 \log A_v = 20 \log 90,8 = 39,16 \text{ dB} \quad ; \quad a_i = 20 \log A_i = 20 \log 181,3 = 45,17 \text{ dB}$$

Si las ganancias bajan a la mitad, la pérdida de dB respecto a los valores anteriores será

- Potencia:  $a'_p = 10 \log \frac{16\ 463,7}{2} = 39,15 \text{ dB} \quad ; \quad a_p - a'_p = 42,16 - 39,15 \approx 3 \text{ dB}$ .

- Tensión:  $a'_v = 10 \log \frac{90,8}{2} = 33,14 \text{ dB}$  ;  $a_v - a'_v = 39,16 - 33,14 \approx 6 \text{ dB}$ .
- Corriente:  $a'_i = 20 \log \frac{181,3}{2} = 39,15 \text{ dB}$  ;  $a_i - a'_i = 45,17 - 39,15 \approx 6 \text{ dB}$ .

8.7. ¿Cuál será el valor de la tensión de salida de un amplificador cuando se aplica a la entrada una señal  $v_1 = 100 \text{ mV}$ , si la ganancia de tensión es de 34 dB?

**Solución:**

$$a_v = 20 \log A_v \quad ; \quad A_v = \text{antilog} \frac{a_v}{20} = \text{antilog} \frac{34}{20} = 50$$

La tensión de salida será

$$v_2 = A_v v_1 = 50 \cdot 0,1 = 5 \text{ V}$$

8.8. La corriente alterna que circula por la carga de un amplificador es de 2,5 mA. Calcular la corriente absorbida por dicho amplificador, suponiendo que la ganancia de tensión es de 30 dB y la ganancia de potencia de 35 dB. ¿Cuál será el valor de la ganancia de corriente expresada en dB?

**Solución:** La ganancia de potencia es

$$A_p = A_v A_i$$

aplicando logaritmos:

$$\log A_p = \log A_v + \log A_i$$

Por otra parte:

$$\log A_p = \frac{a_p}{10} \quad \text{y} \quad \log A_v = \frac{a_v}{20}$$

Despejando el valor de  $\log A_i$  y sustituyendo  $A_p$  y  $A_v$  por sus respectivos valores:

$$\log A_i = \frac{a_p}{10} - \frac{a_v}{20} = \frac{35}{10} - \frac{30}{20} = 2$$

$$A_i = \text{antilog} 2 = 100$$

La corriente de entrada al amplificador vale

$$i_1 = \frac{i_2}{A_i} = \frac{2,5}{100} = 0,025 \text{ mA} = 25 \mu\text{A}$$

La ganancia de corriente expresada en dB vale

$$a_i = 20 \log A_i = 20 \log 100 = 40 \text{ dB}$$

8.9. Suponiendo que un amplificador de audiofrecuencia (AF) se comporta en baja y alta frecuencia como los filtros representados en la Figura 8.6, calcular las frecuencias límites y el ancho de banda de dicho amplificador.

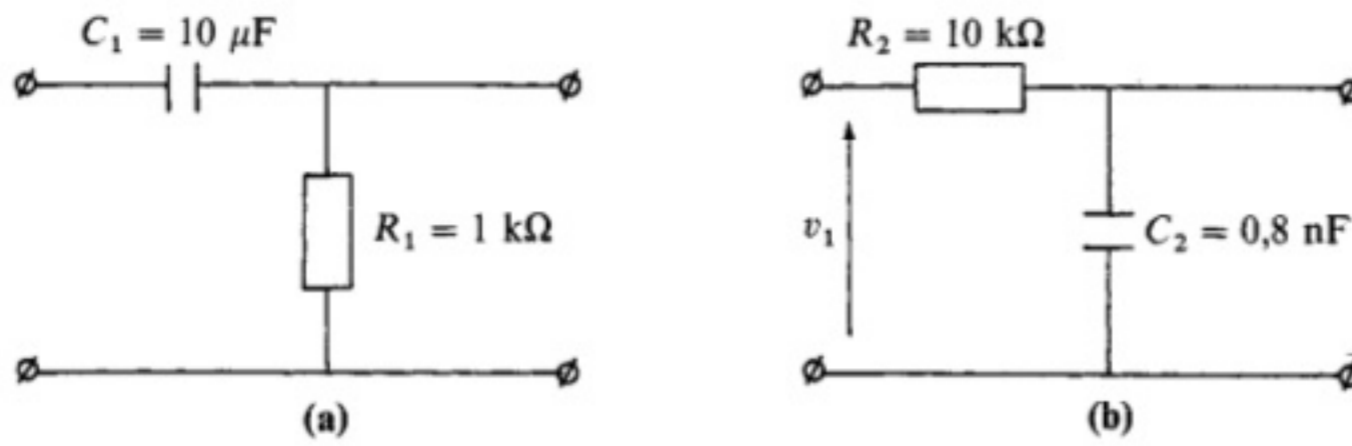


Figura 8.6. (a) Comportamiento en baja frecuencia.  
(b) Comportamiento en alta frecuencia.

**Solución:** Las frecuencias límites, o de corte, se establecen cuando  $X_{C_1} = R_1$  y  $X_{C_2} = R_2$ . Por tanto, la frecuencia de corte inferior será

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 16 \text{ Hz}$$

La frecuencia de corte superior será

$$f_2 = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 10^{-9}} \approx 20 \text{ kHz}$$

El ancho de banda será

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 20\,000 - 16 \approx 20\,000 \text{ Hz}$$

8.10. Hallar el valor real de la ganancia de tensión, expresada en dB, de un amplificador, para la frecuencia de corte inferior y para una frecuencia diez veces inferior a  $f_1$ . Suponer que la ganancia para las frecuencias intermedias es de 0 dB ( $A_v = 1$ ).

**Solución:**  $a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (f_1/f)^2}}$

- Para  $f = f_1$ :  $a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + 1^2}} \approx -3 \text{ dB}$ .

- Para  $f = f_1/10$ :  $a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + 10^2}} \approx -20 \text{ dB}$ .

8.11. Calcular el valor real de la ganancia de tensión, expresada en dB, de un amplificador, para la frecuencia de corte superior y para una frecuencia diez veces superior a  $f_2$ . Suponer, como en el caso anterior, que la ganancia para las frecuencias intermedias es de 0 dB ( $A_v = 1$ ).

**Solución:**  $a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_2)^2}}$ .

- Para  $f = f_2$ :  $a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + 1^2}} \approx -3 \text{ dB}$ .

- Para  $f = 10f_2$ :  $a_v = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + 10^2}} \approx -20 \text{ dB}$ .

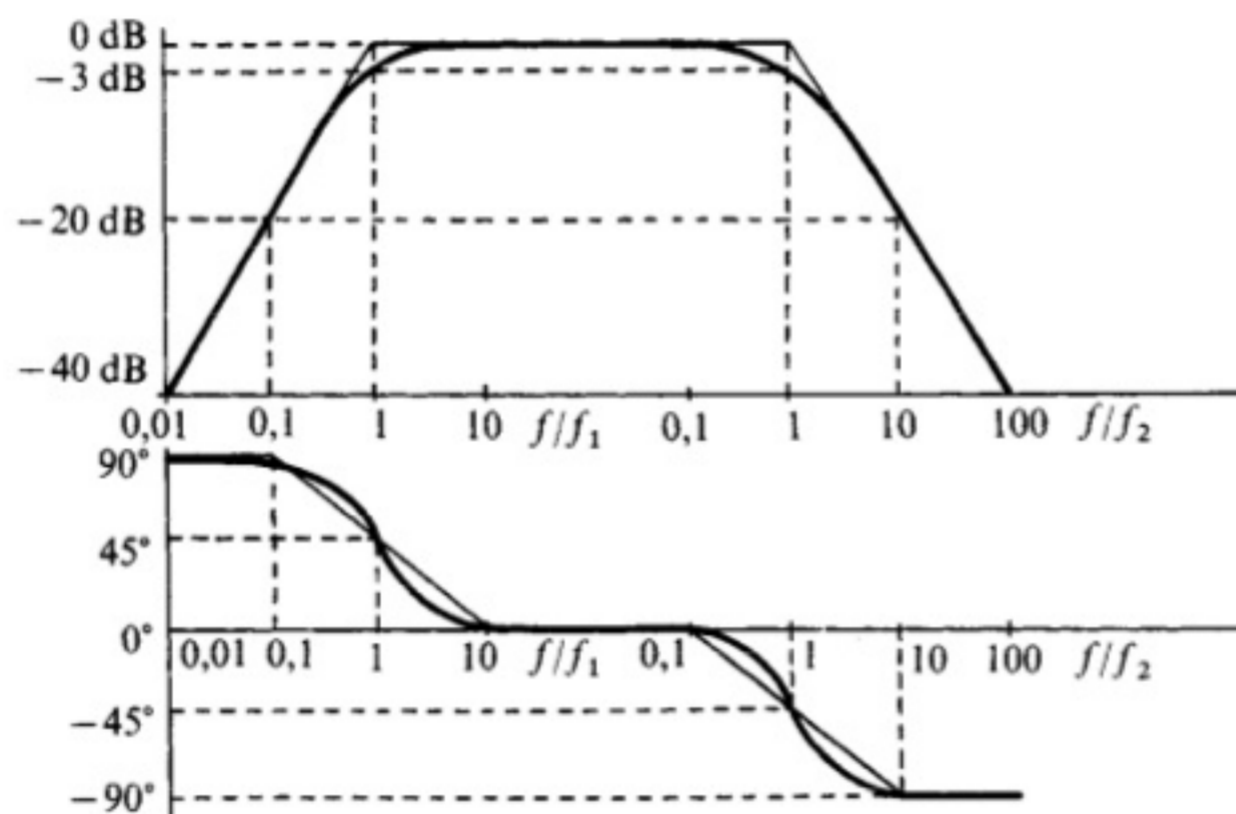
**8.12.** Hallar el ángulo de desfase entre las señales de tensión de entrada y salida de un amplificador para las siguientes frecuencias:  $f = 0,1f_1, f = f_1, f = 10f_1, f = 0,1f_2, f = f_2$  y  $f = 10f_2$ .

**Solución:**

- Para  $f = 0,1f_1$ :  $\varphi = \arctan f_1/f = \arctan 10 = 84,3^\circ \approx 90^\circ$ .
- Para  $f = f_1$ :  $\varphi = \arctan f_1/f = \arctan 1 = 45^\circ$ .
- Para  $f = 10f_1$ :  $\varphi = \arctan f_1/f = \arctan 0,1 = 5,7^\circ \approx 0^\circ$ .
- Para  $f = 0,1f_2$ :  $\varphi = -\arctan f/f_2 = -\arctan 0,1 = -5,7^\circ \approx 0^\circ$ .
- Para  $f = f_2$ :  $\varphi = -\arctan f/f_2 = -\arctan 1 = -45^\circ$ .
- Para  $f = 10f_2$ :  $\varphi = -\arctan f/f_2 = -\arctan 10 = -84,3^\circ \approx -90^\circ$ .

**8.13.** Dibujar los diagramas de ganancia y desfase, denominados diagramas de Bode, utilizando los datos obtenidos en los Problemas 8.10, 8.11 y 8.12.

**Solución:**



**Figura 8.7.**  
Diagramas de Bode.

**8.14.** El factor de la red de retorno de un amplificador realimentado vale  $B = 0,1$  y la ganancia del amplificador sin realimentar  $A_v = 200$ . Calcular la ganancia con realimentación y la tensión de entrada al amplificador  $v_1$ , suponiendo que la tensión del generador  $v_g = v'_1 = 20 \text{ mV}$ . Calcular de nuevo la ganancia  $A'_v$  si la ganancia sin realimentación aumenta a 300.

**Solución:** La ganancia del amplificador realimentado vale

$$A'_v = \frac{A_v}{1 + A_v B} = \frac{200}{1 + 200 \cdot 0,1} = 9,52$$

La tensión de salida será

$$v_2 = A'_v \cdot v'_1 = 9,5 \cdot 20 = 190 \text{ mV} \quad ; \quad v_r = B \cdot v_2 = 0,1 \cdot 190 = 19 \text{ mV}$$

por tanto, la tensión de entrada será:  $v_1 = v'_1 - v_r = 20 - 19 = 1 \text{ mV}$ .

Si la ganancia del amplificador pasa de 200 a 300, el valor de la ganancia con realimentación pasará a ser

$$A'_v = \frac{300}{1 + 300 \cdot 0,1} = 9,67$$

Como se puede apreciar, el valor de  $A'_v$  permanece prácticamente constante, aunque se produzcan sensibles variaciones en el valor de la ganancia del amplificador sin realimentación.

- 8.15.** Averiguar la pérdida de ganancia del problema anterior, expresada en dB, suponiendo que la ganancia del amplificador sin realimentar pasa a valer la mitad ( $A_v = 100$ ).

**Solución:** La ganancia con realimentación será en este caso:  $A'_v = \frac{100}{1 + 0,1 \cdot 100} = 9,1$

- Para  $A'_v = 9,52$ :  $a'_v = 20 \log 9,52 = 19,57 \text{ dB}$ .
- Para  $A'_v = 9,1$ :  $a'_v = 20 \log 9,1 = 19,18 \text{ dB}$ .

Luego la pérdida de ganancia al pasar el valor de  $A_v$  de 200 a 100 será

$$\Delta a'_v = 19,57 - 19,18 = 0,39 \text{ dB}$$

Recordemos (Problema 8.6) que en un amplificador sin realimentar la pérdida, al dividir la ganancia por dos, es de 6 dB.

- 8.16.** Calcular las frecuencias de corte y el ancho de banda del amplificador realimentado del Problema 8.14, suponiendo que  $f_1$  y  $f_2$ , sin realimentar, valen 20 Hz y 20 kHz, respectivamente.

**Solución:**  $D = 1 + A_v \cdot B = 1 + 200 \cdot 0,1 = 21$ ; por tanto, la frecuencia de corte inferior con realimentación  $f'_1$  será:  $f'_1 = \frac{f_1}{1 + A_v B} = \frac{20}{21} = 0,95 \text{ Hz}$ .

La frecuencia de corte superior será:  $f'_2 = f_2(1 + A_v \cdot B) = 20 \cdot 21 = 420 \text{ kHz}$ .  
El ancho de banda será:  $\Delta f' = f'_2 - f'_1 \approx 420 \text{ kHz}$ .

- 8.17.** El ancho de banda de un amplificador sin realimentación es de 3 kHz y su ganancia de tensión 50. Hallar el nuevo ancho de banda cuando se aplica un determinado tipo de realimentación y la ganancia se reduce a 10.

**Solución:**

La frecuencia de corte superior con realimentación será:  $f'_2 = \frac{A_v f_2}{A'_v} = \frac{50 \cdot 3}{10} = 15 \text{ kHz}$ .

Suponiendo que  $f'_1 \approx 0 \text{ Hz}$ :  $\Delta f' \approx f'_2 = 15 \text{ kHz}$ .

**8.18.** Deducir la ganancia de tensión en función de la transconductancia en un amplificador con realimentación intensidad serie (Figura 8.3b).

**Solución:** La magnitud que se estabiliza con este tipo de realimentación es la transconductancia:  $G'_m \approx \frac{1}{B}$ ;  $G'_m = \frac{i_2}{v'_1} = \frac{v_2/R}{v'_1}$ ; ya que  $i_2 = v_2/R$  (Figura 8.3b).

La ganancia de tensión vale:  $A'_v = \frac{v_2}{v'_1}$ ; entonces  $G'_m = A'_v/R$ , de donde:  $A'_v = G'_m \cdot R$ .

**8.19.** Demostrar que el circuito de la Figura 8.8 es un amplificador con realimentación tensión paralelo y deducir la ganancia de tensión. La  $R_g$  del generador vale cero.

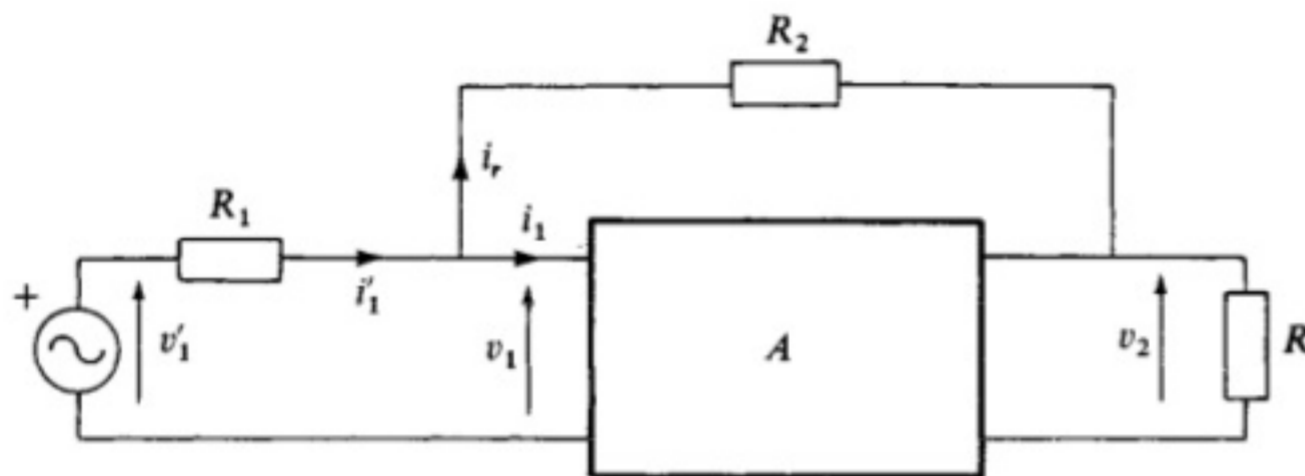


Figura 8.8.

**Solución:**  $i_r = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$  como  $v_1 \ll v_2$ ;  $i_r \approx -\frac{v_2}{R_2} = B \cdot v_2$ , de donde se deduce que es un amplificador con realimentación tensión paralelo, ya que la corriente de realimentación es proporcional a la tensión de salida (Figura 8.3c).

La ganancia de la red de retorno  $B$  vale  $B = -\frac{1}{R_2}$ , y la ganancia con realimentación  $A'$ :

$$A' = R'_m = \frac{v_2}{i'_1} \approx \frac{1}{B} = -R_2.$$

La ganancia de tensión será:  $A'_v = \frac{v_2}{v'_1}$  si suponemos  $i_1 = 0$ ;  $v_1 = 0$ . Por tanto,

$$A'_v = \frac{v_2}{R_1 i'_1} = \frac{R'_m}{R_1} \approx -\frac{R_2}{R_1}$$

La ganancia de tensión es estable si lo son  $R_1$  y  $R_2$ .

El signo menos de la expresión significa que la señal de salida está desfasada  $180^\circ$  respecto a la de entrada.

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

8.20. El circuito de la Figura 8.9 corresponde a un amplificador de corriente cuyo elemento amplificador tiene una ganancia de 150 ( $A_{icc} = 150$ ). El valor de pico de la corriente alterna del generador de entrada es de  $10 \mu\text{A}$ . Los valores de las resistencias son:  $R_g = 15 \text{ k}\Omega$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_e = 2 \text{ k}\Omega$  y  $R_s = 10 \text{ k}\Omega$ . Calcular: a) Los valores máximos de las corrientes y tensiones de entrada y salida ( $i_1$ ,  $i_2$ ,  $v_1$  y  $v_2$ ). b) La ganancia de corriente y la relación  $\frac{i_2}{i_g}$ . c) Las ganancias de tensión y potencia. d) La transconductancia y la transresistencia.

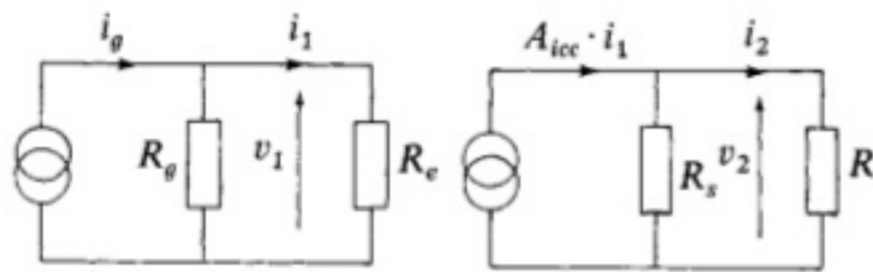


Figura 8.9.

**Solución:**

- a)  $i_1 = 8,82 \mu\text{A}$ ;  $i_2 = 1,2 \text{ mA}$ ;  
 $v_1 = 17,6 \text{ mV}$ ;  $v_2 = 1,2 \text{ V}$ .
- b)  $A_i = 136$ ;  $i_2/i_g = 120$ .
- c)  $A_v = 68$ ;  $A_p = 9\,272$ .
- d)  $G_m = 68 \text{ mS}$ ;  $R_m = 136 \text{ k}\Omega$ .

8.21. Transformar los generadores de corriente del problema anterior en generadores de tensión y repetir los cálculos.

**Solución:** Los resultados son los mismos que los del Problema 8.20.

8.22. El valor de la transconductancia del elemento amplificador del circuito de la Figura 8.10 es  $G_{mcc} = 5 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$ . Calcular las ganancias de tensión y de corriente para los siguientes valores:  $v_g = 100 \text{ mV}$ ,  $R_g = 2 \text{ K}\Omega$ ,  $R = 3 \text{ K}\Omega$ ,  $R_e = 20 \text{ k}\Omega$  y  $R_s = 20 \text{ k}\Omega$ .

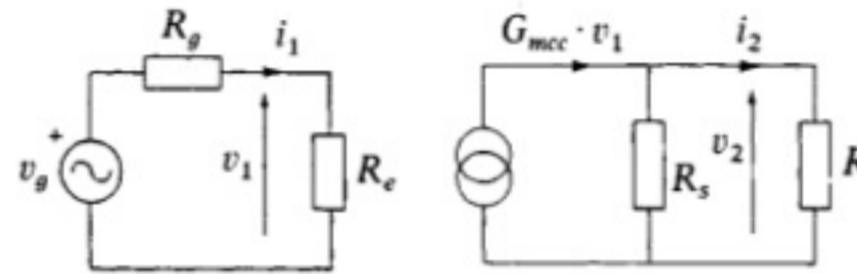


Figura 8.10.

**Solución:**  $A_v = 14$ ;  $A_i = 85$ .

8.23. ¿Cuál ha de ser el valor de la resistencia de carga  $R$  del circuito de la Figura 8.10 para que la potencia transferida a la carga sea máxima? ¿Cuál es el valor de dicha potencia?

**Solución:**  $R = 20 \text{ k}\Omega$ ;  $p_2 = 1 \text{ mW}$ .

8.24. Calcular el valor de  $R_g$  y  $R_e$  del circuito de la Figura 8.11 para que la resistencia de entrada disipe la máxima potencia y el valor de ésta sea igual a  $1 \text{ mW}$ .

**Solución:**  $R_g = R_e = 10 \Omega$ .

8.25. En el circuito de la Figura 8.11 transformar el generador de tensión en generador de corriente. Comprobar que la potencia disipada por  $R_e$  es la misma que en el ejercicio anterior.

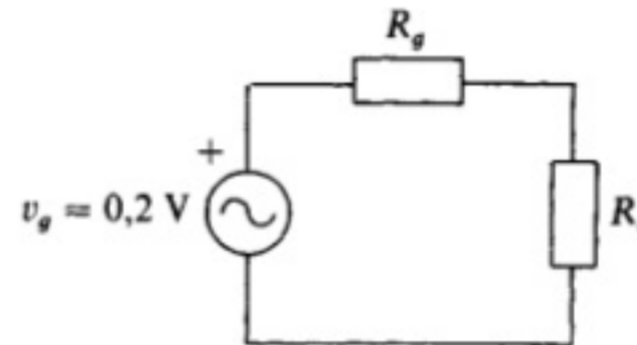


Figura 8.11.

8.26. Expresar en dB el valor de las ganancias de los Problemas 8.20 y 8.22.

**Solución:**

- 1.  $a_i = 42,6 \text{ dB}$ ;  $a_v = 36,6 \text{ dB}$ ;  
 $a_p = 39,6 \text{ dB}$ .
- 2.  $a_v = 23 \text{ dB}$ ;  $a_i = 38,5 \text{ dB}$ .



- 8.27.** El valor de la ganancia de tensión para las frecuencias intermedias es de 45 dB. Calcular el valor real de la ganancia  $A_v$  para las frecuencias de corte.  
**Solución:**  $A_v = 126$ .
- 8.28.** La potencia absorbida por la entrada de un amplificador es de 1 mW y la potencia absorbida por la resistencia de carga de 4 W. Calcular la ganancia de tensión si  $R_e = R$ . Hallar la tensión de salida  $v_2$  si la tensión de entrada  $v_1 = 300$  mV.  
**Solución:**  $A_v = 63$ ;  $v_2 = 19$  V.
- 8.29.** Una etapa amplificadora se comporta, a bajas y altas frecuencias, como los filtros de la Figura 8.6, donde los valores de resistencias y capacidades son:  $R_1 = 4$  K7,  $C_1 = 1$   $\mu$ F,  $R_2 = 3$  K3 y  $C_2 = 2$  kpF. Calcular las frecuencias de corte.  
**Solución:**  $f_1 = 34$  Hz;  $f_2 = 24$  114 Hz.
- 8.30.** Averiguar la pérdida de dB respecto de la ganancia a frecuencias intermedias para los siguientes valores de las relaciones  $f/f_1$  y  $f/f_2$ : a)  $f/f_1 = 0,5$ ;  $f/f_1 = 5$ . b)  $f/f_2 = 0,5$ ;  $f/f_2 = 5$ . Hallar el desfase entre la señal de entrada y la de salida para los mismos puntos.  
**Solución:** a)  $-7$  dB;  $-0,17$  dB;  
b)  $-0,97$  dB;  $-14,15$  dB;  
a)  $63,4^\circ$ ;  $11,3^\circ$ ;  
b)  $-26,5^\circ$ ;  $-78,7^\circ$ .
- 8.31.** La ganancia de la red de realimentación de un amplificador vale 0,05. Calcular la ganancia del amplificador realimentado, suponiendo que  $A \cdot B \gg 1$ .  
**Solución:**  $A'_v \approx 20$ .
- 8.32.** La ganancia de un amplificador sin realimentar vale 1 000 y la ganancia con realimentación 20. Hallar la tensión a la salida de la red de retorno si la tensión de salida  $v_2 = 1$  V y la realimentación es del tipo tensión serie.  
**Solución:**  $v_r = 49$  mV.
- 8.33.** Calcular la ganancia de tensión de un amplificador realimentado si la ganancia en bucle abierto (sin realimentación) vale 500 y la ganancia de la red de retorno  $B = 0,08$ . Calcular la tensión de entrada al amplificador, si la señal del generador  $v_g = 0,1$  V, suponiendo que en su resistencia interna ( $R_g$ ) se pierden 0,05 V.  
**Solución:**  $A'_v = 12,2$ ;  $v_1 = 1,2$  mV.
- 8.34.** Hallar de nuevo la ganancia del problema anterior, suponiendo que la ganancia en bucle abierto sube a 1 500.  
**Solución:**  $A'_v = 12,4$ .
- 8.35.** Expresar en dB la diferencia entre las ganancias obtenidas en los Problemas 8.33 y 8.34.  
**Solución:** 0,14 dB.
- 8.36.** La transconductancia de un amplificador sin realimentar vale 20 mA/V. Aplicamos una realimentación corriente serie cuya red de retorno tiene una ganancia igual a 1 V/mA. Calcular la transconductancia y la ganancia de tensión en estas condiciones, suponiendo que la resistencia de carga vale 5 k $\Omega$ .  
**Solución:**  $G'_m = 0,952$  mA/V;  $A'_v = 4,76$ .
- 8.37.** Los valores de las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  del circuito de la Figura 8.8 valen 2 k $\Omega$  y 15 k $\Omega$ , respectivamente. Calcular la ganancia de tensión y la transresistencia con realimentación. ¿Cuál será el valor de la tensión a la salida  $v_2$  si  $v'_1$  vale 100 mV?  
**Solución:**  $A'_v = -7,5$ ;  $R'_m = -15$  k $\Omega$ ;  
 $v_2 = -0,75$  V.
- 8.38.** Las frecuencias de corte del amplificador realimentado del Problema 8.33 son  $f'_1 = 10$  Hz y  $f'_2 = 150$  kHz. Calcular las frecuencias límites y el ancho de banda del amplificador sin realimentar.  
**Solución:**  $f_1 = 410$  Hz;  $f_2 = 3,6$  kHz;  
 $\Delta f = 3$  190 Hz.

# CAPITULO 9

## Amplificadores de baja frecuencia

### 9.1. CIRCUITOS AMPLIFICADORES

Los circuitos amplificadores que vamos a analizar están formados básicamente por un elemento activo (transistor) y por un conjunto de elementos pasivos (resistencias y condensadores). Para que un amplificador cumpla su función, es necesario alimentarlo con generadores de cc. Esta operación recibe el nombre de polarización.

### 9.2. POLARIZACION Y ESTABILIZACION

En la Figura 9.1 se muestra un transistor bipolar con *polarización fija* y las características de salida, con la recta de carga y el punto de reposo  $Q$ . La *recta de carga* es la expresión gráfica de la ecuación

$$E_C = V_{CE} + I_C R_C$$

deducida del propio circuito.

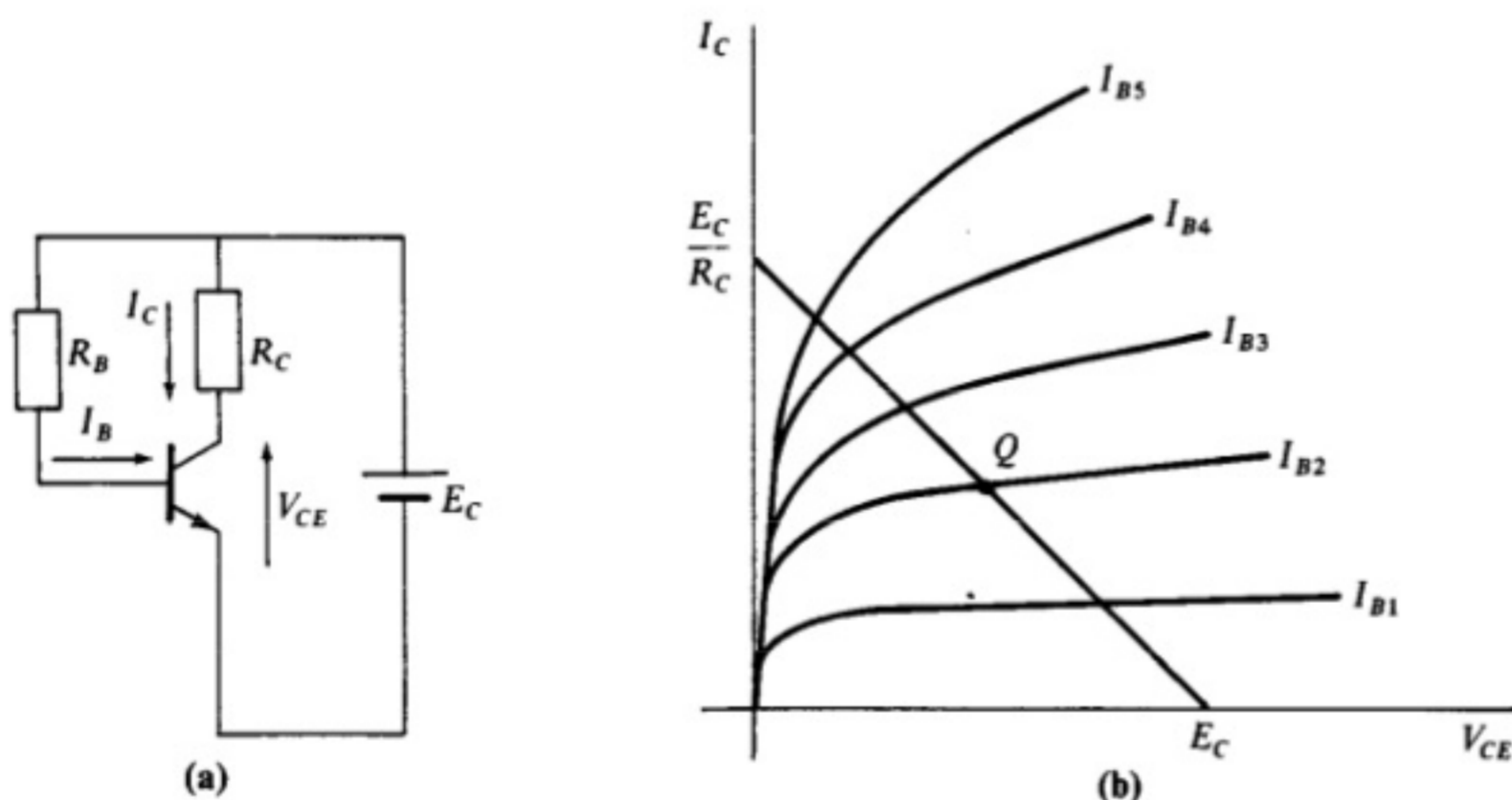


Figura 9.1. Polarización fija. (a) Circuito. (b) Recta de carga.

En la Figura 9.2 se muestra un circuito de polarización universal. Las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  pueden sustituirse por el Thevenin equivalente, tal como se muestra en la Figura 9.3, mediante las siguientes ecuaciones:

$$E_T = \frac{E_C}{R_1 + R_2} R_2 \quad ; \quad R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

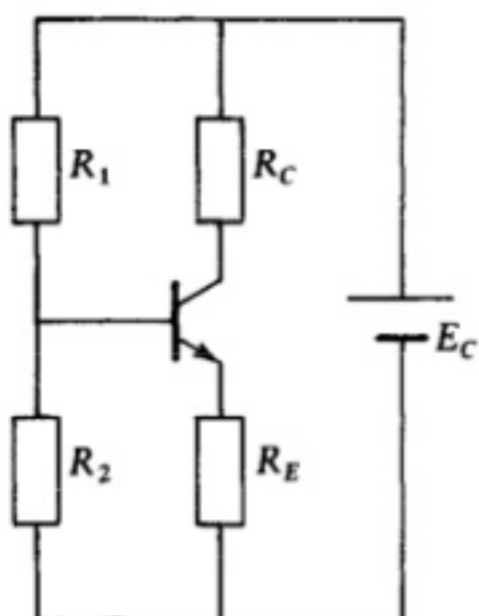


Figura 9.2. Circuito de polarización universal.

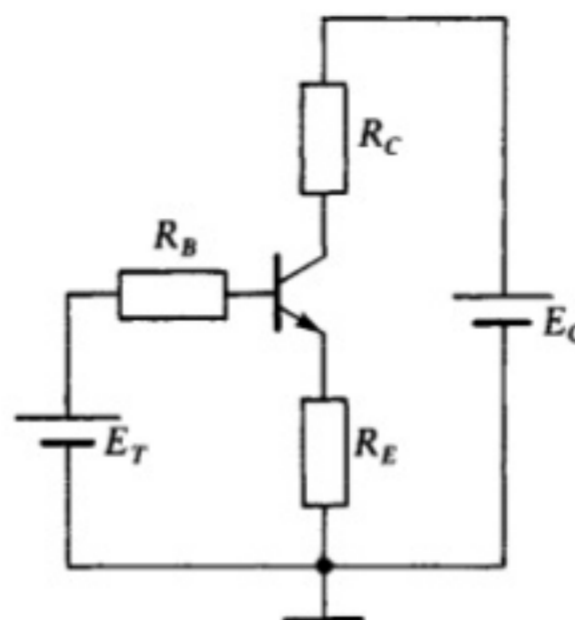


Figura 9.3. Circuito equivalente de un sistema de polarización universal.

Despreciando la ddp en la resistencia  $R_B$ , la corriente de colector será

$$I_C = \frac{E_T - V_{BE}}{R_E}$$

Las relaciones entre las resistencias de circuito de polarización universal son

$$R_E \approx \frac{1}{4} R_C \quad ; \quad 10R_E > R_B \geq 5R_E$$

El punto de reposo puede variar con la temperatura. El circuito de polarización universal es el más estable. Las magnitudes que provocan la inestabilidad son:  $\beta$ ,  $I_{CBO}$  y  $V_{BE}$ . La corriente  $I_{CBO}$  se *duplica* cada vez que la temperatura del transistor aumenta  $10^\circ\text{C}$ , y la tensión  $V_{BE}$  *disminuye* a razón de  $2,5 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ .

La corriente de colector, teniendo en cuenta las magnitudes señaladas y sin despreciar la ddp en  $R_B$ , será

$$I_C = \frac{E_T + R_B I_{CBO} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta}}$$

### 9.3. AMPLIFICADORES MONTAJES EC, CC Y BC

En las Figuras 9.4, 9.5 y 9.6 se muestran los circuitos completos de los tres montajes posibles de amplificadores construidos con transistores bipolares. La resistencia de carga  $R$  para la ca será la equivalente paralelo de  $R_C$  y  $R_L$ :

$$R = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L}$$

Esta resistencia da lugar a una nueva característica denominada *recta de carga dinámica*.

En la Figura 9.7 se muestra un *circuito equivalente* único, válido para los tres tipos de montaje, formado por elementos conocidos como **parámetros híbridos**. El subíndice de cada parámetro indica la naturaleza del mismo. Los fabricantes de transistores suelen indicar los parámetros híbridos correspondientes al montaje EC. En la Tabla 9.1 se recogen las fórmulas para obtener los valores de  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_v$  y  $A_i$  de los tres montajes; en la Tabla 9.2, las fórmulas de conversión para obtener los parámetros híbridos en CC y en BC; en la Tabla 9.3, los valores típicos de los parámetros híbridos para los tres montajes.

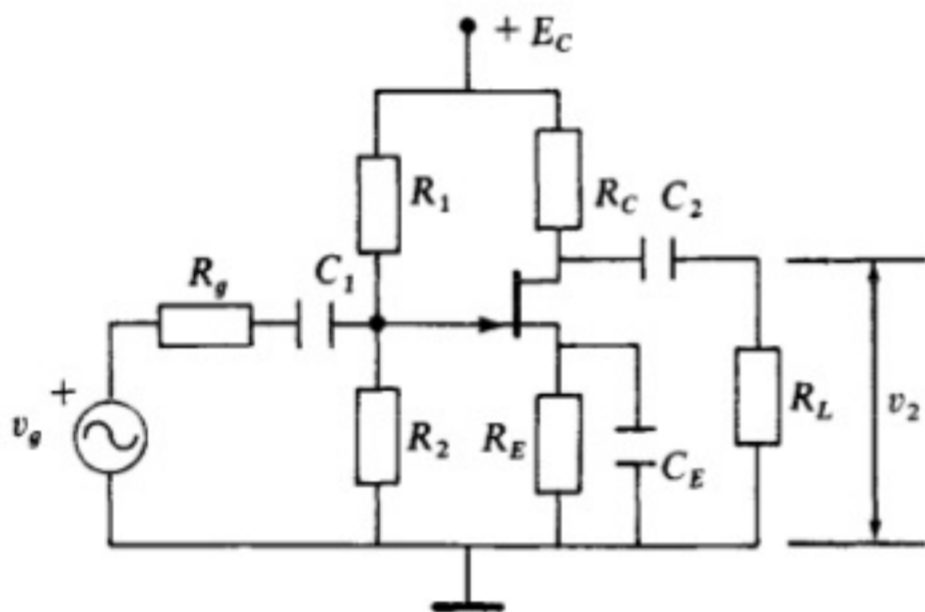


Figura 9.4. Amplificador montaje EC completo.

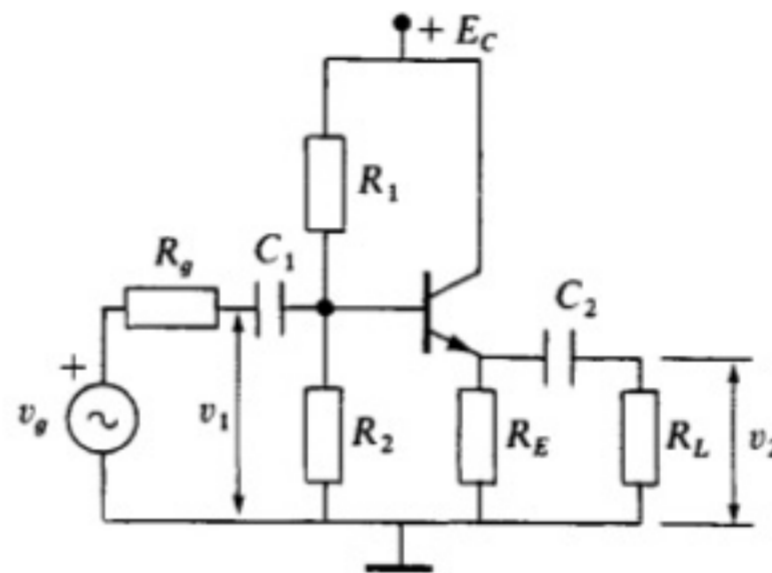


Figura 9.5. Amplificador montaje CC completo.

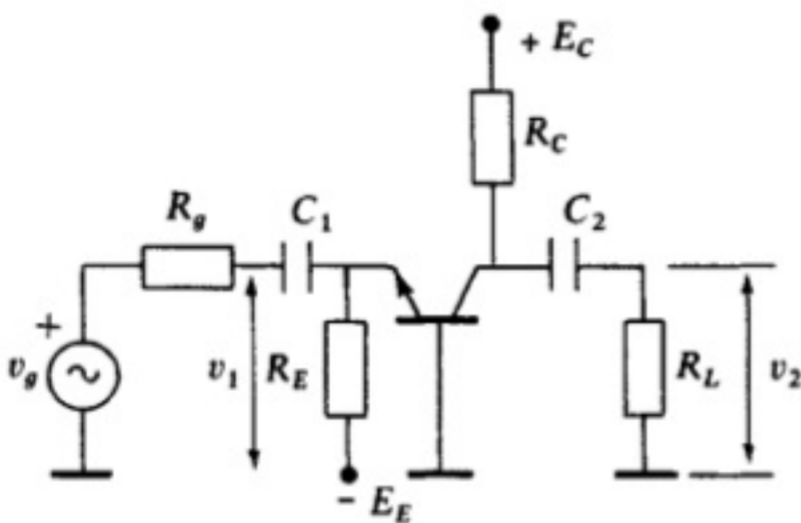


Figura 9.6. Amplificador montaje BC completo.

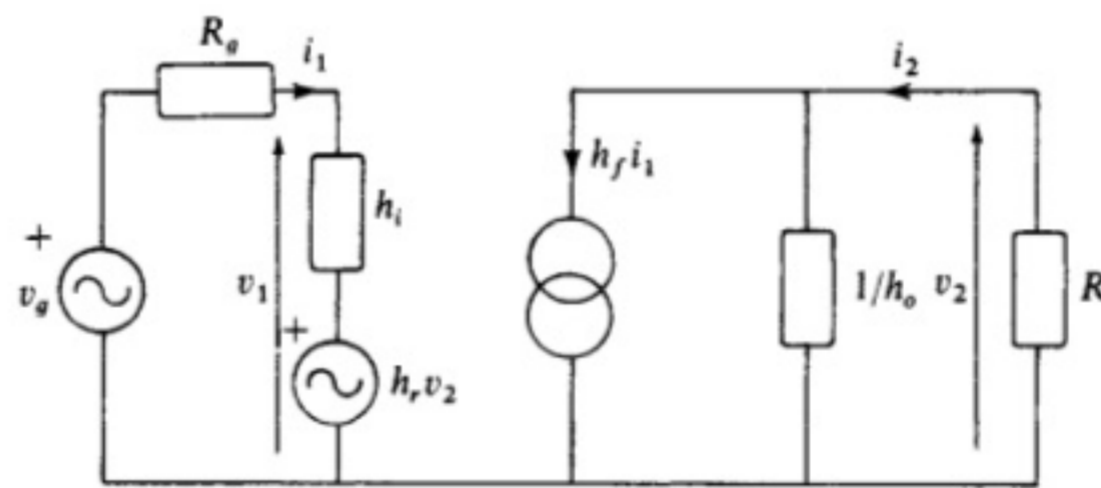


Figura 9.7. Circuito equivalente formado por parámetros híbridos.

**Tabla 9.1.** Fórmulas de  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  para todos los montajes

$R_e$	$R_s$	$A_i$	$A_v$
$h_i - \frac{h_r h_f}{h_o + 1/R} *$	$\frac{R_g + h_i}{h_o R_g + h_o h_i + h_f h_r}$	$\frac{h_f}{1 + R h_o} *$	$-\frac{h_f R}{R_e (1 + R h_o)}$

\*  $R$  es la resistencia de carga dinámica.

**Tabla 9.2.** Fórmulas de conversión de los parámetros híbridos

Parámetro	Montaje CC	Montaje BC
Resistencia de entrada	$h_{ic} = h_{ie}$	$h_{ib} = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}$
Ganancia inversa de tensión	$h_{rc} = 1$	$h_{rb} = \frac{h_{ie} h_{oe}}{1 + h_{fe}} - h_{re}$
Ganancia de corriente	$h_{fc} = -(1 + h_{fe})$	$h_{fb} = -\frac{h_{fe}}{1 + h_{fe}}$
Admitancia de salida	$h_{oc} = h_{oe}$	$h_{ob} = \frac{h_{oe}}{1 + h_{fe}}$

**Tabla 9.3.** Valores típicos de los parámetros híbridos para los tres montajes

Parámetro	EC	CC	BC
$h_i$	1,1 k $\Omega$	1,1 k $\Omega$	21,5 $\Omega$
$h_r$	$4 \cdot 10^{-4}$	1	$1,39 \cdot 10^{-4}$
$h_f$	50	-51	-0,98
$1/h_o$	40 k $\Omega$	40 k $\Omega$	2 M $\Omega$

### 9.4. AMPLIFICADORES REALIMENTADOS

Los dos casos analizados son el montaje CC, que constituye un circuito realimentado del tipo *tensión serie*, y el montaje EC con una resistencia en el emisor o amplificador realimentado *corriente serie*. En la Figura 9.8 se muestra el circuito equivalente para la ca del amplificador CC de la Figura 9.5, y en la Figura 9.9 un amplificador EC con resistencia en el emisor y su correspondiente circuito equivalente. En ambos casos se han utilizado los parámetros híbridos del montaje EC.

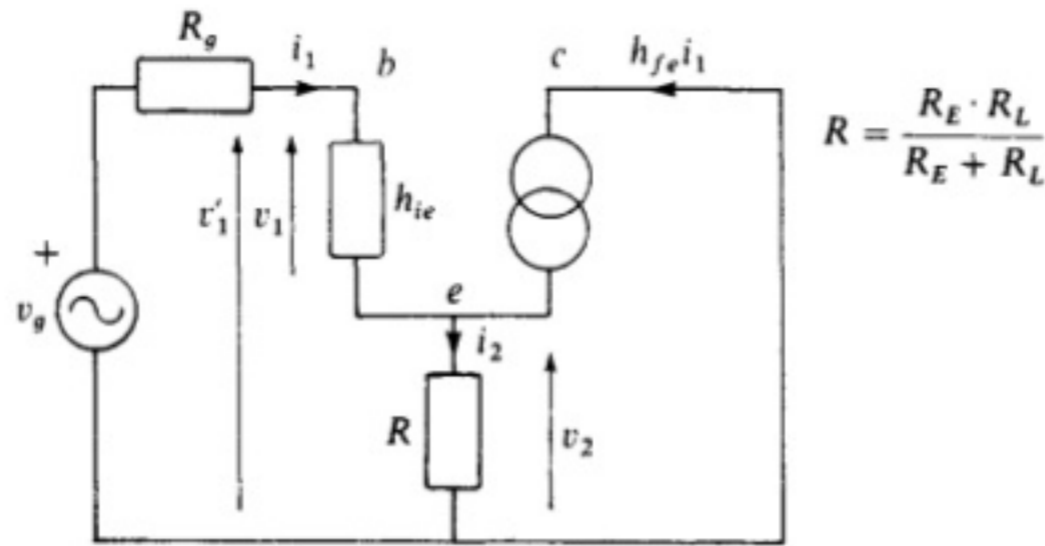


Figura 9.8. Circuito equivalente de un montaje CC.

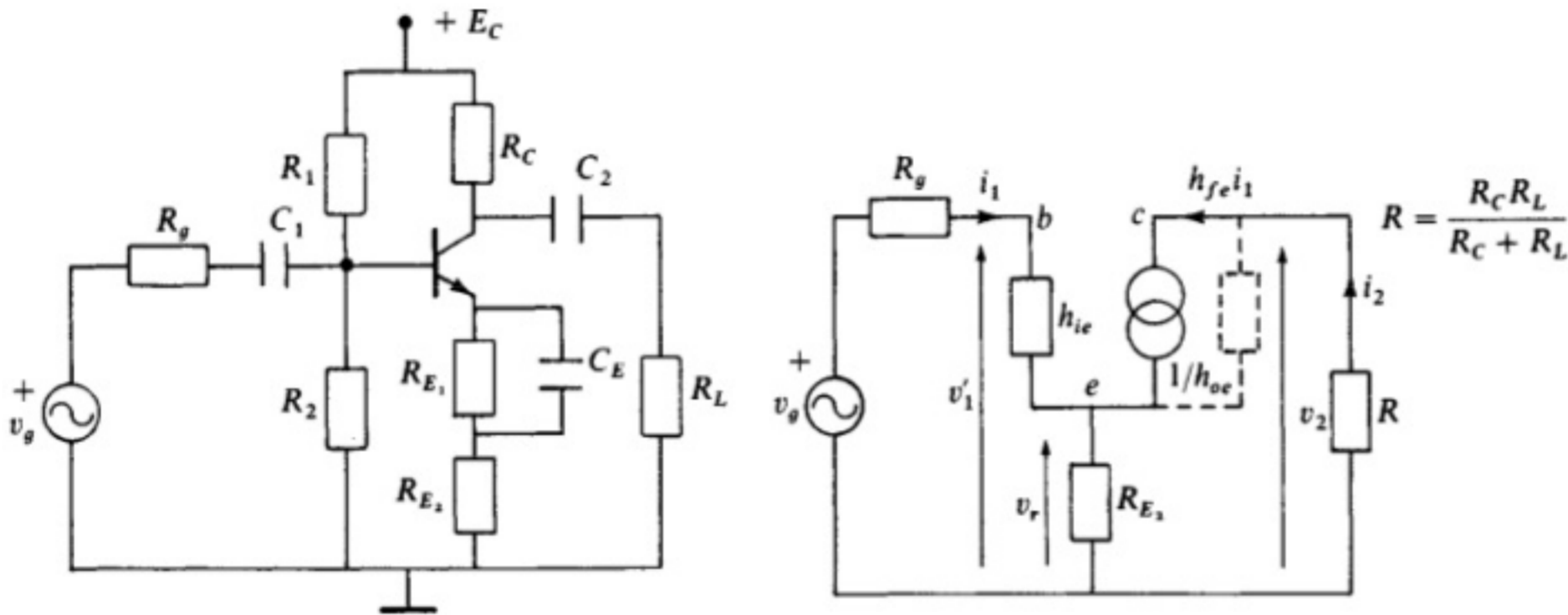


Figura 9.9. Amplificador montaje EC con resistencia en el emisor (realimentación corriente serie).

En la Tabla 9.4 se comparan los valores de  $A_i$ ,  $A_v$ ,  $R_e$  y  $R_s$  de los circuitos señalados con los del montaje EC simple.

La ganancia de tensión de un montaje CC, analizado como circuito realimentado, vale la unidad, ya que  $B = 1$ , y en el circuito EC con resistencia en el emisor:

$$A'_v \approx -\frac{R}{R_{E_2}}$$

**Tabla 9.4.** Fórmulas para obtener  $A_i$ ,  $A_v$ ,  $R_e$  y  $R_s$  en función de los parámetros híbridos montaje EC para las diferentes configuraciones ( $h_{re} = 0$  y  $h_{oe} = 0$ ).

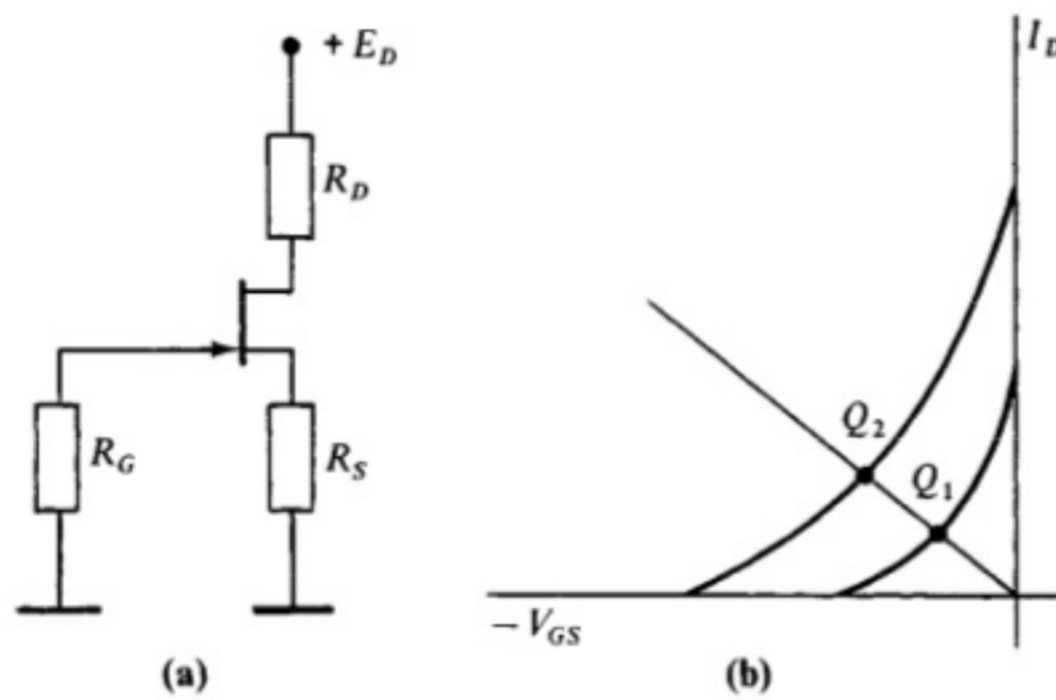
	TIPO DE MONTAJE		
	EC	CC	EC con R de emisor ( $R_{E_2}$ )
$A_i$	$h_{fe}$	$h_{fe} + 1$	$h_{fe}$
$A_v$	$-\frac{h_{fe}R}{h_{ie}}^*$	1	$-\frac{Rh_{fe}}{h_{ie} + R_{E_2}(h_{fe} + 1)}^*$
$R_e$	$h_{ie}$	$h_{ie} + R(h_{fe} + 1)^*$	$h_{ie} + R_{E_2}(h_{fe} + 1)$
$R_s$	$\infty$	$\frac{R_g + h_{ie}}{h_{f2} + 1}$	$\infty$

\* R es la resistencia de carga dinámica tanto en montaje EC como en montaje CC.

### 9.5. AMPLIFICADORES CON FET

En la Figura 9.10 se muestra un FET *autopolarizado*, y en la Figura 9.11 un circuito análogo a la polarización universal de los transistores bipolares. Mediante el Teorema de Thevenin es posible calcular el valor de la tensión aplicada a la puerta del transistor:

$$E_T = \frac{E_D}{R_1 + R_2} R_2$$



**Figura 9.10.** (a) FET autopolarizado. (b) Variación del punto de reposo cuando varían los parámetros del FET.

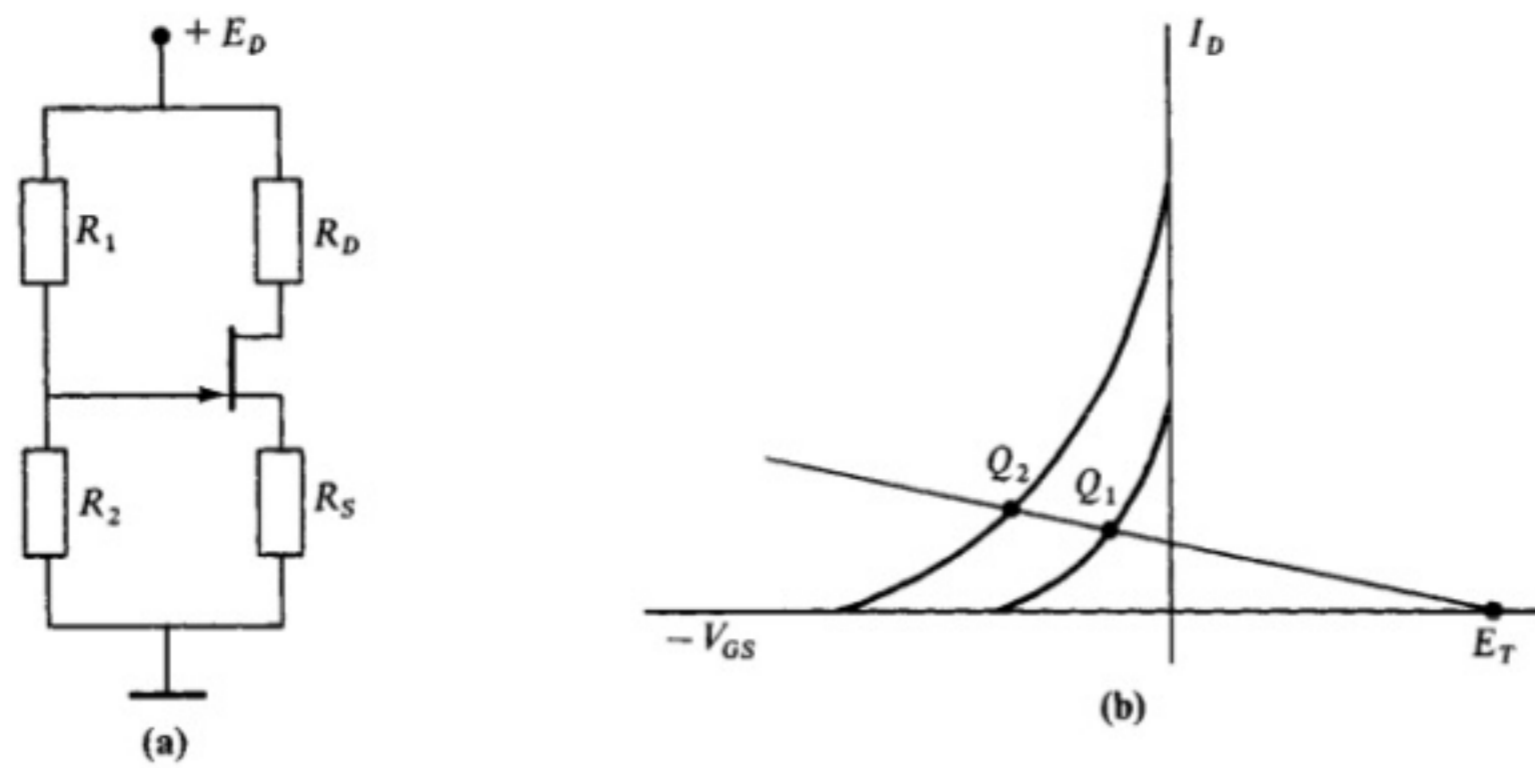


Figura 9.11. Polarización de un FET que reduce las variaciones del punto de reposo al variar  $V_P$  e  $I_{DSS}$ .

La corriente de drenador será

$$I_D = \frac{E_T - V_{GS}}{R_S}$$

Y la ecuación de la recta de carga:

$$E_D = V_{DS} + I_D(R_D + R_S)$$

En la Figura 9.12 se muestra un amplificador completo montaje SC y el circuito equivalente correspondiente. La ganancia de tensión será

$$A_v = -g_m R$$

donde  $g_m$  es la transconductancia del transistor.

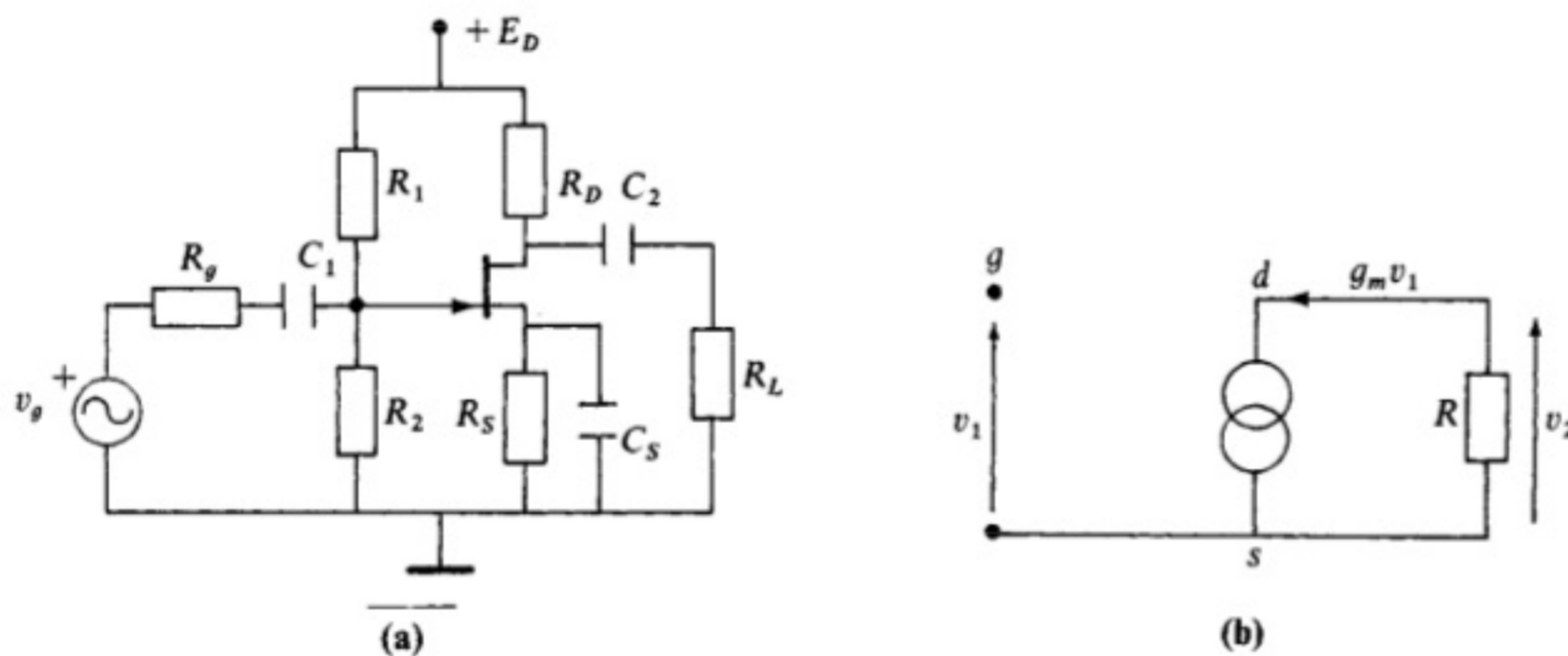


Figura 9.12. Amplificador SC. (a) Circuito completo. (b) Circuito equivalente para la ca.



### 9.6. ETAPAS AMPLIFICADORAS DE POTENCIA

Una etapa de potencia *clase A*, con un solo transistor, es igual que el montaje EC de la Figura 9.4. Sin embargo, en el caso que nos ocupa, se pretende obtener el máximo rendimiento. La potencia de continua  $P_{CC}$  es la que el circuito absorbe del generador  $E_C$ , y su valor es

$$P_{CC} = E_C I_C$$

La potencia útil máxima o potencia máxima sobre la carga  $P_u$  vale

$$P_u = \frac{E_C I_C}{4}$$

El rendimiento máximo en esta configuración será

$$\eta = P_u / P_{CC} = 0,25 \quad ; \quad 25 \text{ por } 100$$

Y la potencia que ha de disipar el transistor:

$$P_{d(\text{min})} = 3P_u$$

En la Figura 9.13 se muestra un amplificador clase A montaje *contrafase* o *push-pull* que, respecto al montaje clase A simple, reduce la distorsión alinear, pero proporciona también un rendimiento del 25 %. La potencia disipada se reparte entre los dos transistores.

Para mejorar el rendimiento se puede utilizar una etapa *clase B*, como la que se muestra en la Figura 9.14. La potencia útil será

$$P_u = \frac{E_{\text{máx}} I_{\text{máx}}}{2}$$

donde  $E_{\text{máx}}$  e  $I_{\text{máx}}$  son los valores máximos de las señales de tensión y corriente de salida.

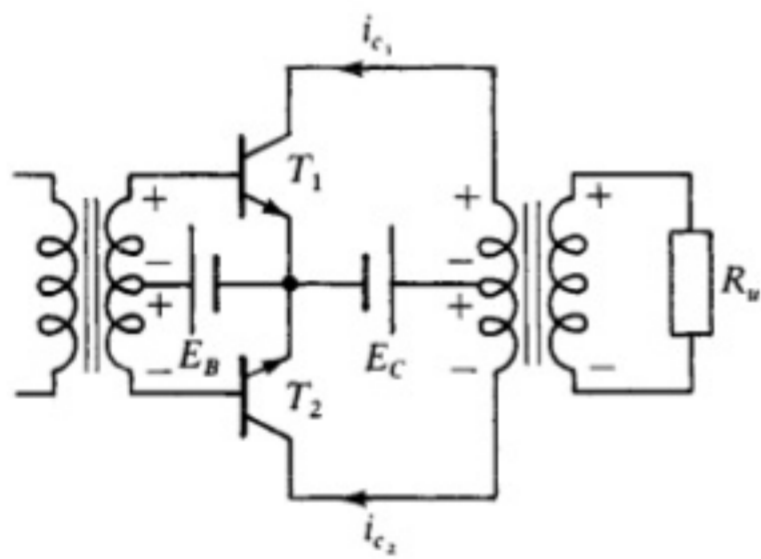


Figura 9.13. Amplificador clase A (montaje en contrafase).

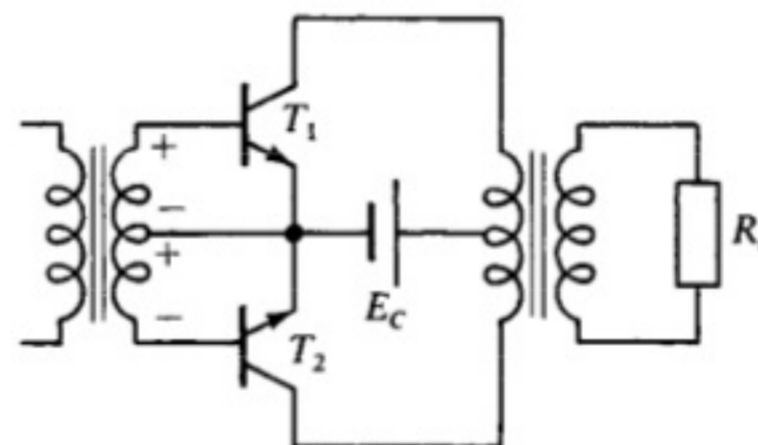


Figura 9.14. Amplificador clase B.

La potencia que suministra el generador será

$$P_{CC} = 2I_{med}E_C$$

donde  $I_{med} = I_{m\acute{a}x}/\pi$ ; por tanto,

$$P_{CC} = 2 \frac{I_{m\acute{a}x}}{\pi} E_C$$

Cuando  $E_{m\acute{a}x} = E_C$ ,

$$P_{CC} = 2 \frac{I_{m\acute{a}x}}{\pi} E_{m\acute{a}x}$$

El rendimiento máximo será

$$\eta = P_u/P_{CC} = 0,785 \quad ; \quad 78,5 \text{ por } 100$$

La potencia máxima disipada por el conjunto de los dos transistores vale

$$P_{d(m\acute{a}x)} = 0,4P_{u(m\acute{a}x)}$$

### 9.7. CALENTAMIENTO DE LOS TRANSISTORES

La potencia disipada por uno o varios transistores de una etapa amplificadora, la diferencia de temperatura entre la unión y el ambiente y la resistencia térmica están relacionadas como la corriente, la ddp y la resistencia lo están mediante la Ley de Ohm:

$$T_{ja} = T_j - T_a = T_{jc} + T_{ca} = P_d R_{t(jc)} + P_d R_{t(ca)}$$

En la Figura 9.15 se muestra el símil elétrico donde intervienen dichas magnitudes, y en la Figura 9.16 aparece la curva de reducción de potencia de un transistor de 115 W.

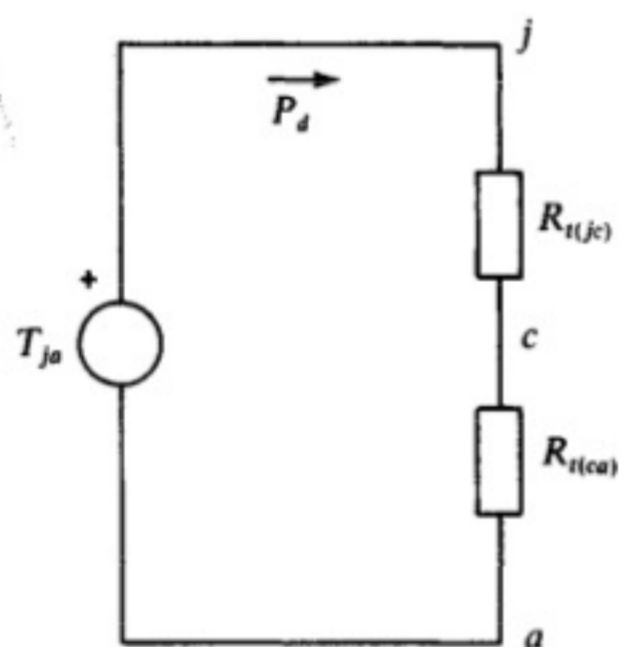


Figura 9.15. Símil elétrico para el estudio del calentamiento de los transistores.

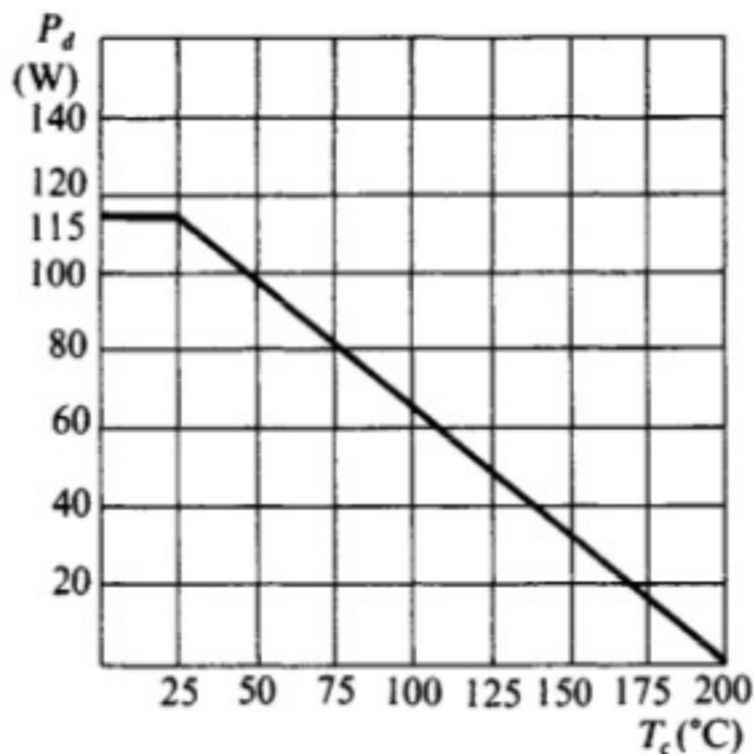


Figura 9.16. Curva de reducción de potencia de un transistor de 115 W.

## PROBLEMAS RESUELTOS

9.1. Trazar la recta de carga correspondiente a un circuito como el de la Figura 9.1, en el cual  $E_C = 30 \text{ V}$  y  $R_C = 2,2 \text{ k}\Omega$ . Situar el punto de reposo.

**Solución:** La recta de carga es la expresión gráfica de la ecuación

$$E_C = V_{CE} + I_C R_C$$

Los puntos de corte con los ejes serán en este caso

- Para  $I_C = 0$ :  $V_{CE} = E_C = 30 \text{ V}$ .
- Para  $V_{CE} = 0$ :  $I_C = \frac{E_C}{R_C} = \frac{30 \text{ V}}{2,2 \text{ k}\Omega} = 13,64 \text{ mA}$ .

El punto de reposo se debe situar lo más centrado posible. En el caso que estudiamos aquí,  $Q$  (15 V, 6,82 mA).

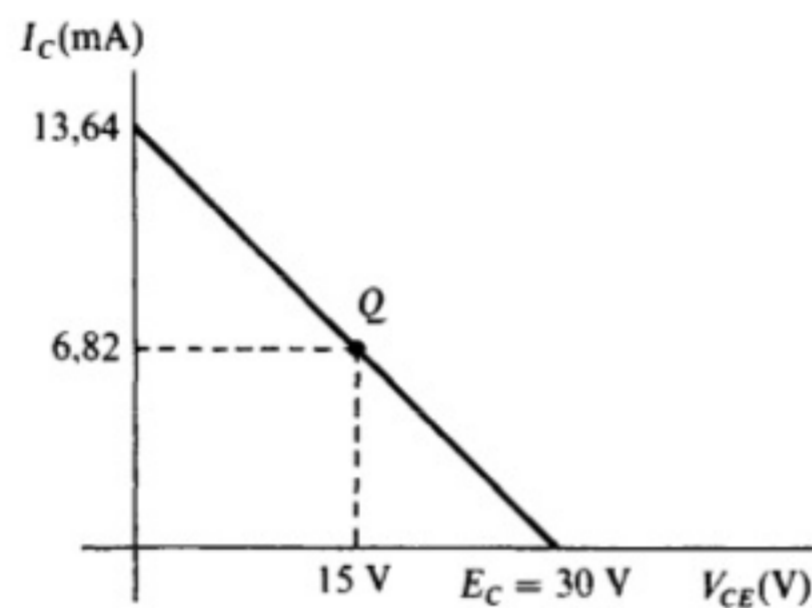


Figura 9.17.

9.2. Los valores de las resistencias del circuito de la Figura 9.1 son:  $R_B = 33 \text{ k}\Omega$  y  $R_C = 150 \Omega$ . La ganancia de corriente en continua vale 100 y la fem del generador  $E_C = 20 \text{ V}$ . Calcular las corrientes  $I_B$  e  $I_C$  y la tensión  $V_{CE}$ , suponiendo que  $V_{BE} = 0,5 \text{ V}$ .

**Solución:** En primer lugar, calcularemos la corriente por la base del transistor:

$$I_B = \frac{E_C - V_{BE}}{R_B} = \frac{20 - 0,5}{33 \text{ k}\Omega} = 0,59 \text{ mA}$$

La corriente de colector será

$$I_C = h_{FE} I_B = 100 \cdot 0,59 = 59 \text{ mA}$$

De la ecuación de la recta de carga  $E_C = V_{CE} + I_C R_C$  podemos despejar la tensión colector-emisor:

$$V_{CE} = E_C - I_C R_C = 20 - 59 \cdot 10^{-3} \cdot 150 = 11,15 \text{ V}$$

- 9.3. En un circuito de polarización fija como el de la Figura 9.1, la resistencia de colector vale  $2,2 \text{ k}\Omega$  y la ganancia de corriente en continua  $h_{FE} = 80$ . Hallar la resistencia de base  $R_B$  para que el punto de reposo quede centrado, suponiendo que  $E_C = 15 \text{ V}$  y  $V_{BE} = 0,8 \text{ V}$ .

**Solución:** Para que  $Q$  quede equidistante:

$$V_{CE} = \frac{E_C}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

De la ecuación de la recta de carga se puede deducir el valor de  $I_C$ :

$$I_C = \frac{E_C - V_{CE}}{R_C} = \frac{15 - 7,5}{2,2 \text{ k}\Omega} = 3,4 \text{ mA}$$

La corriente de base será

$$I_B = \frac{I_C}{h_{FE}} = \frac{3,4}{80} = 0,043 \text{ mA}$$

La resistencia de base valdrá

$$R_B = \frac{E_C - V_{BE}}{I_B} = \frac{15 - 0,8}{0,043} \approx 330 \text{ k}\Omega$$

- 9.4. En el circuito de la Figura 9.2,  $E_C = 20 \text{ V}$ ,  $R_1 = 47 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_C = 3 \text{ k}\Omega$  y  $R_E = 1 \text{ k}\Omega$ . Calcular las coordenadas del punto de reposo ( $I_C$  y  $V_{CE}$ ).

**Solución:** La fem del generador de Thevenin será

$$E_T = \frac{E_C}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = \frac{20}{47 + 10} \cdot 10 = 3,5 \text{ V}$$

La corriente de colector se puede calcular a partir de la ecuación

$$I_C = \frac{E_T - V_{BE}}{R_E} = \frac{3,5 - 0,7}{1 \text{ k}\Omega} = 2,8 \text{ mA}$$

La tensión colector-emisor será

$$V_{CE} = E_C - I_C(R_C + R_E) = 20 - 2,8(3 + 1) = 8,8 \text{ V}$$

- 9.5. En un circuito como el de la Figura 9.2, la resistencia de colector  $R_C = 2,2 \text{ k}\Omega$  y la tensión del generador  $E_C = 30 \text{ V}$ . Calcular el valor de  $R_E$ ,  $R_1$  y  $R_2$ .

**Solución:** La tensión colector-emisor  $V_{CE}$  debe situarse en un valor próximo a  $E_C/2 = 30/2 = 15 \text{ V}$ .

Por otra parte, la resistencia de emisor será  $\approx 1/4 R_C$ :  $R_E = \frac{2,2 \text{ k}\Omega}{4} = 550 \Omega$ .

La corriente de colector será

$$I_C = \frac{E_C - V_{CE}}{R_C + R_E} = \frac{30 - 15}{2,2 + 0,55} = 5,45 \text{ mA}$$

La tensión en la base del transistor será

$$E_T = I_C R_E + V_{BE} = 5,45 \cdot 0,55 + 0,7 = 3,7 \text{ V}$$

El valor de la resistencia  $R_B$  se puede estimar apoyándonos en la expresión:  $10R_E > R_B \geq 5R_E$ .  
Elijamos, por ejemplo,  $R_B = 8R_E$ :  $R_B = 8R_E = 8 \cdot 0,55 = 4,4 \text{ k}\Omega$ .

Los valores de  $R_1$  y  $R_2$  se pueden obtener:  $4,4 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  ;  $3,7 = \frac{30}{R_1 + R_2} \cdot R_2$ .

Dividiendo la primera expresión por la segunda:  $\frac{4,4}{3,7} = \frac{R_1}{30}$  ;  $R_1 = 35,67 \text{ k}\Omega$ .

Sustituyendo el valor de  $R_1$  en alguna de las dos expresiones anteriores:  $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ .

- 9.6.** Las características del transistor del Problema 9.4, a la temperatura de  $25^\circ\text{C}$ , valen:  $\beta = 100$ ,  $I_{CBO} = 10 \text{ nA}$  y  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Calcular la corriente de colector, a la temperatura ambiente ( $25^\circ\text{C}$ ) y a  $75^\circ\text{C}$ , suponiendo que la ganancia a esta temperatura sube a 150, que la corriente  $I_{CBO}$  se duplica cada  $10^\circ\text{C}$  y  $V_{BE}$  disminuye a razón de  $2,5 \text{ mV}$  por cada  $^\circ\text{C}$ .

**Solución:** El valor de  $E_T = 3,5 \text{ V}$  (obtenido en el Problema 9.4):

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{47 \cdot 10}{47 + 10} = 8,24 \text{ k}\Omega$$

El valor exacto de  $I_C$  nos lo proporciona la expresión

$$I_C = \frac{E_T + R_B I_{CBO} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_B}{\beta}} = \frac{3,5 + 8,24 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9} - 0,7}{1 \cdot 10^3 + \frac{8,24 \cdot 10^3}{100}} = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 2,6 \text{ mA}$$

Cuando la temperatura sube a  $75^\circ\text{C}$ , los valores de  $\beta$ ,  $I_{CBO}$  y  $V_{BE}$  serán

$$\beta = 150$$

$$I_{CBO(t)} = I_{CBO} 2^{(t-25)/10} = 10 \cdot 2^{(75^\circ\text{C}-25^\circ\text{C})/10} = 10 \cdot 2^5 = 320 \text{ mA}$$

$$V_{BE(t)} = V_{BE} - 2,5 \cdot 10^{-3} (t - 25) = 0,7 - 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot (75^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}) = 0,575 \text{ V}$$

La corriente  $I_C$  a  $75^\circ\text{C}$  será

$$I_C = \frac{3,5 + 8,24 \cdot 10^3 \cdot 320 \cdot 10^{-9} - 0,575}{1 \cdot 10^3 + \frac{8,24 \cdot 10^3}{150}} = 2,77 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 2,77 \text{ mA}$$

9.7. Los parámetros del transistor del amplificador EC de la Figura 9.4 valen:  $r_e = 1,1 \text{ k}\Omega$ ,  $\mu_e = 0$ ,  $\beta' = 50$  y  $\rho_e = 40 \text{ k}\Omega$ . Hallar el valor de las siguientes magnitudes:  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$ , suponiendo que  $R_g = 1 \text{ k}\Omega$  y la resistencia de carga  $R = 5 \text{ k}\Omega$ .

Solución:

- Resistencia de entrada:  $R_e = r_e = 1,1 \text{ k}\Omega$ .
- Resistencia de salida:  $R_s = \rho_e = 40 \text{ k}\Omega$ .
- Ganancia de corriente:  $A_i = \frac{\beta'}{1 + \frac{R}{\rho_e}} = \frac{50}{1 + \frac{5}{40}} = 44,4$ .
- Ganancia de tensión:  $A_v = \frac{-\beta' R}{r_e \left(1 + \frac{R}{\rho_e}\right)} = -202$ .

9.8. Suponiendo que los parámetros híbridos del transistor de un amplificador montaje EC, a temperatura ambiente, para un determinado valor de  $I_C$ , son:  $h_{ie} = 1,1 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{re} = 4 \cdot 10^{-4}$ ,  $h_{fe} = 50$  y  $h_{oe} = 25 \mu\text{S}$ , calcular  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  si  $R_g$  y  $R$  tienen el mismo valor que en el ejercicio anterior.

Solución: Según las expresiones de la tabla 9.1:

$$R_e = h_{ie} - \frac{h_{re} h_{fe}}{h_{oe} + 1/R} = 1,1 - \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 50}{0,025 + 1/5} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_s = \frac{R_g + h_{ie}}{h_{oe} R_g + h_{oe} h_{ie} - h_{fe} h_{re}} = \frac{1 + 1,1}{0,025 \cdot 1 + 0,025 \cdot 1,1 - 50 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 64 \Omega$$

$$A_i = \frac{h_{fe}}{1 + R h_{oe}} = \frac{50}{1 + 5 \cdot 0,025} = 44,4$$

$$A_v = -\frac{h_{fe} R}{R_e (1 + R h_{oe})} = -\frac{50 \cdot 5}{1(1 + 5 \cdot 0,025)} = -222$$

9.9. Dibujar el circuito equivalente del amplificador BC de la Figura 9.6, utilizando los parámetros híbridos del montaje EC. Deducir las expresiones de  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$ , suponiendo que  $h_{re} = h_{oe} = 0$ .

Solución:

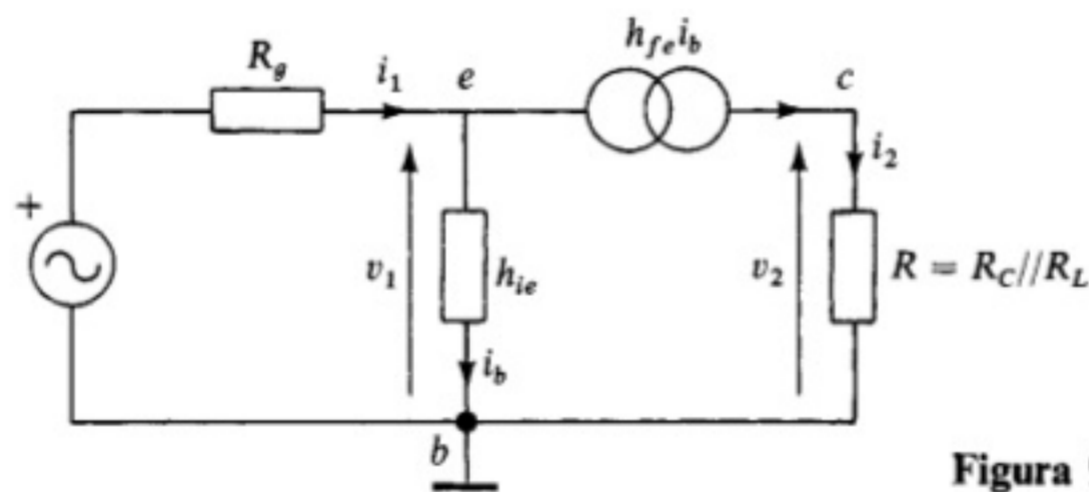


Figura 9.18.

Las ecuaciones que se obtienen del circuito son:

$$\begin{aligned} (1) \quad v_1 &= i_b h_{ie} & (2) \quad i_1 &= i_b + i_b h_{fe} = i_b(1 + h_{fe}) \\ (3) \quad i_2 &= i_b h_{fe} & (4) \quad v_2 &= i_b h_{fe} R \end{aligned}$$

Dividiendo (1) entre (2):  $\frac{v_1}{i_1} = R_e = h_{ie}/(1 + h_{fe})$ .

Dividiendo (3) entre (2):  $\frac{i_2}{i_1} = A_i = h_{fe}/(1 + h_{fe})$ .

Dividiendo (4) entre (1):  $\frac{v_2}{v_1} = A_v = h_{fe} R/h_{ie}$ .

La resistencia de salida ha de medirse sin la resistencia de carga  $R$  y colocando en su lugar un generador equivalente a  $v_2$ . En estas condiciones,  $i_2 = 0$  y, por tanto,

$$R_s = \frac{v_2}{i_2} = \infty$$

- 9.10.** Calcular las magnitudes  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A'_v$  de un amplificador CC, suponiendo que los parámetros  $h_{ie}$  y  $h_{fe}$  y los valores de  $R_g$  y  $R$  son los mismos que en el Problema 9.8. Los parámetros  $h_{re}$  y  $h_{oe}$  en este caso vale cero.

**Solución:**

- a) La ganancia de corriente se obtiene mediante la ecuación:  $A_i = h_{fe} + 1 = 51$ .
- b) La ganancia de tensión será  $A'_v = \frac{R(h_{fe} + 1)}{R(h_{fe} + 1) + h_{ie}} = \frac{5 \cdot 51}{5 \cdot 51 + 1,1} = 0,99 \approx 1$ .
- c) La resistencia de entrada será  $R_e = h_{ie} + R(h_{fe} + 1) = 1,1 + 5 \cdot 51 = 256 \text{ k}\Omega$ .
- d) La resistencia de salida vale  $R_s = \frac{R_g + h_{ie}}{h_{fe} + 1} = \frac{1 + 1,1}{51} = 0,041 \text{ k}\Omega = 41 \text{ }\Omega$ .

Esto demuestra que, en un amplificador con realimentación tensión-serie, la resistencia de entrada aumenta y la de salida disminuye (Tabla 8.3).

- 9.11.** En un circuito con realimentación corriente-serie como el de la Figura 9.9 la resistencia  $R_{E_3} = 500 \text{ }\Omega$ ,  $R = R_C // R_L$  vale  $5 \text{ k}\Omega$  y  $R_g = 1 \text{ k}\Omega$ . Los parámetros híbridos del transistor son:  $h_{ie} = 1,1 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{re} = 0$ ,  $h_{fe} = 50$  y  $h_{oe} = 0$ . Hallar  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A'_v$ .

**Solución:** Para el cálculo de  $A_i$ ,  $A'_v$ ,  $R_e$  y  $R_s$  utilizaremos las expresiones de la Tabla 9.4:

- a) Ganancia de corriente:  $A_i = h_{fe} = 50$ .
- b) Ganancia de tensión:  $A'_v = -\frac{R h_{fe}}{h_{ie} + R_{E_2}(h_{fe} + 1)} = -\frac{5 \cdot 50}{1,1 + 0,5 \cdot 51} = -9,4$ .

El valor aproximado de  $A'_v$  se puede obtener también:  $A'_v \approx \frac{-R}{R_{E_2}} = \frac{-5}{0,5} = -10$ .

Como podemos comprobar, la ganancia de tensión, en este caso, es prácticamente independiente de los parámetros del transistor.

c) Resistencia de entrada:  $R_e = h_{ie} + R_{E_2}(1 + h_{fe}) = 1,1 + 0,5(1 + 50) = 26,6 \text{ k}\Omega$ .

d) Resistencia de salida:  $R_s \approx \infty$  (en el análisis hemos supuesto  $h_{oe} = 0$ ).

Como éste es un caso de realimentación corriente-serie, las resistencias de entrada y salida aumentan respecto al circuito sin realimentar.

- 9.12. Los parámetros del transistor del amplificador de la Figura 9.19 valen:  $h_{ie} = r_e = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $h_{re} = \mu_e = 0$ ;  $h_{fe} = h_{FE} = \beta = \beta' = 60$ ; y  $h_{oe} = 1/\rho_e = 0,1 \text{ mS}$ . Calcular: a) El valor de la resistencia de carga suponiendo que  $R = R_C // R_L$ . b) Los valores de  $I_B$ ,  $I_C$  y  $V_{CE}$ . c) El valor de la tensión y de la corriente en los puntos de corte de la recta de carga con los ejes  $x$  e  $y$ . d) Las ganancias de corriente  $A_i$  y tensión  $A_v$  y las resistencias de entrada  $R_e$  y salida  $R_s$ . e) El valor de la señal a la entrada del amplificador  $v_1$  y el de la señal de salida  $v_2$ . f) La ganancia de potencia, de tensión y de corriente expresada en dB.

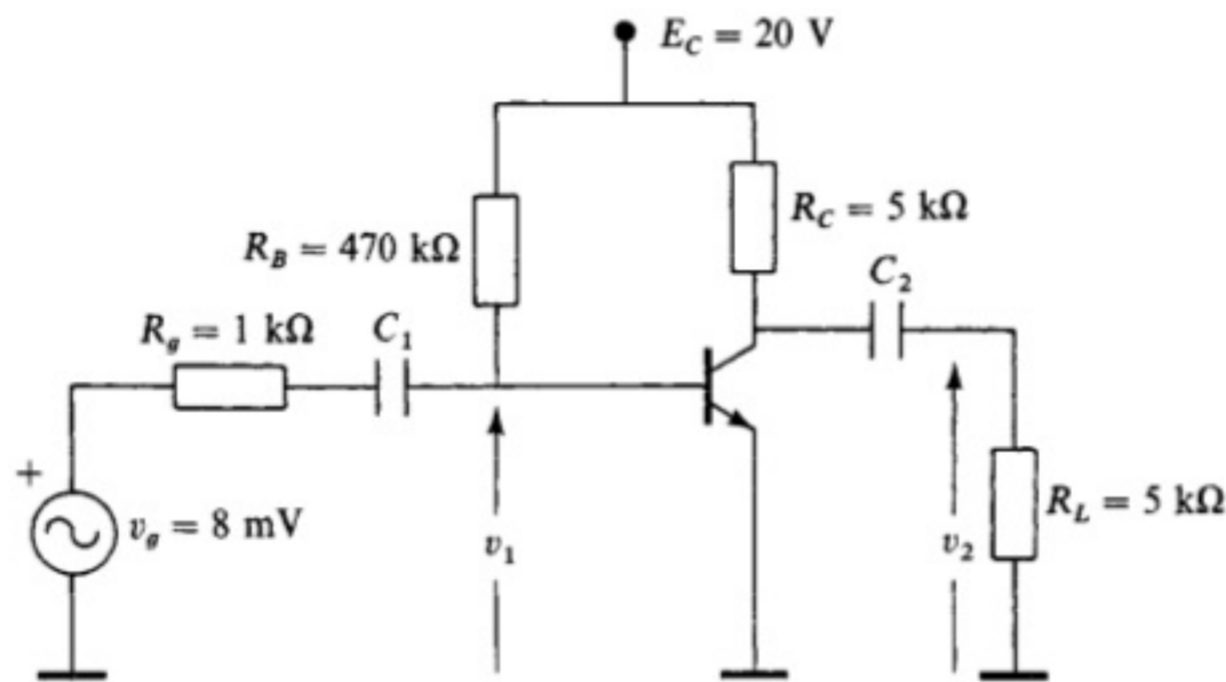


Figura 9.19.

**Solución:**

a) El valor de la resistencia de carga dinámica será

$$R = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ k}\Omega$$

b) Las coordenadas del punto de reposo  $Q$ , suponiendo que  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ , serán

$$I_B = \frac{E_C - V_{BE}}{R_B} = \frac{20 - 0,7}{470} = 0,041 \text{ mA}$$

$$I_C = h_{FE} I_B = 60 \cdot 0,041 = 2,46 \text{ mA}$$

$$V_{CE} = E_C - I_C R_C = 20 - 2,46 \cdot 5 = 7,68 \text{ V}$$

c) La recta de carga corta a los ejes  $x$  e  $y$  en los siguientes valores de  $I_C$  y  $V_{CE}$ :

$$E_C = V_{CE} + I_C R_C$$



- Para  $V_{CE} = 0$   $I_C = \frac{E_C}{R_C} = \frac{20}{5} = 4 \text{ mA}$ .
- Para  $I_C = 0$   $V_{CE} = E_C = 20 \text{ V}$ .

d) Los valores de las ganancias y de las resistencias de entrada y salida serán

$$A_i = \frac{\beta'}{1 + \frac{R}{\rho_e}} = \frac{60}{1 + \frac{2,5}{10}} = 48 \quad ; \quad A_v = -A_i \frac{R}{r_e} = -48 \frac{2,5}{1} = -120$$

$$R_e = r_e = 1 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_s = \rho_e = 10 \text{ k}\Omega$$

e) El valor de la señal de entrada al amplificador será

$$v_1 = \frac{v_g}{R_g + r_e} r_e = \frac{8}{2} \cdot 1 = 4 \text{ mV}$$

La tensión alterna de salida, cuando la señal del generador de entrada valga 8 mV, será

$$v_2 = A_v v_1 = -120 \cdot 4 = -480 \text{ mV} = -0,48 \text{ V}$$

f) Por último, las ganancias  $a_v$ ,  $a_i$  y  $a_p$ , expresadas en dB, serán

$$a_v = 20 \log A_v = 20 \log 120 = 41,58 \text{ dB}$$

$$a_i = 20 \log A_i = 20 \log 48 = 33,6 \text{ dB}$$

$$a_p = 10 \log A_v A_i = 10 \log (120 \cdot 48) = 37,6 \text{ dB}$$

9.13. En el amplificador de la Figura 9.20 los parámetros del transistor valen:  $h_{ie} = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{fe} = h_{FE} = 100$  y  $h_{oe} = h_{re} = 0$ . Hallar: a)  $I_B$ ,  $I_C$  y  $V_{CE}$ . b)  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$ . c)  $v_1$  y  $v_2$ . d) Las ganancias  $a_i$ ,  $a_v$  y  $a_p$  en dB.

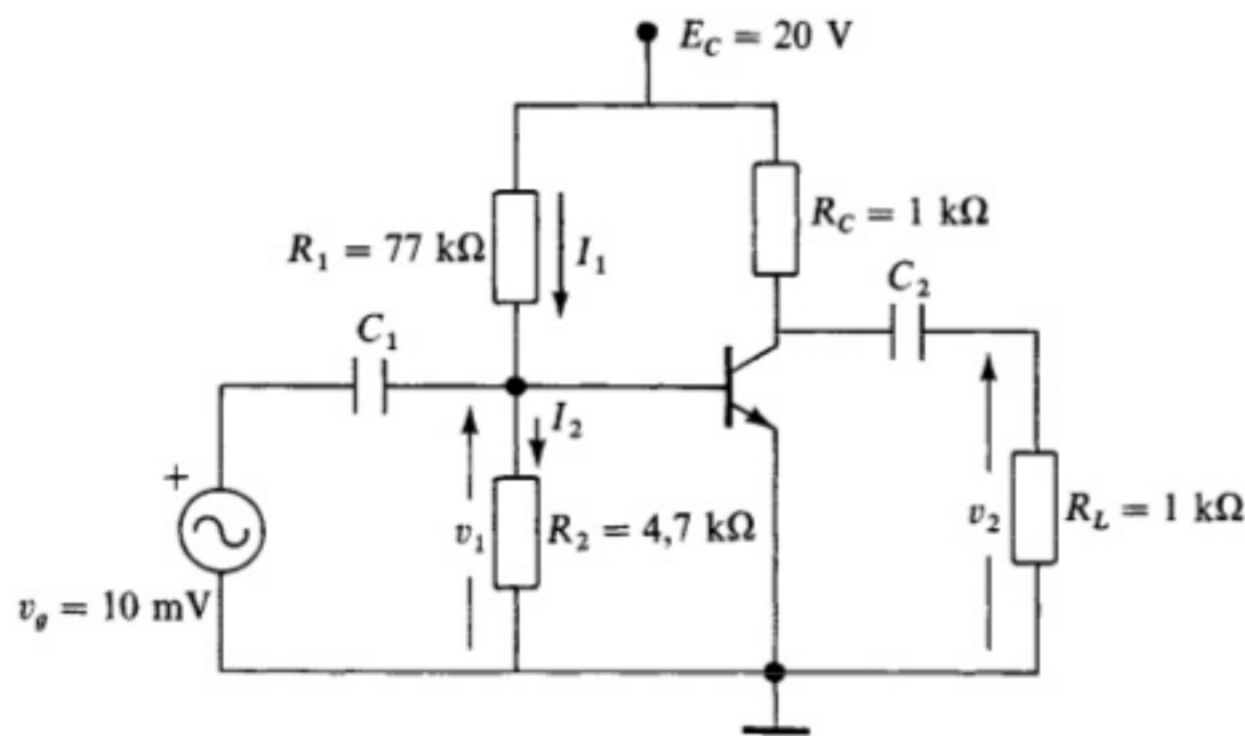


Figura 9.20.

**Solución:**

a) Las corrientes  $I_1$  e  $I_2$  que circulan por las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ , respectivamente, serán

$$I_1 = \frac{E_C - V_{BE}}{R_1} = \frac{20 - 0,7}{77} = 0,25 \text{ mA} \quad ; \quad I_2 = \frac{V_{BE}}{R_2} = \frac{0,7}{4,7} = 0,15 \text{ mA}$$

La corriente de base en continua será  $I_B = I_1 - I_2 = 0,25 - 0,15 = 0,10 \text{ mA}$ .

La corriente de colector:  $I_C = h_{FE} I_B = 100 \cdot 0,1 = 10 \text{ mA}$ .

La tensión constante colector-emisor será  $V_{CE} = E_C - I_C R_C = 20 - 10 \cdot 1 = 10 \text{ V}$ .

b) Los valores de  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  serán

$$R_e = h_{ie} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_s = \frac{1}{h_{oe}} = \infty$$

$$A_i = \frac{h_{fe}}{1 + R h_{oe}} = h_{fe} = 100$$

$$A_v = - \frac{h_{fe} R}{h_{ie} (1 + R h_{oe})} = - \frac{h_{fe} R}{h_{ie}} = - \frac{100 \cdot 0,5}{1} = -50$$

ya que  $R = R_C // R_L = 0,5 \text{ k}\Omega$ .

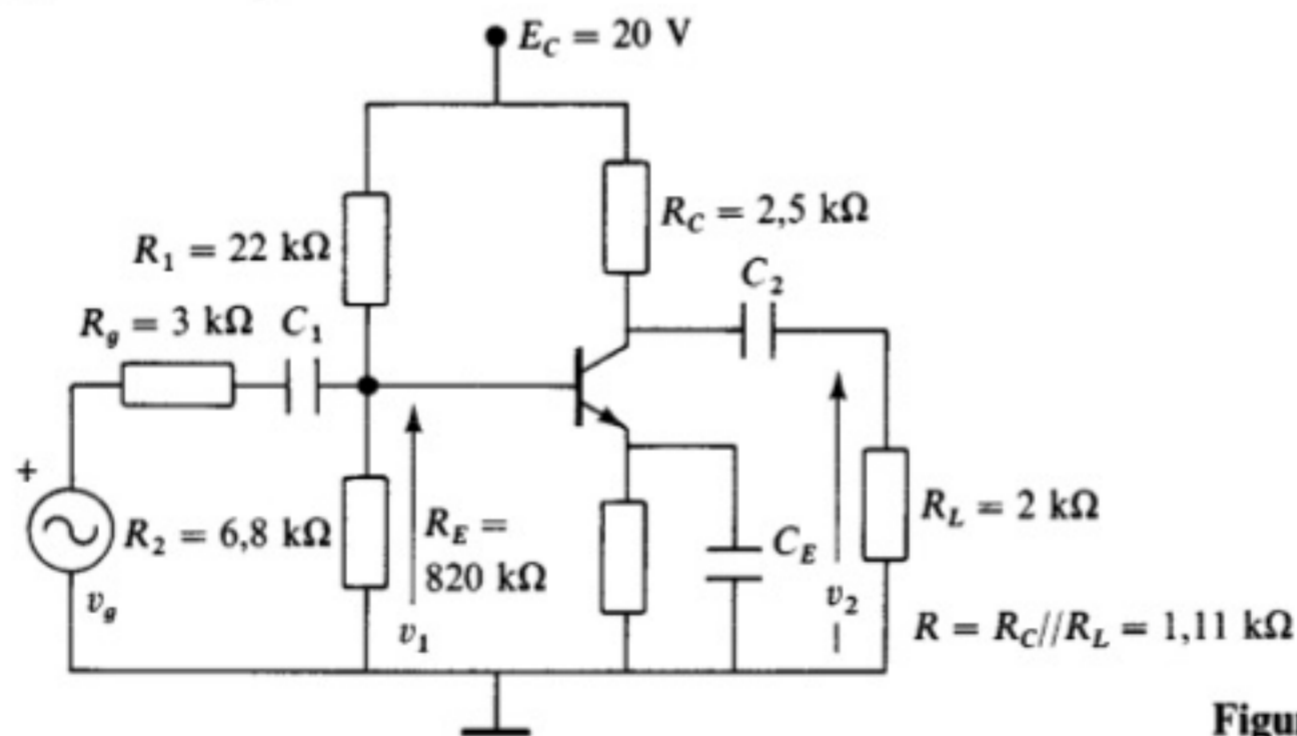
c) Como la resistencia del generador  $R_g = 0$ :  $v_1 = v_g = 10 \text{ mV}$ .

La señal de salida será:  $v_2 = A_v v_1 = -50 \cdot 10 = -500 \text{ mV} = -0,5 \text{ V}$ .

d) Las ganancias expresadas en dB serán:

$$a_1 = 20 \log 100 = 40 \text{ dB} \quad ; \quad a_v = 20 \log 50 = 34 \text{ dB} \quad ; \quad a_p = 10 \log (100 \cdot 50) = 37 \text{ dB}$$

**9.14.** En la Figura 9.21 se muestra una etapa amplificadora montaje EC con polarización universal. Los parámetros del transistor valen:  $h_{ie} = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{re} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $h_{fe} = 100$  y  $h_{oe} = 0,015 \text{ mS}$ . Calcular: a) La corriente en continua  $I_C$  y la tensión colector-emisor  $V_{CE}$ . b) Las ganancias  $A_i$  y  $A_v$  y las resistencias de entrada  $R_e$  y salida  $R_s$ . c)  $v_1$  y  $v_2$ , cuando  $v_g = 20 \text{ mV}$ .



**Figura 9.21.**

**Solución:**

a) Estudio en cc: El Thevenin equivalente entre la base del transistor y tierra será

$$E_T = \frac{E_C}{R_1 + R_2} R_2 = \frac{20}{22 + 6,8} \cdot 6,8 = 4,7 \text{ V}$$

La corriente de colector será  $I_C = \frac{E_T - V_{BE}}{R_E} = \frac{4,7 - 0,7}{0,82} = 4,88 \text{ mA}$ .

La tensión colector-emisor será  $V_{CE} = E_C - I_C(R_C + R_E) = 20 - 4,88(2,5 + 0,82) = 3,8 \text{ V}$ .

b) Las ganancias y resistencias de entrada y salida serán

$$R_e = h_{ie} - \frac{h_{re}h_{fe}}{h_{oe} + 1/R} = 2 - \frac{2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 100}{0,015 + \frac{1}{1,11}} = 1,97 \text{ k}\Omega$$

$$R_s = \frac{R_g + h_{ie}}{h_{oe}R_g + h_{oe}h_{ie} + h_{fe}h_{re}} = \frac{3 + 2}{0,015 \cdot 3 + 0,015 \cdot 2 + 100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} = 50 \text{ k}\Omega$$

$$A_i = \frac{h_{fe}}{1 + Rh_{oe}} = \frac{100}{1 + 1,11 \cdot 0,015} = 98,36$$

$$A_v = -A_i \frac{R}{R_e} = -98,36 \cdot \frac{1,11}{1,97} = -55,5$$

c) Las señales alternas de entrada y salida cuando  $v_g = 20 \text{ mV}$ , serán

$$v_1 = \frac{v_g}{R_g + R_e} R_e = \frac{20}{3 + 1,97} \cdot 1,97 \approx 8 \text{ mV} \quad ; \quad v_2 = A_v v_1 = -55,5 \cdot 8 = 444 \text{ mV} = 0,444 \text{ V}$$

**9.15.** Suponiendo que 20 mV es el valor máximo de la señal del generador del problema anterior, hallar la potencia transferida de aquél al amplificador y de éste a la carga.

**Solución:** El valor eficaz de la señal  $v_g$  será

$$V_g = \frac{v_g}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14,14 \text{ mV}$$

Como  $R_e \approx 2 \text{ k}\Omega$ , el valor eficaz de la tensión de entrada al amplificador, despreciando el valor  $h_r v_2$ , será

$$V_1 \approx \frac{V_g}{R_g + R_e} R_e = \frac{14,14}{3 + 2} \cdot 2 = 5,65 \text{ mV}$$

La potencia transferida del generador al amplificador será

$$P_{R_e} = \frac{V_1^2}{R_e} = \frac{(5,65 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 10^3} = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

El valor eficaz de la señal aplicada a la carga  $R$  será

$$V_2 = \frac{v_2}{\sqrt{2}} = \frac{0,444}{\sqrt{2}} = 0,314 \text{ V}$$

La potencia transferida a la carga será

$$P_R = \frac{V_2^2}{R} = \frac{0,314^2}{1,11 \cdot 10^3} = 8,88 \cdot 10^{-5} \text{ W}$$

**9.16.** Repetir el problema anterior suponiendo que  $R_e = R_g = 3 \text{ k}\Omega$  y que  $R = R_s$ .

**Solución:** El valor eficaz de la señal de entrada al amplificador en este caso valdrá

$$V_1 \approx \frac{V_g}{2} = \frac{14,14}{2} = 7,07 \text{ mV}$$

El valor de la resistencia de salida será

$$R_s = \frac{R_g + h_{ie}}{h_{oe}R_g + h_{oe}h_{ie} + h_{fe}h_{re}} = \frac{3 + 3}{0,015 \cdot 3 + 0,015 \cdot 3 + 100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} = 52 \text{ k}\Omega$$

Las ganancias de corriente y tensión valdrán

$$A_i = \frac{h_{fe}}{1 + Rh_{oe}} = \frac{100}{1 + 52 \cdot 0,015} = 56 \quad ; \quad A_v = -A_i \frac{R}{R_e} = -56 \frac{52}{3} = 1\,048$$

El valor eficaz de la señal en la carga será

$$V_2 = A_v V_1 = 1\,048 \cdot 7,07 \cdot 10^{-3} = 7,4 \text{ V}$$

Las potencias transferidas serán

$$P_{R_e} = \frac{V_1^2}{R_e} = \frac{(7,07 \cdot 10^{-3})^2}{3 \cdot 10^3} = 1,66 \cdot 10^{-8} \text{ W} \quad ; \quad P_R = \frac{V_2^2}{R} = \frac{7,4^2}{52 \cdot 10^3} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

Para que fuera posible obtener una señal de salida  $V_2$  de valor 7,4 V, sería necesario aumentar la tensión del generador  $E_C$ . Asimismo, para que el valor de la resistencia de carga fuera  $R = 52 \text{ k}\Omega$ , sería necesario aumentar los valores de  $R_C$ ,  $R_1$  y  $R_2$  del circuito de la Figura 9.21.

**9.17.** Calcular el valor de la resistencia  $R_S$  en un circuito como el de la Figura 9.10, suponiendo que los valores límites de  $I_{DSS}$  y  $V_P$  proporcionados por las hojas de características son

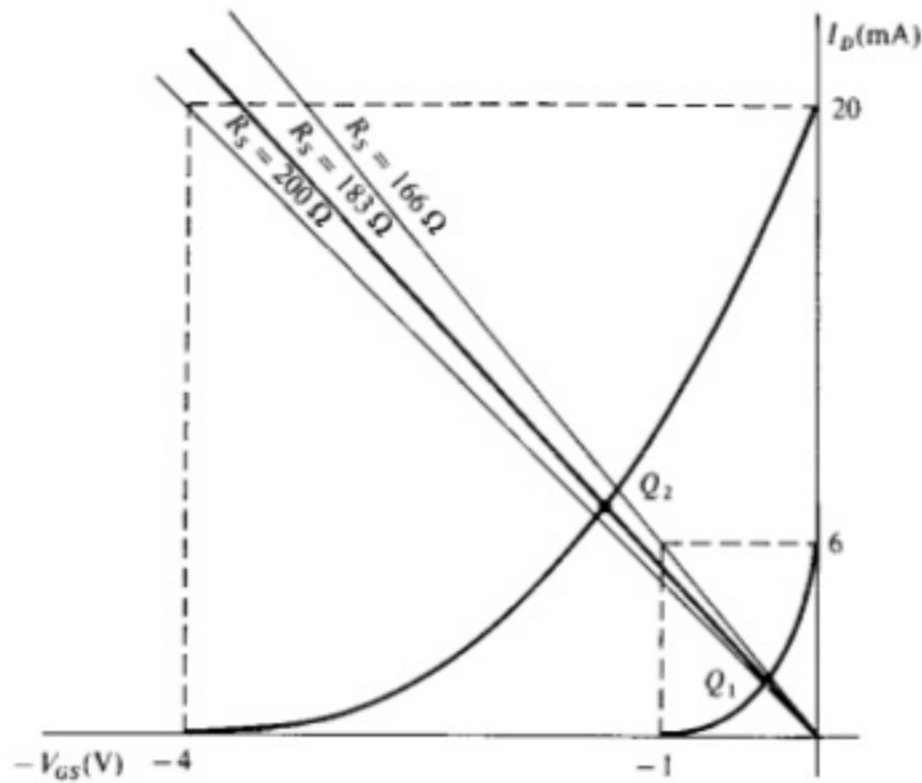
$$\begin{aligned} I_{DSS(\text{máx})} &= 20 \text{ mA} \quad ; \quad |V_{P(\text{máx})}| = 4 \text{ V} \\ I_{DSS(\text{mín})} &= 6 \text{ mA} \quad ; \quad |V_{P(\text{mín})}| = 1 \text{ V} \end{aligned}$$

Situar el punto de funcionamiento sobre las características de transferencia.

**Solución:**

$$\frac{|V_P(\text{máx})|}{I_{DSS(\text{máx})}} = \frac{4}{20 \cdot 10^{-3}} = 200 \Omega \quad ; \quad \frac{|V_P(\text{mín})|}{I_{DSS(\text{mín})}} = \frac{1}{6 \cdot 10^{-3}} = 166 \Omega$$

El valor de  $R_S$  será la semisuma de las cantidades obtenidas:  $R_S = \frac{200 + 166}{2} = 183 \Omega$ .



**Figura 9.22.**

- 9.18.** a) Hallar  $I_D$  y  $V_{DS}$  del circuito de la Figura 9.11 cuando  $V_{GS} = -2$  V, suponiendo que  $E_D = 30$  V,  $R_1 = R_2 = 100$  k $\Omega$ ,  $R_S = 6,8$  k $\Omega$  y  $R_D = 3,3$  k $\Omega$ . b) Calcular nuevamente  $I_D$  e  $V_{DS}$  si  $V_{GS} = -3$  V.

**Solución:** La tensión en la puerta del FET será:  $E_T = 15$  V.

- a) La corriente de drenador, cuando  $V_{GS} = -2$  V, será

$$I_D = \frac{E_T - V_{GS}}{R_S} = \frac{15 - (-2)}{6,8} = 2,5 \text{ mA}$$

$$V_{DS} = E_D - I_D(R_D + R_S) = 30 - 2,5(3,3 + 6,8) = 4,75 \text{ V}$$

- b) Cuando  $V_{GS} = -3$  V:

$$I_D = \frac{E_T - V_{GS}}{R_S} = \frac{15 - (-3)}{6,8} = 2,6 \text{ mA}$$

$$V_{DS} = E_D - I_D(R_D + R_S) = 30 - 2,6(3,3 + 6,8) = 3,3 \text{ V}$$

- 9.19.** Hallar la tensión  $V_{DS}$  entre drenador y surtidor del FET del circuito de la Figura 9.23. Los parámetros del FET son:  $V_P = 5$  V e  $I_{DSS} = -15$  mA.

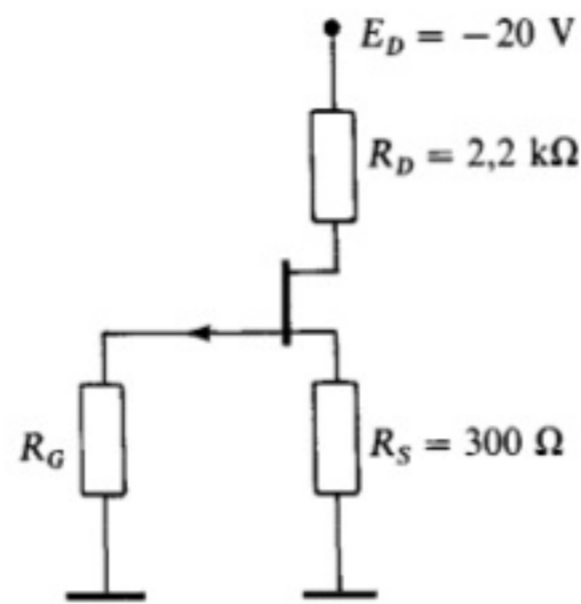


Figura 9.23.

**Solución:** Por tratarse de un sistema autopolarizado:

$$I_D = \frac{V_{GS}}{R_S}$$

Por otra parte, la ecuación que representa la característica de transferencia de un FET es

$$I_D = I_{DSS} \left( 1 + \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2$$

Sustituyendo valores:

$$I_D = \frac{V_{GS}}{0,3} \quad ; \quad I_D = -15 \left( 1 - \frac{V_{GS}}{0,3} \right)^2$$

Resolviendo el sistema:  $V_{GS} = 1,82 \text{ V}$  e  $I_D = -6 \text{ mA}$ .

La ecuación de la recta de carga es:  $E_D = V_{DS} + (R_D + R_S)I_D$ .

De donde  $V_{DS} = E_D - (R_D + R_S)I_D = -20 + (2,2 + 0,3)6 = -5 \text{ V}$ .

- 9.20.** En un circuito autopolarizado como el de la Figura 9.10,  $E_D = 20 \text{ V}$ ,  $R_D = 3,3 \text{ k}\Omega$ . Calcular el valor de  $R_S$  suponiendo que los valores límites de los parámetros de este tipo de FET son:  $10 \text{ mA} > I_{DSS} > 2 \text{ mA}$  y  $-2 \text{ V} > V_P > -6 \text{ V}$ . Calcular  $V_{GS}$ ,  $I_D$  y  $V_{DS}$  suponiendo que los valores de los parámetros, para un determinado transistor, son:  $I_{DSS} = 6 \text{ mA}$  y  $V_P = -4 \text{ V}$ .

**Solución:**

$$R_S = \frac{\frac{|V_{P(\text{máx})}|}{I_{DSS(\text{máx})}} + \frac{|V_{P(\text{mín})}|}{I_{DSS(\text{mín})}}}{2} = \frac{\frac{6}{10 \cdot 10^{-3}} + \frac{2}{2 \cdot 10^{-3}}}{2} = 350 \Omega$$

Para obtener los valores de  $I_D$  y  $V_{GS}$  en el caso particular del circuito con un FET cuyos parámetros son:  $V_P = -4 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 6 \text{ mA}$  es necesario establecer las siguientes ecuaciones:

$$I_D = -\frac{V_{GS}}{R_S} \quad ; \quad I_D = I_{DSS} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2$$

Sustituyendo valores:

$$I_D = -\frac{V_{GS}}{0,350} ; I_D = 6 \left(1 + \frac{V_{GS}}{4}\right)^2$$

Resolviendo el sistema encontramos como solución válida

$$V_{GS} = -1,1 \text{ V e } I_D = 3,15 \text{ mA}$$

Por último, el valor de  $V_{DS}$  será

$$V_{DS} = E_D - (R_D + R_S)I_D = 20 - (3,3 + 0,350)3,15 = 8,5 \text{ V}$$

9.21. Los parámetros del FET del circuito de la Figura 9.24 valen:  $V_P = -6 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$ . Hallar los valores de  $R_S$  y  $R_D$  para que la tensión drenador-surtidor  $V_{DS} = 3 \text{ V}$  y la tensión  $V_{GS} = -2 \text{ V}$ . Hallar de nuevo  $I_D$  y  $V_{GS}$ , suponiendo que el transistor anterior es reemplazado por otro de la misma serie cuyos características son:  $V_P = -4 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 6 \text{ mA}$ .

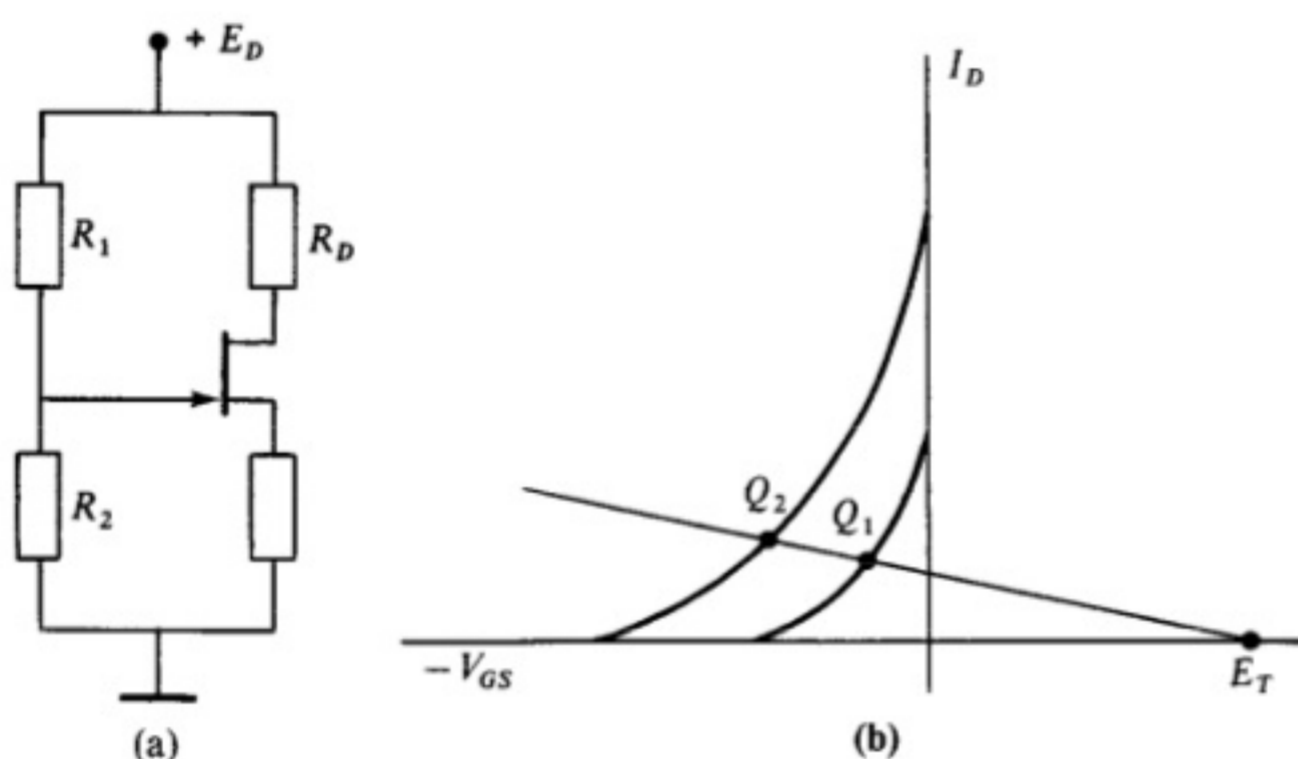


Figura 9.24.

**Solución:** La tensión en la puerta del FET será:  $E_T = 7,5 \text{ V}$  y la corriente de drenador:

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 = 10 \left(1 - \frac{-2}{-6}\right)^2 = 4,44 \text{ mA}$$

Por tanto,

$$R_S = \frac{E_T - V_{GS}}{I_D} = \frac{7,5 + 2}{4,44} = 2,14 \text{ k}\Omega$$

De la ecuación:

$$E_D = V_{DS} + (R_D + R_S)I_D ; 15 = 3 + (R_D + 2,14)4,44 ; R_D \approx 600 \Omega$$

Si los valores de las características del nuevo FET son:  $V_P = -4 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 6 \text{ mA}$ ,  $I_D$  y  $V_{GS}$  se pueden obtener a partir de las ecuaciones:

$$I_D = \frac{7,5 - V_{GS}}{2,14} \quad ; \quad I_D = 6 \left(1 + \frac{V_{GS}}{4}\right)^2$$

Resolviendo el sistema:

$$V_{GS} = -0,78 \text{ V} \quad ; \quad I_D = 3,87 \text{ mA}$$

Como se puede comprobar, la variación de  $I_D$  es muy pequeña, aunque los valores de  $V_P$  e  $I_{DSS}$  sean sensiblemente menores que los del primer transistor. El punto de reposo  $Q$  es, por consiguiente, muy estable con este sistema de polarización.

- 9.22.** La transconductancia  $g_m$  de un FET de unión vale  $3\,000 \mu\text{S}$  y la resistencia de carga  $R$  del circuito amplificador SC en el que está integrado vale  $4,7 \text{ k}\Omega$ . Calcular la ganancia de tensión  $A_v$  y la tensión de salida  $v_2$  cuando la señal del generador  $v_g = 100 \text{ mV}$ .

**Solución:**

$$A_v = -g_m R = -3 \text{ mS} \cdot 4,7 \text{ k}\Omega = 14,1 \quad ; \quad v_2 = v_1 \cdot A_v = 0,1 \text{ V} \cdot 14,1 = 1,41 \text{ V}$$

- 9.23.** La potencia máxima que un amplificador puede entregar a la carga es de  $5 \text{ W}$ . Averiguar la potencia absorbida del generador de cc y la potencia disipada por los transistores suponiendo que la etapa de salida es: **a)** Clase A con un solo transistor. **b)** Clase A push-pull. **c)** Clase B.

**Solución:**

- a)** El rendimiento de una etapa clase A es del 25 %, por tanto,

$$P_{CC} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{5 \text{ W}}{0,25} = 20 \text{ W}$$

La potencia disipada por el transistor, suponiendo que el rendimiento es del 25 %, será

$$P_{d(\text{min})} = 3P_u = 3 \cdot 5 = 15 \text{ W}$$

En ausencia de señal a la entrada, el transistor tendrá que disipar los  $20 \text{ W}$  absorbidos del generador de cc.

- b)** El rendimiento en este caso también es del 25 %, por tanto, la potencia absorbida será la misma que en el caso anterior:  $P_{CC} = 20 \text{ W}$ .

La potencia disipada se repartirá entre los dos transistores, por tanto

$$P_{d_1} = P_{d_2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ W}$$

Sin señal de entrada, cada transistor disipará  $10 \text{ W}$ .



c) El rendimiento en este caso es del 78,5 %, por tanto,

$$P_{CC} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{5}{0,785} = 6,37 \text{ W}$$

La potencia máxima disipada por el conjunto de los dos transistores será

$$P_{d(\text{máx})} = 0,4P_u = 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ W}$$

Por tanto, cada transistor disipará 1 W.

**9.24.** En el circuito Darlington de la Figura 9.25 los transistores están funcionando en activa. Las ganancias de corriente en continua valen  $h_{FE_1} = 40$  y  $h_{FE_2} = 30$ . Calcular: **a)** La corriente de base del transistor  $T_1$ . **b)** La corriente de colector de  $T_1$ . **c)** La corriente de base de  $T_2$ . **d)** La corriente de colector de  $T_2$ . **e)** La tensión colector-emisor en  $T_1$  y  $T_2$ . **f)** La relación entre  $I_{R_2}$  e  $I_{R_1}$ .

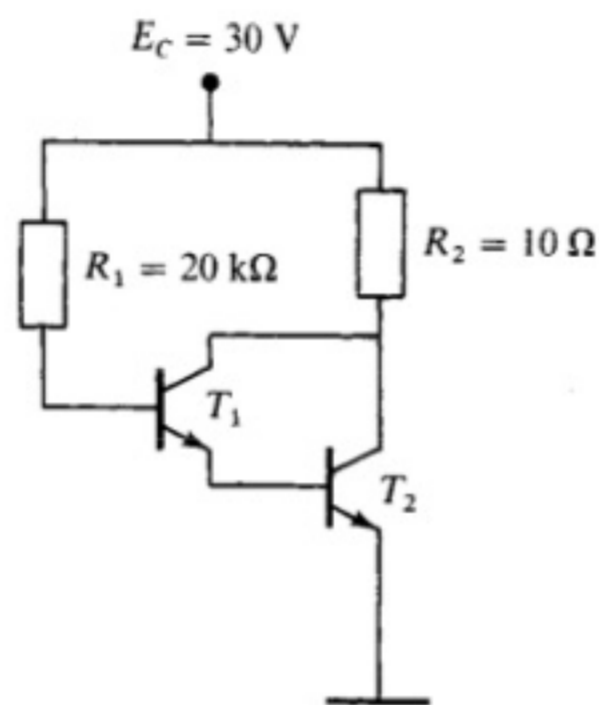


Figura 9.25.

**Solución:**

**a)** La corriente por la base del transistor  $T_1$  será

$$I_{B_1} = \frac{E_C - (V_{BE_1} + V_{BE_2})}{R_1} = \frac{30 - 1,4}{20 \text{ k}\Omega} = 1,43 \text{ mA}$$

**b)** Como el transistor está en activa, la corriente de colector valdrá

$$I_{C_1} = h_{FE_1} I_{B_1} = 40 \cdot 1,43 = 57,2 \text{ mA}$$

**c)** La corriente de base del transistor  $T_2$  será igual a la corriente de emisor de  $T_1$ :

$$I_{B_2} = I_{E_1} = I_{C_1} + I_{B_1} = 57,2 + 1,43 = 58,63 \text{ mA}$$

**d)** La corriente de colector por  $T_2$  será

$$I_{C_2} = h_{FE_2} I_{B_2} = 30 \cdot 58,63 = 1\,759 \text{ mA} \approx 1,76 \text{ A}$$

- e) La caída de tensión en la resistencia  $R_2$  será

$$V_{R_2} = (I_{C_1} + I_{C_2})R_2 = 1,816 \cdot 10 = 18,16 \text{ V}$$

Por tanto,  $V_{CE_2}$  será

$$V_{CE_2} = E_C - V_{R_2} = 30 - 18,16 = 11,84 \text{ V}$$

La tensión colector-emisor en  $T_1$  será 0,7 V menor que en  $T_2$ :

$$V_{CE_1} = V_{CE_2} - V_{BE_2} = 11,84 - 0,7 = 11,14 \text{ V}$$

- f) La corriente por la resistencia  $R_1$  es la misma que la de base de  $T_1$  y la corriente por  $R_2$  es la suma de  $I_{C_1} + I_{C_2}$ :

$$I_{R_1} = I_{B_1} = 1,43 \text{ mA} \quad ; \quad I_{R_2} = I_{C_1} + I_{C_2} = 1,816 \text{ A}$$

La relación entre ambas corrientes indicará el valor total de la ganancia de corriente o ganancia del conjunto:

$$h_{FE} = \frac{I_{R_2}}{I_{R_1}} = \frac{1,816}{0,00143} = 1\,270$$

Este resultado se ajusta a la siguiente ecuación:  $h_{FE} = h_{FE_1}h_{FE_2} + h_{FE_1} + h_{FE_2}$ , que es lo que vale con exactitud la ganancia de corriente del conjunto Darlington.

- 9.25. La resistencia térmica unión-cápsula de un transistor de 115 W es de  $1,52^\circ\text{C/W}$ . Hallar el valor de la resistencia térmica cápsula-ambiente para que la temperatura en la unión no sobrepase los  $100^\circ\text{C}$  cuando el transistor disipe 20 W y la temperatura ambiente sea de  $25^\circ\text{C}$ .

**Solución:**

$$R_{t(ca)} = \frac{(T_j - T_a) - P_d R_{t(jc)}}{P_d} = \frac{100 - 25 - 20 \cdot 1,52}{20} = 2,23^\circ\text{C/W}$$

La resistencia térmica del radiador depende del tamaño, de la forma y del material con el que esté construido.

- 9.26. Calcular la potencia máxima que es capaz de disipar el transistor del problema anterior colocado sobre un radiador cuya resistencia térmica es la obtenida, es decir,  $2,23^\circ\text{C/W}$ , suponiendo que la temperatura máxima en la unión es de  $200^\circ\text{C}$ . ¿Cuál será la temperatura en la cápsula?

**Solución:** La potencia máxima que puede disipar el transistor para una determinada resistencia térmica unión-ambiente está limitada por la temperatura que es capaz de soportar la unión. Por tanto,

$$P_d = \frac{T_j - T_a}{R_{t(ja)}} = \frac{T_j - T_a}{R_{t(jc)} + R_{t(ca)}} = \frac{200 - 25}{1,52 + 2,23} = 46,66 \text{ W}$$

La temperatura en la cápsula será

$$T_{jc} = P_d R_{t(jc)} \quad ; \quad T_c = T_j - P_d R_{t(jc)} = 200 - 46,66 \cdot 1,52 = 129^\circ\text{C}$$

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

9.27. Hallar los valores de  $I_B$ ,  $I_C$  y  $V_{CE}$  en el circuito de la Figura 9.26. Trazar la recta de carga sobre el plano  $I_C = f(V_{CE})$  y situar el punto de reposo. La ganancia de corriente en continua  $h_{FE}$  vale 80 y la caída de tensión base-emisor  $V_{BE} = 0,7\text{V}$ . Hallar de nuevo  $I_B$ ,  $I_C$  y  $V_{CE}$  si  $h_{FE} = 120$ .

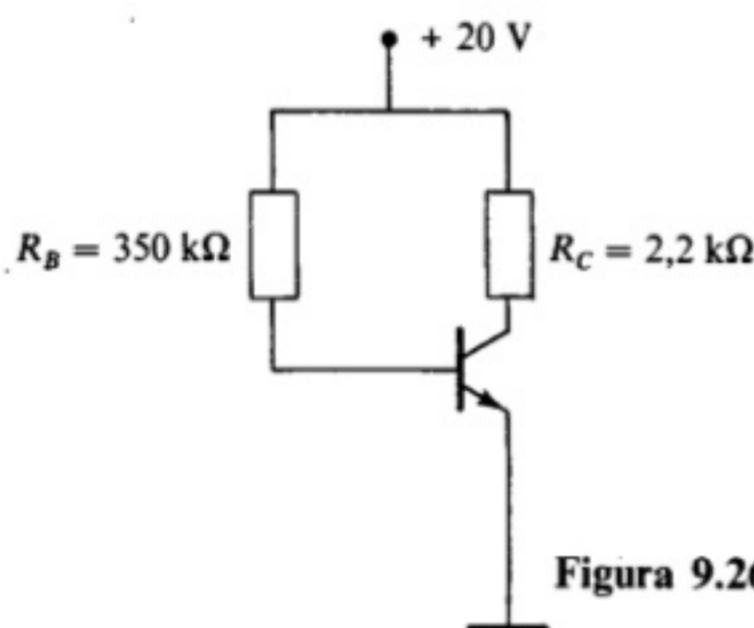


Figura 9.26.

**Solución:**

$$I_B = 55 \mu\text{A}; I_C = 4,4 \text{ mA}; V_{CE} = 10,32 \text{ V};$$

$$I_B = 55 \mu\text{A}; I_C = 6,6 \text{ mA}; V_{CE} = 5,5 \text{ V}.$$

9.28. La ganancia estática de corriente  $h_{FE}$  del transistor de la Figura 9.27 vale 60. Calcular la corriente de colector, la corriente de base y la tensión colector-emisor.  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ .

**Solución:**  $I_C = 0,333 \text{ mA}; I_B = 22,2 \mu\text{A}; V_{CE} = 6,33 \text{ V}.$

9.29. Hallar  $I_B$ ,  $I_C$  y  $V_{CE}$  en el circuito del problema anterior suponiendo que eliminamos la resistencia de  $7,5 \text{ k}\Omega$ . Razonar el resultado. ¿Cuál debería ser el valor de

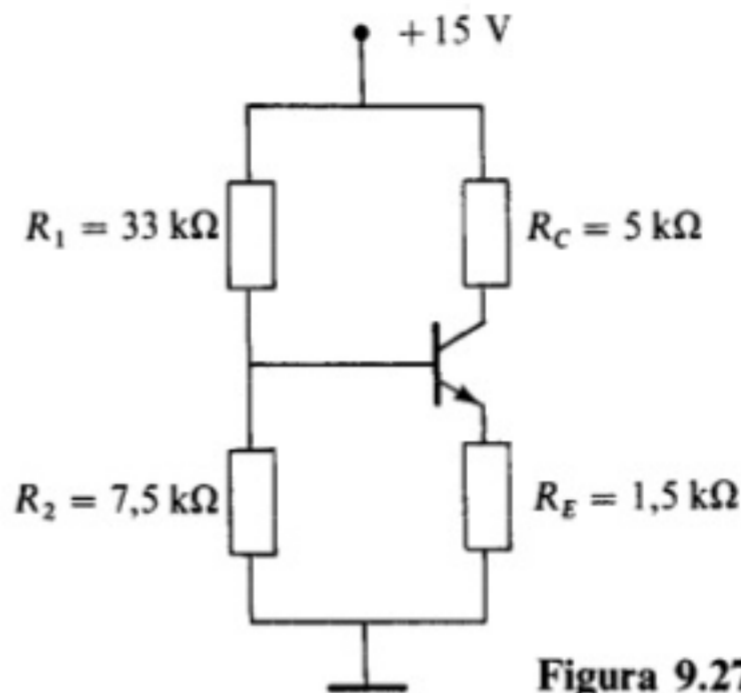


Figura 9.27.

$R_1$  para mantener las coordenadas del punto de reposo obtenidas en el Problema 9.51?

**Solución:**  $I_B = 0,116 \text{ mA}; I_C = 6,96 \text{ mA}; V_{CE} \approx 0,2 \text{ V}; R_1 = 560 \text{ k}\Omega.$

9.30. Los valores de  $\beta = h_{FE}$ ,  $I_{CBO}$  y  $V_{BE}$  de un transistor integrado en un circuito como el de la Figura 9.2 valen respectivamente 80, 20 nA y 0,8 V a  $25^\circ\text{C}$ . Las resistencias tienen como valor:  $R_1 = 22 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6,8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_C = 3,3 \text{ k}\Omega$  y  $R_E = 820 \Omega$ . La fem del generador de alimentación  $E_C = 20 \text{ V}$ . Calcular  $I_C$  y  $V_{CE}$  a  $25^\circ\text{C}$  y  $100^\circ\text{C}$ , suponiendo que a esta temperatura  $\beta = 200$  y que  $I_{CBO}$  y  $V_{BE}$  permanecen constantes.

**Solución:**

$$25^\circ\text{C}: I_C = 4,4 \text{ mA}; V_{CE} = 1,84 \text{ V}.$$

$$100^\circ\text{C}: I_C = 4,6 \text{ mA}; V_{CE} = 1,048 \text{ V}.$$

9.31. Averiguar las variaciones de  $I_C$  y  $V_{CE}$  del problema anterior, suponiendo que  $\beta$  y

$V_{BE}$  permanecen constantes e  $I_{CBO}$  se duplica cada  $10^\circ\text{C}$ .

**Solución:**  $I_C = 4,42 \text{ mA}$ ;  $V_{CE} = 1,78 \text{ V}$ .

- 9.32. Repetir de nuevo el Problema 9.30, manteniendo constante  $\beta$  e  $I_{CBO}$  y suponiendo que la tensión base-emisor disminuye  $2,5 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ .

**Solución:**  $I_C = 4,6 \text{ mA}$ ;  $V_{CE} = 1,048 \text{ V}$ .

- 9.33. Calcular la variación total de  $I_C$  en el Problema 9.30 cuando la temperatura pasa de  $25$  a  $100^\circ\text{C}$ , suponiendo que el aumento de temperatura hace variar simultáneamente los valores de  $\beta$ ,  $I_{CBO}$  y  $V_{BE}$ .

**Solución:**  $I_C = 4,84 \text{ mA}$ .

- 9.34. La resistencia de colector  $R_C$  de un circuito de polarización universal como el de la Figura 9.2 vale  $3,3 \text{ k}\Omega$  y la fem del generador  $E_C = 40 \text{ V}$ . Averiguar los valores de las resistencias  $R_E$ ,  $R_1$  y  $R_2$ .

**Solución:** Existen varias soluciones válidas.

- 9.35. El transistor del circuito de la Figura 9.28 tiene una ganancia de corriente en cc  $h_{FE}$  que vale 80. La corriente por el colector ha de ser  $I_C = 2 \text{ mA}$ . La fem del generador  $E_C$  vale  $20 \text{ V}$ . Calcular el valor de  $R_E$ ,  $R_1$  y  $R_2$ , suponiendo que no es posible hacer ninguna simplificación. El valor de la tensión base-emisor es de  $0,7 \text{ V}$ .

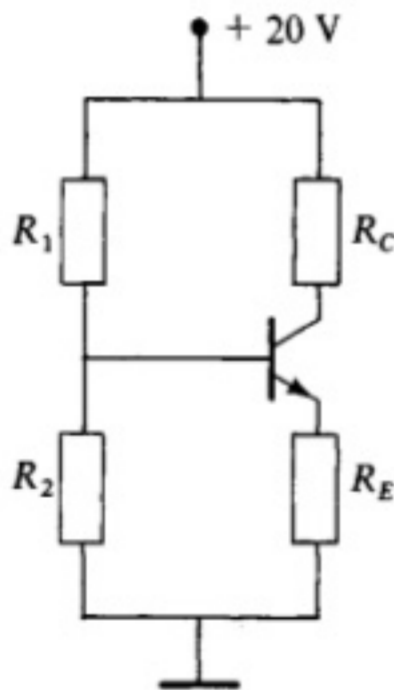


Figura 9.28.

**Solución:** Existen varias soluciones válidas.

- 9.36. Los parámetros híbridos de un transistor valen:  $h_{ie} = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{re} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $h_{fe} = 100$  y  $h_{oe} = 0,015 \text{ mS}$ . Calcular los valores de  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  de un amplificador EC, suponiendo que la resistencia interna del generador  $R_g = 3 \text{ k}\Omega$  y la resistencia de carga dinámica  $R = 2 \text{ k}\Omega$ . Hallar el valor de la señal de salida considerando que el valor máximo de la señal del generador de entrada  $v_g = 20 \text{ mV}$ .

**Solución:**

$R_e = 1,95 \text{ k}\Omega$ ;  $R_s = 100 \text{ k}\Omega$ ;  $A_i = 97$ ;  
 $A_v = -99,6$ ;  $v_2 = -0,784 \text{ V}$ .

- 9.37. Calcular de nuevo el valor de las magnitudes  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  señaladas en el problema anterior suponiendo, en este caso, que  $h_{re} = 0$  y  $h_{oe} = 0$ .

**Solución:**  $R_e = 2 \text{ k}\Omega$ ;  $R_s = \infty$ ;  $A_i = 100$ ;  
 $A_v = -100$ .

- 9.38. Averiguar el valor de los parámetros híbridos en CC y en BC a partir de los siguientes valores:  $h_{ie} = 2,5 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{re} = 3 \cdot 10^{-4}$ ,  $h_{fe} = 80$  y  $h_{oe} = 0,020 \text{ mS}$ .

**Solución:**

$h_{ic} = 2,5 \text{ k}\Omega$ ;  $h_{rc} = 1$ ;  $h_{fc} = -81$ ;  
 $h_{oc} = 0,02 \text{ mS}$ ;  $h_{ib} = 30,8 \Omega$ ;  
 $h_{rb} = 3,17 \cdot 10^{-4}$ ;  $h_{fb} = -0,987$ ;  
 $h_{ob} = 2,47 \cdot 10^{-4} \text{ mS}$ .

- 9.39. Calcular la ganancia de tensión de un circuito con realimentación corriente-serie como el de la Figura 9.9 considerando que la resistencia de carga  $R = 4 \text{ k}\Omega$  y que  $R_{E_2} = 600 \Omega$ . Los parámetros híbridos del transistor son los indicados en el Problema 9.36. Calcular de nuevo  $A_v$  suponiendo que se suprime la resistencia  $R_{E_2}$ .

**Solución:**  $A'_v = -6,66$ ;  $A_v = -198$ .

- 9.40. Los parámetros del transistor de un amplificador CC son:  $h_{ic} = 1,1 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{rc} = 1$ ,  $h_{fc} = -51$  y  $h_{oc} = 0,025 \text{ mS}$ . ¿Cuáles son los valores de  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  del amplifi-

cador si la carga  $R$  vale  $2,2 \text{ k}\Omega$  y la resistencia interna del generador de entrada  $R_g = 3 \text{ k}\Omega$ .

**Solución:**  $R_e = 107 \text{ k}\Omega$ ;  $R_s = 80 \Omega$ ;  
 $A_i = 48$ ;  $A_v = 0,99$ .

- 9.41. Sea un amplificador montaje CC cuya resistencia de carga  $R = R_E // R_L = 1,5 \text{ k}\Omega$ . La resistencia interna del generador  $R_g = 2 \text{ k}\Omega$ . Los parámetros del transistor son:  $h_{ie} = 1,1 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{re} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $h_{fe} = 60$  y  $h_{oe} = 0,01 \text{ mS}$ . Calcular: a)  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  utilizando los parámetros del montaje EC. b) Los parámetros híbridos montaje CC. c)  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$  mediante los parámetros montaje CC. En los apartados a) y b) suponer,  $h_{re} = h_{oe} = 0$ .

**Solución:**

- a)  $R_e = 92,6 \text{ k}\Omega$ ;  $R_s = 50,8 \Omega$ ;  $A_i = 61$ ;  
 $A_v = 1$ .  
 b)  $h_{ic} = 1,1 \text{ k}\Omega$ ;  $h_{rc} = 1$ ;  $h_{fe} = -61$ ;  
 $h_{oc} = 0$ .  
 c) Los mismos valores que en a).

- 9.42. Los parámetros híbridos del transistor de un amplificador EC con resistencia del emisor (realimentación corriente serie) valen:  $h_{ie} = 1,5 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{fe} = 60$  y  $h_{re} = h_{oe} = 0$ . Los valores de la fem del generador y de las resistencias son:  $E_C = 30 \text{ V}$ ,  $R_C = 2,2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 33 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{E_1} = 330 \Omega$ ,  $R_{E_2} = 220 \Omega$  y  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ . Hallar:  $R_e$ ,  $R_s$ ,  $A_i$  y  $A_v$ .

**Solución:**  $R_e = 14,7 \text{ k}\Omega$ ;  $R_s = \infty$ ;  
 $A_i = 60$ ;  $A_v = 2,8$ .

- 9.43. Los valores límites de  $I_{DSS}$  y  $V_P$  de un FET canal  $n$  que figuran en las hojas de características son:  $I_{DSS(\text{máx})} = 2,5 \text{ mA}$ ,  $I_{DSS(\text{mín})} = 0,6 \text{ mA}$ ,  $|V_{P(\text{máx})}| = 5 \text{ V}$  y  $|V_{P(\text{mín})}| = 1 \text{ V}$ . Calcular el valor de la resistencia  $R_S$  de un circuito autopolarizado como el de la Figura 9.10.

**Solución:**  $R_S = 1,8 \text{ k}\Omega$ .

- 9.44. Cuáles serán las coordenadas del punto de reposo  $Q$  de un circuito como el de la Figura 9.11 cuando  $V_{GS} = -1 \text{ V}$ ? Los valores de los elementos que componen

el circuito son:  $E_D = 20 \text{ V}$ ,  $R_1 = 75 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$ ,  $R_S = 4,7 \text{ k}\Omega$  y  $R_D = 1 \text{ k}\Omega$ . Repetir los cálculos suponiendo que  $V_{GS}$  pasa de  $-1 \text{ A}$  a  $-3 \text{ V}$ .

**Solución:**  $I_D = 1,9 \text{ mA}$ ;  $V_{DS} = 9,17 \text{ V}$ ;  
 $I_D = 2,5 \text{ mA}$ ;  $V_{DS} = 5,4 \text{ V}$ .

- 9.45. Los parámetros de un determinado FET que forma parte de un amplificador como el de la Figura 9.11 son:  $V_P = -4 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 6 \text{ mA}$ . Calcular el valor de  $R_S$  suponiendo que  $I_D = I_{DSS}/3 = 2 \text{ mA}$ . La fem del generador  $E_D = 20 \text{ V}$  y las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  valen  $100 \text{ k}\Omega$  y  $75 \text{ k}\Omega$ , respectivamente. Calcular  $I_D$  y  $V_{GS}$  si se cambia el FET por otro cuyas características son:  $V_P = -1 \text{ V}$  e  $I_{DSS} = 3 \text{ mA}$ .

**Solución:**  $R_S = 5,13 \text{ k}\Omega$ ;  $I_D = 0,57 \text{ mA}$ ;  
 $V_{GS} = -0,26 \text{ V}$ .

- 9.46. Una etapa amplificadora de potencia clase A está constituida por un solo transistor que disipa  $10 \text{ W}$  cuando el rendimiento de la etapa es el máximo. ¿Qué potencia se obtendrá, en estas condiciones, sobre la carga y qué potencia será absorbida del generador de cc? ¿Cuál será la potencia disipada cuando no se aplica señal a la entrada del amplificador?

**Solución:**  $P_u = 3,33 \text{ W}$ ;  $P_{CC} = 13,3 \text{ W}$ ;  
 $P_d = 13,3 \text{ W}$ .

- 9.47. La potencia máxima en la carga de una etapa push-pull clase A es de  $2 \text{ W}$ . Calcular la potencia absorbida y la potencia disipada por cada transistor cuando el rendimiento es del  $25\%$  y cuando la señal de entrada es nula.

**Solución:**  $P_{CC} = 8 \text{ W}$ ;  $P_{d_1} = P_{d_2} = 3 \text{ W}$ ;  
 $P_{d_1} = P_{d_2} = 4 \text{ W}$ .

- 9.48. La potencia absorbida por un amplificador clase B es de  $20 \text{ W}$ . ¿Cuál será la potencia en la carga y la potencia disipada por cada transistor cuando el valor de pico de la señal de salida  $E_{\text{máx}}$  es el mismo que el de la fem del generador de cc  $E_C$ ? ¿Cuál será la potencia máxima disipable por el conjunto de los dos transistores y por cada uno de ellos?

**Solución:**

$$P_u = 15,7 \text{ W}; P_{d_1} = P_{d_2} = 2,15 \text{ W};$$

$$P_{d_1(\text{máx})} = P_{d_2(\text{máx})} = 3,14 \text{ W}.$$

- 9.49. Dibujar un circuito Darlington constituido por dos transistores *pnp*. Deducir la ecuación que expresa con exactitud la ganancia total del conjunto en función de la ganancia de corriente de cada transistor.

**Solución:**  $h_{FE} = h_{FE_1} h_{FE_2} + h_{FE_1} + h_{FE_2}$ .

- 9.50. El transistor  $T_1$  del circuito de la Figura 9.29 está saturado cuando los valores de  $R_1$  y  $R_2$  son los señalados. Las ganancias mínimas de corriente de  $T_1$  y  $T_2$  valen 40 y 30 respectivamente. Calcular: a)  $I_{B_1}$ . b)  $V_{CE_2}$ . c)  $I_{R_2}$ . d)  $I_{C_1}$  e  $I_{C_2}$ . e) La relación  $I_{R_2}/I_{R_1}$ . Suponer  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$  y  $V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$ .

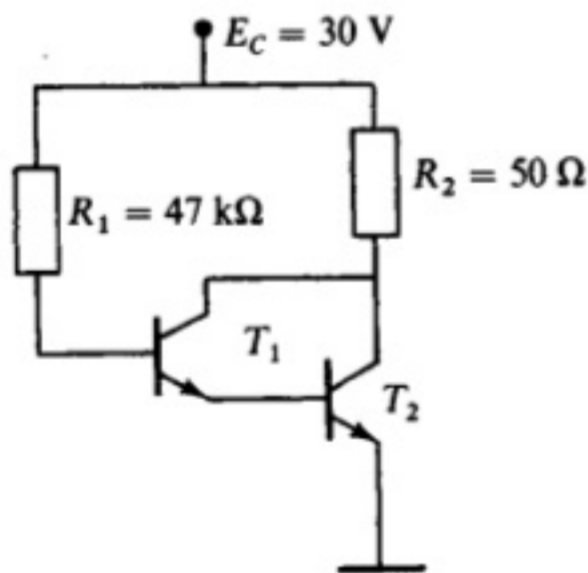


Figura 9.29.

**Solución:**

a)  $I_{B_1} = 0,62 \text{ mA}$ ; b)  $V_{CE_2} = 0,9 \text{ V}$ ;  
 c)  $I_{R_2} = 0,582 \text{ A}$ ; d)  $I_{C_1} = 18,17 \text{ mA}$ ,  
 $I_{C_2} = 0,5638 \text{ A}$ ; e)  $I_{R_2}/I_{R_1} = 934$ .

- 9.51. Hallar  $R_1$  y  $R_2$  en el circuito de la Figura 9.30 suponiendo que  $V_{CE_2} = 5 \text{ V}$  y  $V_{CE_1(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$  y que  $h_{FE_1} = 50$  y  $h_{FE_2} = 40$ .

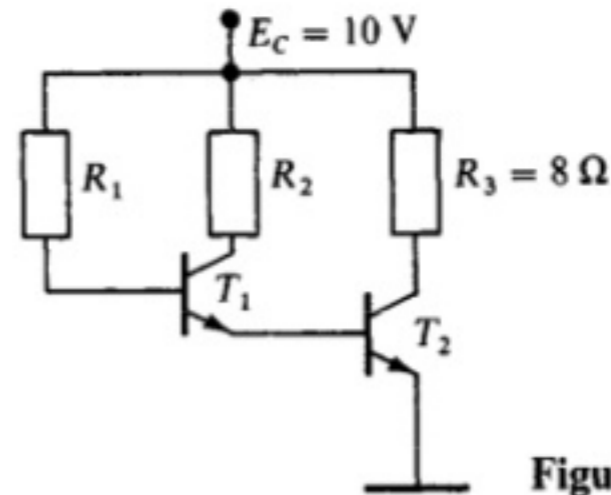


Figura 9.30.

**Solución:**  $R_2 = 580 \Omega$ ;  $R_1(\text{máx}) = 29 \text{ k}\Omega$ .

- 9.52. ¿Cuánto vale la resistencia térmica unión-cápsula de un transistor de 100 W si el valor máximo de la temperatura en la unión es de 200 °C?

**Solución:**  $R_{t(jc)} = 1,75 \text{ }^\circ\text{C/W}$ .

- 9.53. El valor de la resistencia térmica unión-cápsula de un transistor es de 2 °C/W. Calcular la resistencia térmica del radiador necesario para que la temperatura en la cápsula no sea superior a 70 °C cuando el transistor tenga que disipar una potencia de 5 W. Suponer una temperatura ambiente de 35 °C. ¿Cuánto vale la temperatura en la unión?

**Solución:**  $R_{t(ca)} = 7 \text{ }^\circ\text{C/W}$ ;  $T_j = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- 9.54. ¿Cuál será la potencia máxima que puede disipar un transistor situado sobre un radiador cuya resistencia térmica es de 5 °C/W si la temperatura máxima en la unión es de 200 °C y su potencia máxima, manteniendo la cápsula a 25 °C, es igual a 115 W? ¿Cuál será la temperatura en la cápsula en esas condiciones?

**Solución:**  $P_{d(\text{máx})} = 26,8 \text{ W}$ ;  $T_c = 159 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- 9.55. Dibujar la curva de reducción de potencia de un transistor de 150 W si la temperatura máxima en la unión es de 200 °C. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la función? ¿Cuánto vale la resistencia térmica unión-cápsula?

**Solución:**  $-0,85 \text{ W/}^\circ\text{C}$ ;  $R_{t(jc)} = 1,16 \text{ }^\circ\text{C/W}$ .

# CAPITULO 10

## El transistor bipolar en conmutación

### 10.1. POLARIZACION DE LAS UNIONES DE UN TRANSISTOR

En el Capítulo 7 nos hemos ocupado de describir las características generales de los transistores bipolares, así como de los posibles estados de funcionamiento, indicando el valor de las magnitudes más significativas en cada uno de ellos. En el presente capítulo trataremos de profundizar en lo que respecta a los estados de funcionamiento con el fin de analizar y calcular circuitos donde el transistor funciona en **conmutación** pasando directamente del estado de *corte* al de *saturación* o viceversa. El estudio está limitado a la configuración emisor común (EC), que como es sabido es la más empleada.

Recordemos que un transistor bipolar es una estructura cristalina en la cual existen dos uniones: *emisor-base* y *colector-base*. El estado de funcionamiento dependerá de la polarización de dichas uniones. En la Tabla 10.1 se muestra la correspondencia entre polarizaciones y estados.

En los apartados siguientes analizaremos exclusivamente los estados de corte y saturación, ya que el funcionamiento en activa ha sido abundantemente tratado en el Capítulo 9 dedicado a los circuitos amplificadores construidos con transistores.

Tabla 10.1. Estados de funcionamiento de un transistor bipolar

Unión emisor-base	Unión colector-base	Régimen de funcionamiento
Sentido inverso	Sentido inverso	Corte
Sentido directo	Sentido inverso	Activa
Sentido directo	Sentido directo	Saturación

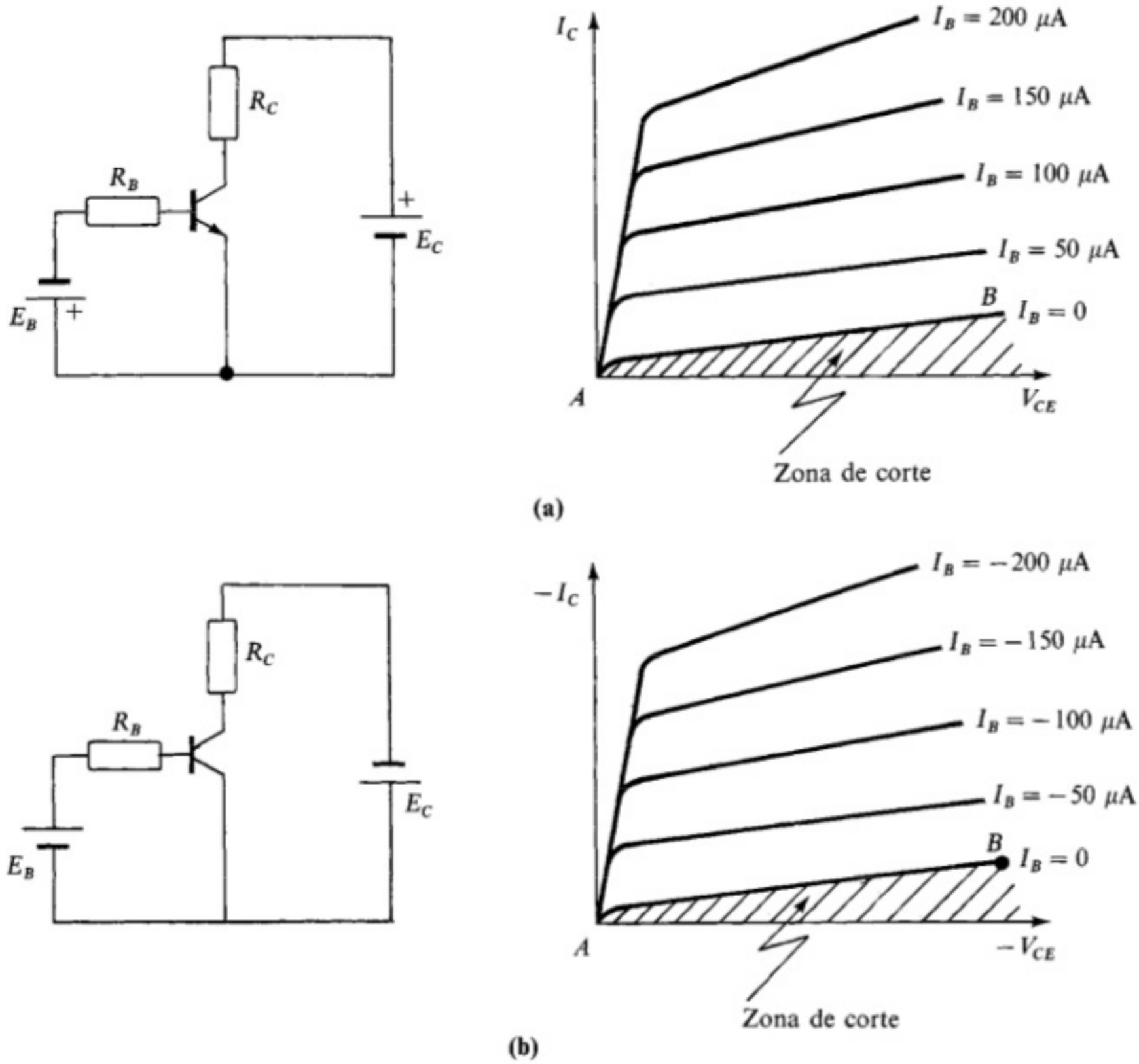
### 10.2. EL ESTADO DE CORTE

Un transistor bipolar pasa al estado de corte o permanece en él cuando las uniones emisor-base y colector-base se encuentran, tal como se indica en la Tabla 10.1, polarizadas inversamente. En realidad, para que el transistor esté en estado de corte, no es necesario

aplicar una tensión negativa a la base respecto al emisor; es suficiente con que dicha tensión sea inferior a la que corresponde, en la característica de entrada, al inicio del codo, es decir, al valor de tensión para el cual comienza a circular corriente de base. Este valor depende del tipo de transistor (a mayor potencia mayor valor), pero como referencia se suele utilizar de manera estándar 0,7 V.

Lo más normal, cuando se hace trabajar al transistor en conmutación, es que se aplique a la base una tensión negativa respecto al emisor para mejorar el tiempo de paso del estado de saturación al de corte.

En la Figura 10.1 se muestra la forma de polarización de los dos tipos de transistores bipolares, así como las características de salida, montaje EC, de cada uno de ellos. La zona rayada es la región de corte. El transistor puede funcionar entre los puntos A y B sin abandonar dicho estado. La corriente de colector con la base en circuito abierto ( $I_B = 0$ ) es la  $I_{CEO}$ .



**Figura 10.1.** Polarización en estado de corte y características de salida. (a) Transistor *nnp*. (b) Transistor *pnp*.



Si despreciamos el valor de  $I_{CEO}$  podemos resumir diciendo que los valores de las magnitudes más significativas del transistor en montaje EC, para el estado de corte, son:

$$I_C = 0, I_B = 0, V_{CE} = E_C \quad \text{y} \quad V_{BE} < 0,7 \text{ V}$$

### 10.3. EL ESTADO DE SATURACION

Cuando se hace trabajar a un transistor en conmutación, el estado de saturación es el contrario al de corte. El primer caso es equivalente a un interruptor *cerrado*, mientras que en el segundo el dispositivo se comporta como un interruptor *abierto*:

Para que un transistor se sature es necesario, en primer lugar, que la unión emisor-base se polarice directamente igual que en activa. En ambos casos se dice que el transistor se encuentra en estado de conducción. Pero lo que caracteriza a la saturación es la condición:

$$I_B > \frac{I_C}{h_{FE}}$$

Cuando el transistor entra en el estado de saturación su corriente de colector permanece prácticamente invariable y no es sensible a los aumentos de corriente de base.

La caída de tensión entre colector y emisor es menor que la existente entre la base y el emisor. En consecuencia la unión colector-base queda polarizada directamente, tal como se indica en la Tabla 10.1.

En la Figura 10.2 se muestra la forma de polarización de los dos tipos de transistores bipolares, así como las características de salida, montaje EC, de cada uno de ellos. La zona rayada corresponde a la zona de saturación. El transistor puede funcionar entre los puntos *A* y *B* sin abandonar dicho estado.

Las magnitudes del transistor, en un montaje EC, cuando se encuentra en saturación son:

$$I_C \leq h_{FE} I_B, V_{CE(sat)} \approx 0,2 \text{ V} \quad \text{y} \quad V_{BE} \geq 0,7 \text{ V}$$

### 10.4. TRANSISTOR MULTIEMISOR

En la Figura 10.3 se muestra la representación simbólica de un tipo de transistor que es muy utilizado en ciertos circuitos integrados. Se trata de un transistor multiemisor y su funcionamiento es equivalente al de varios transistores a los cuales se les han cortocircuitado

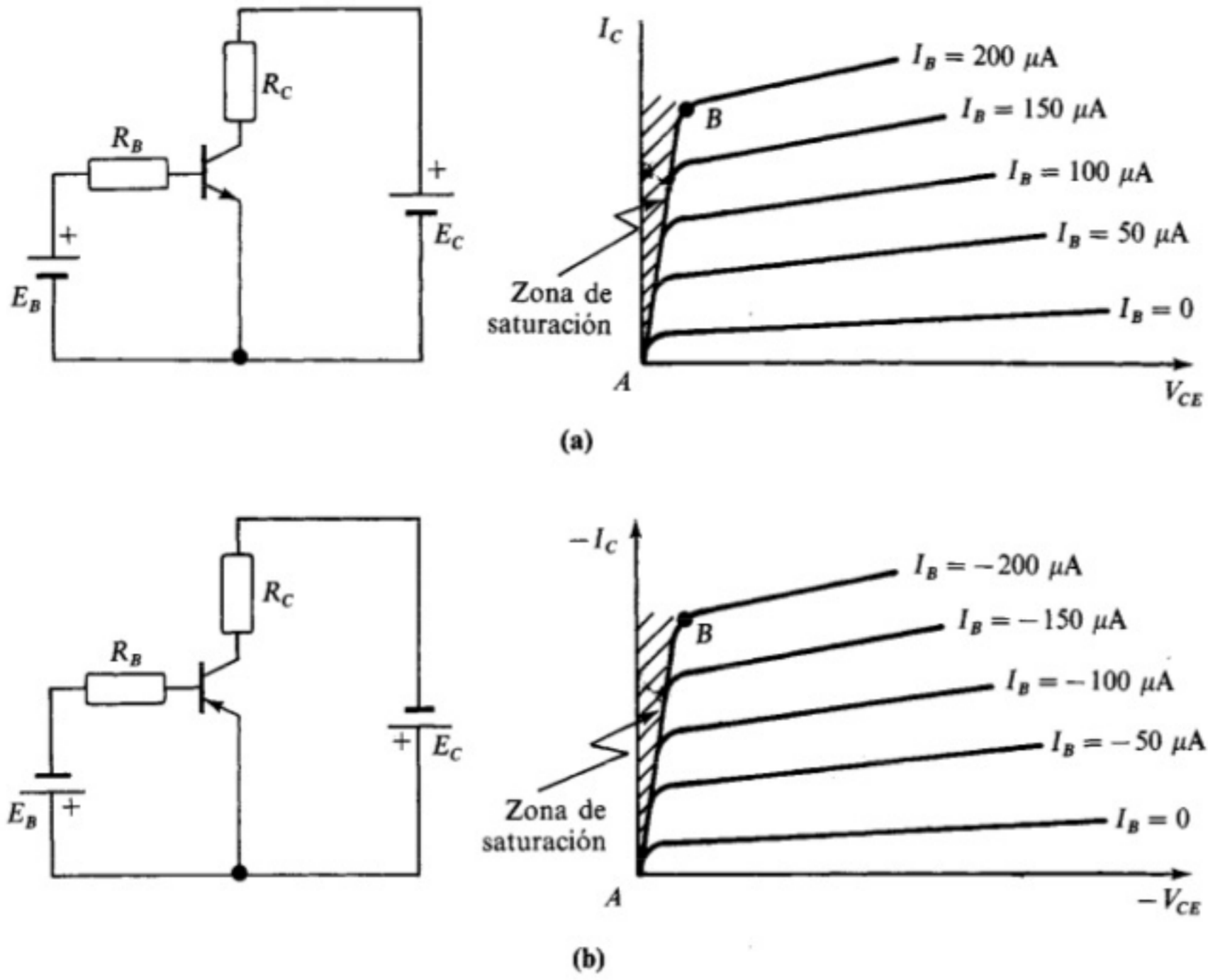


Figura 10.2. Polarización en estado de saturación y característica de salida. (a) Transistor *npn*. (b) Transistor *pnp*.

todos los colectores y, por otra parte, todas las bases, quedando los emisores independientes unos de otros. En la Figura 10.4 se muestra el circuito equivalente del transistor multiemisor de la Figura 10.3.

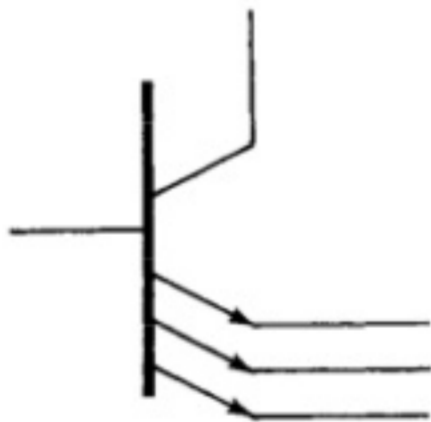


Figura 10.3. Transistor multiemisor.

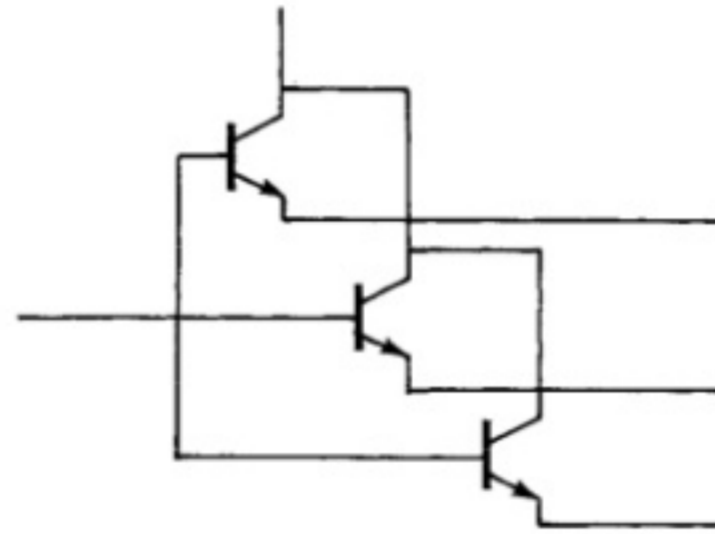


Figura 10.4. Circuito equivalente de un transistor multiemisor.

**PROBLEMAS RESUELTOS**

10.1. Diseñar el circuito de la Figura 10.5 para que el transistor funcione entre corte y saturación cuando se aplique a su entrada una señal cuadrada cuyos valores extremos son 0 V y -5 V.

Datos:

$$\begin{aligned} V_{BE(sat)} &= -0,7 \text{ V} \\ V_{CE(sat)} &= 0 \text{ V} \\ I_{C(sat)} &= 20 \text{ mA} \\ h_{FE} &= 90 \end{aligned}$$

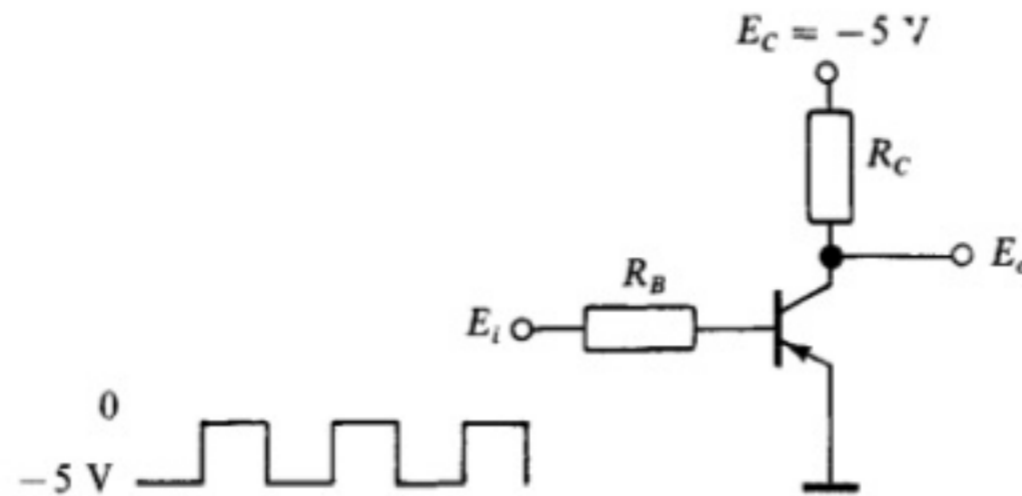


Figura 10.5.

**Solución:** La condición para que el transistor este saturado es que sus dos uniones estén polarizadas en directo, es decir, que la corriente de colector a emisor no esté controlada por el transistor, sino que esté controlada por el circuito de polarización.

Cuando el transistor esté saturado la tensión de polarización deberá caer en la resistencia de colector y, por tanto, el valor de esta resistencia será

$$R_C = \frac{|E_C| - |V_{CE(sat)}|}{I_C} \approx \frac{|E_C|}{I_C} = \frac{|-5|}{20 \cdot 10^{-3}} = 250 \Omega$$

$R_B$  se calcula a partir de la ecuación de la malla de entrada:

$$|E_i| - |V_{BE}| = I_B \cdot R_B \quad ; \quad I_B = \frac{|E_i| - |V_{BE}|}{R_B}$$

aplicando la condición de saturación  $h_{FE} \cdot I_B \geq I_{C(sat)}$ :

$$90 \cdot \frac{5 - 0,7}{R_B} \geq 20 \text{ mA} \quad ; \quad \text{de donde} \quad R_B \leq \frac{90 \cdot 4,3}{20 \cdot 10^{-3}} = 19\,350 \Omega$$

por tanto, cualquier valor de  $R_B$  por debajo de 19,35 kΩ saturará el transistor. Elegimos, por ejemplo,  $R_B = 15 \text{ k}\Omega$ .

Por consiguiente, para los valores del diseño se obtiene que cuando

$$E_i = 0 \text{ V} \begin{cases} I_B = 0 \text{ mA} \\ I_C = 0 \text{ mA} \\ V_{CE} = -5 \text{ V} \end{cases} \qquad E_i = -5 \text{ V} \begin{cases} I_B = 0,286 \text{ mA} \\ I_C = 20 \text{ mA} \\ E_{CE} = 0 \text{ V} \end{cases}$$

10.2. Diseñar el circuito de la Figura 10.6 para que trabaje entre corte y saturación cuando se le introduce en la entrada la señal que aparece en dicha figura.

Datos:

$$\begin{aligned} V_{BE(sat)} &= 0,7 \text{ V} \\ V_{CE(sat)} &= 0,09 \text{ V} \\ I_{C(sat)} &= 10 \text{ mA} \\ h_{FE} &= 110 \end{aligned}$$

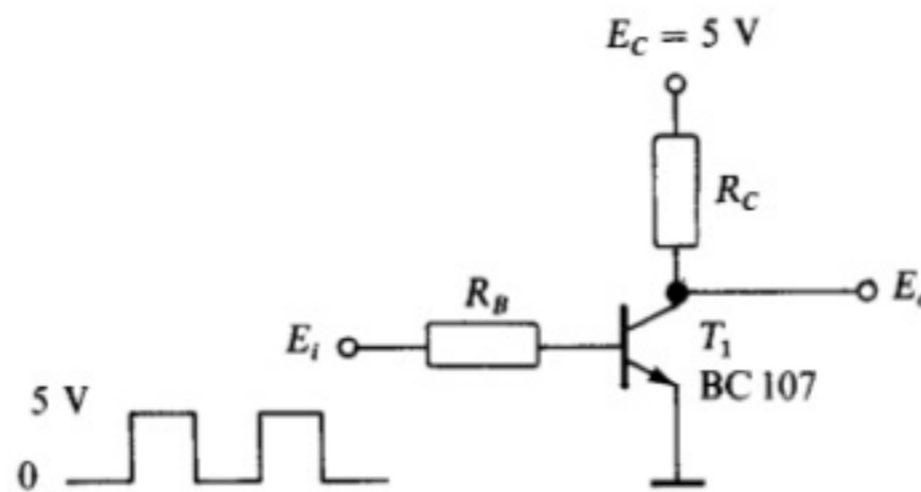


Figura 10.6.

Solución: Despreciando la  $V_{CE(sat)}$  frente a  $E_C$ :

$$R_C = \frac{E_C}{I_C} = \frac{5}{10 \cdot 10^{-3}} = 500 \Omega \quad ; \quad h_{FE} \cdot \frac{E_i - V_{BE}}{R_B} \geq I_{C(sat)}$$

$$110 \frac{5 - 0,7}{R_B} \geq 10 \cdot 10^{-3} \quad ; \quad R_B \leq 47,3 \text{ k}\Omega$$

10.3. Analizar los circuitos de la Figura 10.7 indicando si se encuentra trabajando en activa o en saturación.

Datos:

$$\begin{aligned} h_{FE} &= 100 \\ V_{CE(sat)} &= 0,2 \text{ V} \\ V_{BE(sat)} &= 0,8 \text{ V} \end{aligned}$$

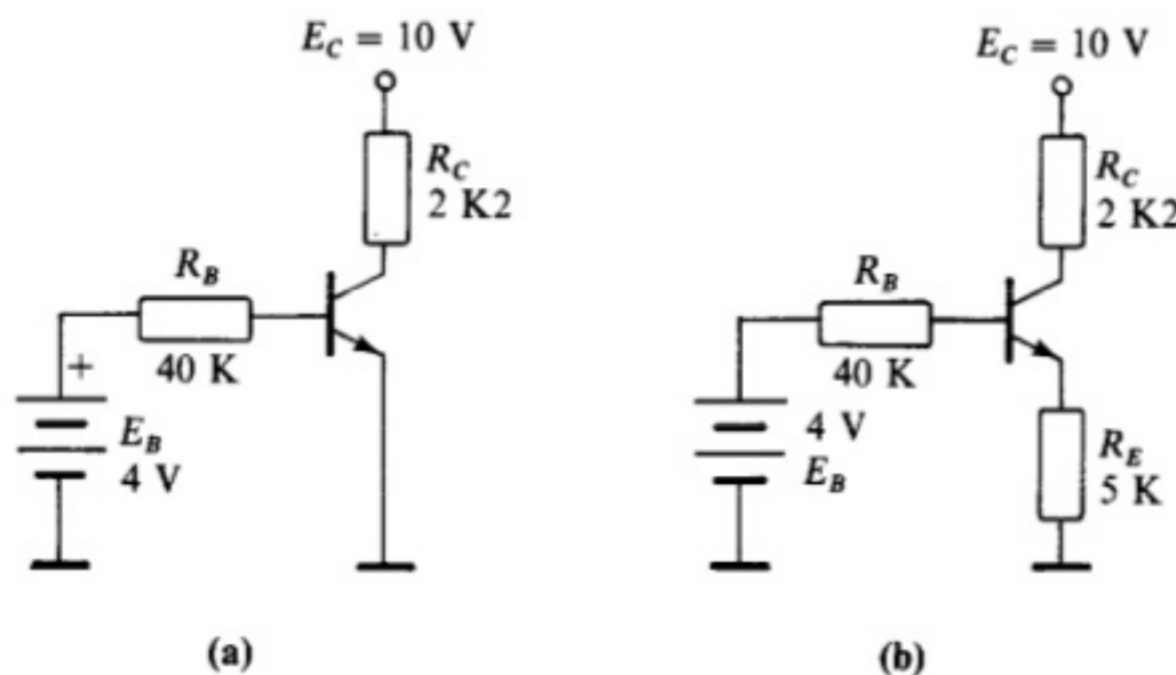


Figura 10.7.

Solución:

• **Circuito A:** Suponiendo que el circuito esté en saturación la corriente de colector será

$$E_C = I_C R_C + V_{CE(sat)} \quad ; \quad I_C = \frac{E_C - V_{CE(sat)}}{R_C} = \frac{10 - 0,2}{2,2} = 4,45 \text{ mA}$$

por tanto, para que el transistor llegue a la saturación el valor de  $I_B$  será

$$I_B \geq \frac{I_{C(\text{sat})}}{h_{FE}} = \frac{4,45}{100} = 0,044 \text{ mA}$$

calculamos ahora la corriente de base que verdaderamente hay en el circuito de la Figura 10.7a.

$$E_B = I_B R_B + V_{BE} \quad ; \quad I_B = \frac{E_B - V_{BE}}{R_B} = \frac{5 - 0,8}{40} = 0,1 \text{ mA}$$

por tanto, al ser la  $I_B$  real mayor que 0,044 mA en circuito A, el transistor está saturado.

- **Circuito B:** Realizaremos el mismo estudio que para el caso anterior. Si suponemos que el transistor se encuentra saturado:

$$E_C = I_C R_C + V_{CE(\text{sat})} + I_E R_E$$

como  $I_E = I_B + I_C$ , y según la ganancia del transistor  $I_B \cdot h_{FE} = I_C$  se deduce que  $I_C \gg I_B$ , y se puede hacer la aproximación  $I_E \approx I_C$ :

$$I_C = \frac{E_C - V_{CE(\text{sat})}}{R_C + R_E} = \frac{10 - 0,2}{2,2 + 5} = 1,36 \text{ mA}$$

Por otra parte, la corriente de base para que el transistor entre en saturación será

$$I_B \geq \frac{I_{C(\text{sat})}}{h_{FE}} = \frac{1,36}{100} = 0,0136 \text{ mA}$$

Calculamos seguidamente la corriente de base real que hay en el circuito de la Figura 10.7b:

$$E_B = I_B R_B + V_{BE} + h_{FE} \cdot I_B \cdot R_E \quad ; \quad I_B = \frac{E_B - V_{BE}}{R_B + h_{FE} \cdot R_E} = \frac{5 - 0,8}{40 + 500} = \frac{4,2}{545} = 0,007 \text{ mA}$$

por tanto, el circuito de la Figura 10.7b no está en saturación y su corriente de colector real será

$$I_C = h_{FE} I_B = 100 \cdot 0,007 = 0,7 \text{ mA}$$

- 10.4.** Calcular el valor de la tensión en  $V_0$  en las dos posiciones del conmutador del circuito de la Figura 10.8.

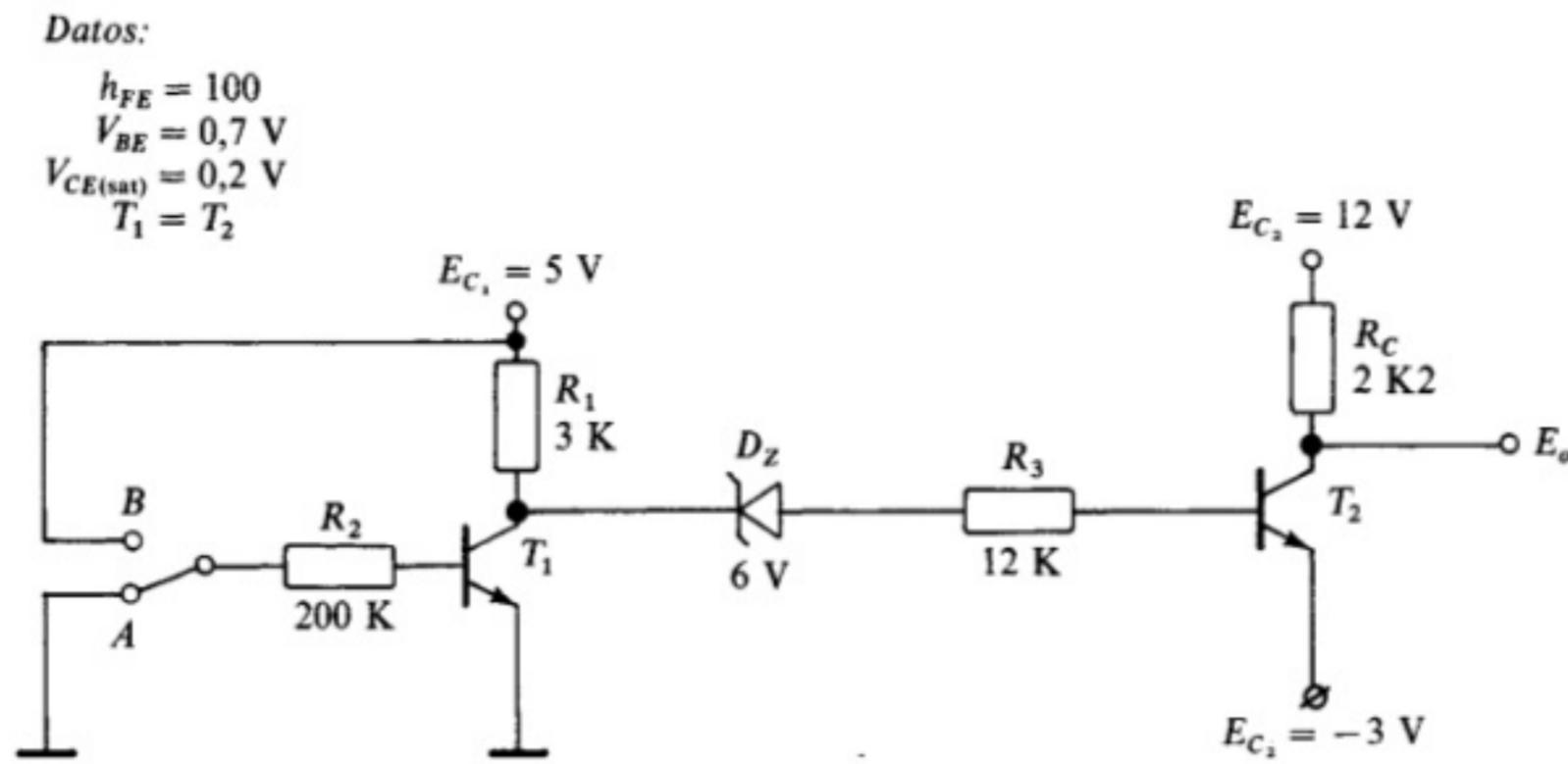


Figura 10.8.

**Solución:**

- **Caso 1:** El conmutador está en la posición *A* y, por tanto,  $E_{B_1} = 0 \text{ V}$  y  $T_1$  está cortado. Si el transistor  $T_2$  estuviera saturado la corriente de colector sería

$$I_{C_2} = \frac{E_C - E_{E_2} - V_{CE(sat)}}{R_C} = \frac{12 - (-3) - 0,2}{2,2} = 6,72 \text{ mA}$$

Asimismo, la corriente de base para que el transistor esté saturado será

$$I_{B_2(sat)} \geq \frac{I_{C_2(sat)}}{h_{FE}} = \frac{6,72}{100} = 0,0672 \text{ mA}$$

calculemos ahora la corriente de base real de  $T_2$  en las condiciones del caso *A*:

$$E_{C_1} - V_{DZ} - V_{BE_2} - E_{E_2} = I_{B_2}(R_1 + R_3)$$

$$I_{B_2} = \frac{E_{C_1} - V_{DZ} - V_{BE_2} - E_{E_2}}{R_1 + R_2} = \frac{5 - 6 - 0,7 - (-3)}{12 + 3} = 0,086 \text{ mA}$$

de donde se deduce que  $T_2$  está saturado y, por tanto, la tensión en  $E_o$  será

$$E_o = -V_{EE} + V_{CE(sat)} = -3 + 0,2 = -2,8 \text{ V}$$

- **Caso 2:** El conmutador está ahora en la posición *B*, si  $T_1$  estuviera saturado el colector de  $T_1$  estaría a 0,2 V respecto de masa, luego:

$$I_{C_1} = \frac{E_{C_1} - V_{CE_1(sat)}}{R_1} = \frac{5 - 0,2}{3} = 1,6 \text{ mA}$$

La corriente de base para saturar el transistor sería

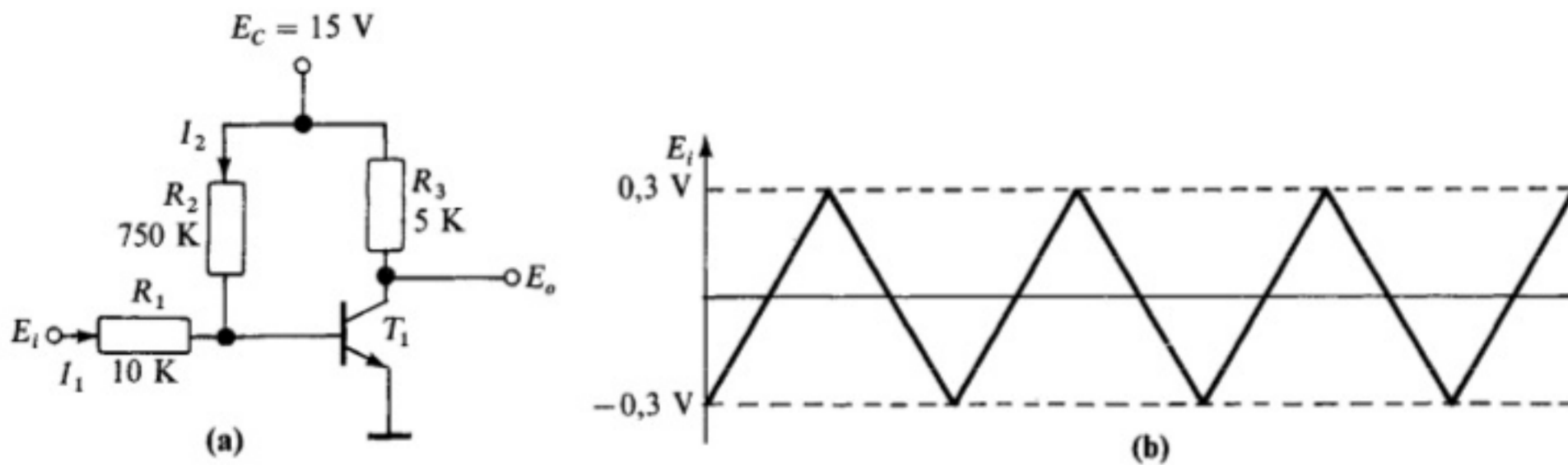
$$I_{B_1} \geq \frac{I_{C_1(sat)}}{h_{FE}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{100} = 0,016 \text{ mA}$$

Calculamos ahora la corriente  $I_{B_1}$  en las condiciones del caso 2:

$$E_{C_1} = I_{B_1} R_2 + V_{BE_1} \quad ; \quad I_{B_1} = \frac{E_{C_1} - V_{BE_1}}{R_2} = \frac{5 - 0,7}{100} = 0,043 \text{ mA}$$

luego  $T_1$  se encuentra saturado,  $D_2$  no conduce y  $T_2$  está cortado, por tanto,  $E_o = E_{C_2} = 12 \text{ V}$ .

**10.5.** Suponiendo que en el circuito de la Figura 10.9a el transistor es ideal, es decir,  $V_{BE} = 0$  y  $V_{CE(sat)} = 0$  y con un  $h_{FE}$  de 100. Dibujar la señal que se obtendrá a la salida si se introduce la señal de la Figura 10.9b



**Figura 10.9.** (a) Circuito correspondiente al Problema 10.5. (b) Señal de entrada al circuito.

**Solución:** Realizaremos el estudio calculando los valores de la señal de entrada que hacen que el transistor trabaje entre en corte o saturación, para ello haremos el estudio del valor de la corriente de base.

$$I_B = I_1 + I_2 \quad ; \quad I_1 = \frac{E_i}{R_1} = \frac{E_i}{10} = 0,1 \cdot E_i \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{E_C}{R_2} = \frac{15}{750} = 0,02 \text{ mA} \quad ; \quad I_B = 0,1 \cdot E_i + 0,02$$

Para que el transistor esté en estado de corte la corriente de base ha de ser  $I_B = 0$ , por tanto, la tensión de entrada ha de ser

$$E_i \leq \frac{-0,02}{0,1} = -0,2 \text{ V}$$

Seguidamente calcularemos el valor de  $I_B$  para que el transistor entre en saturación. Si el transistor está en saturación el valor de la corriente de colector será

$$I_{C(sat)} = \frac{E_C}{R_3} = \frac{15}{5} = 3 \text{ mA} \quad ; \quad I_{B(sat)} \geq \frac{I_{C(sat)}}{h_{FE}} = \frac{3}{100} = 0,03 \text{ mA}$$

La tensión de entrada para que el transistor se sature será por tanto:

$$E_i \geq \frac{0,03 - 0,02}{0,1} = 0,1 \text{ V}$$

Por tanto, la señal que se obtiene en la salida es la que se muestra en la Figura 10.10.

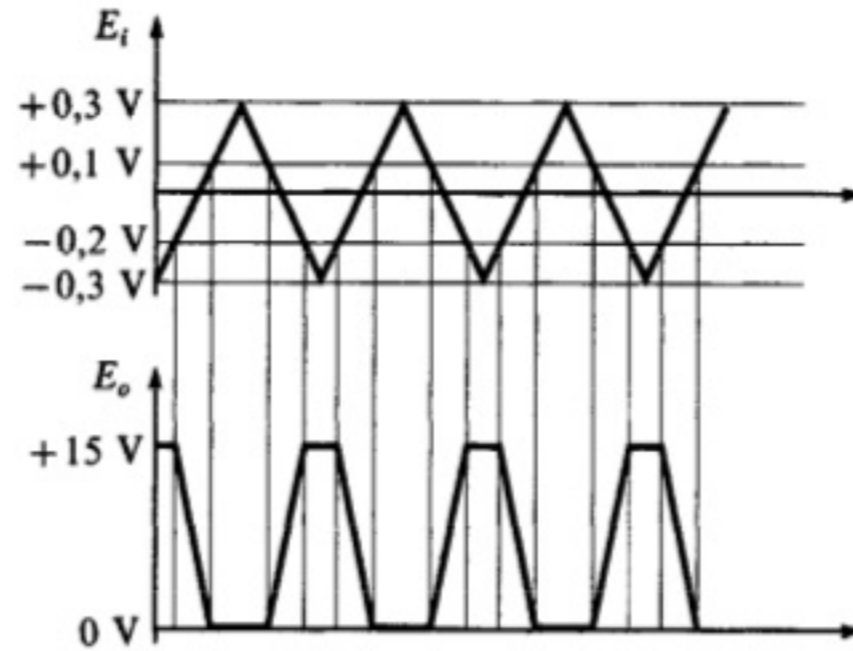


Figura 10.10. Señal de entrada y salida del circuito de la Figura 10.9.

- 10.6. En el circuito de la Figura 10.11 determinar la tensión en el punto  $E_{o_1}$  y  $E_{o_2}$  en los siguientes casos: a) El pulsador X está activado y el pulsador Y se encuentra desactivado. b) El pulsador X está desactivado y el pulsador Y se encuentra activado.

Datos:

$$V_{CE(sat)} = -0,2 \text{ V}$$

$$V_{BE} = 0,7 \text{ V}$$

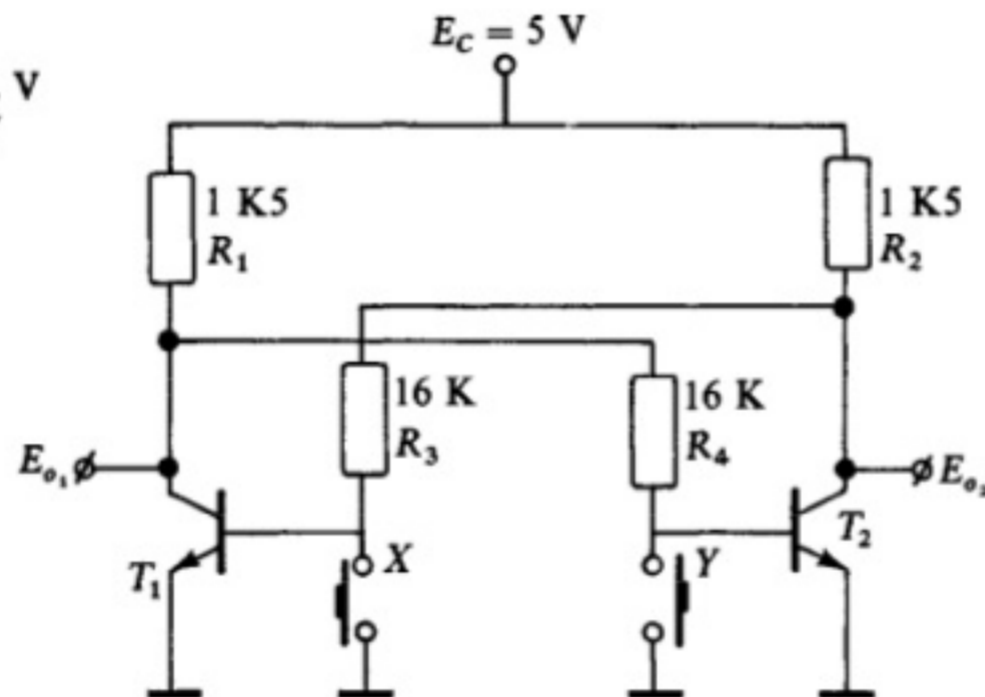


Figura 10.11.

Solución:

- a) X está activado e Y está desactivado.

$E_{B_1} = 0 \text{ V}$ , por tanto, el transistor  $T_1$  se encuentra en estado de corte y no conduce

Se puede, por consiguiente, establecer la siguiente ecuación:

$$E_C = I_{B_2}(R_1 + R_4) + V_{BE_2} \quad ; \quad I_{B_2} = \frac{E_C - V_{BE_2}}{R_1 + R_4} = \frac{5 - 0,7}{(16 + 1,5)} = 0,245 \text{ mA}$$



por tanto,

$$E_{o_1} = E_C - I_{B_2} R_1 \quad ; \quad E_{o_1} = 5 - 2,45 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^3 = 4,6 \text{ V}$$

$T_2$  se encuentra saturado debido a la tensión de base y, por tanto,  $E_{o_2} = V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$ .

- b)  $X$  está desactivado e  $Y$  está activado.  
Por la simetría del circuito, ahora:

$$E_{o_1} = V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V} \quad ; \quad E_{o_2} = E_C - I_{B_1} R_1 = 4,6 \text{ V}$$

- 10.7. Calcular la tensión mínima que hay que aplicar en el punto  $A$  para que el transistor de la Figura 10.12 trabaje entre corte y activa.

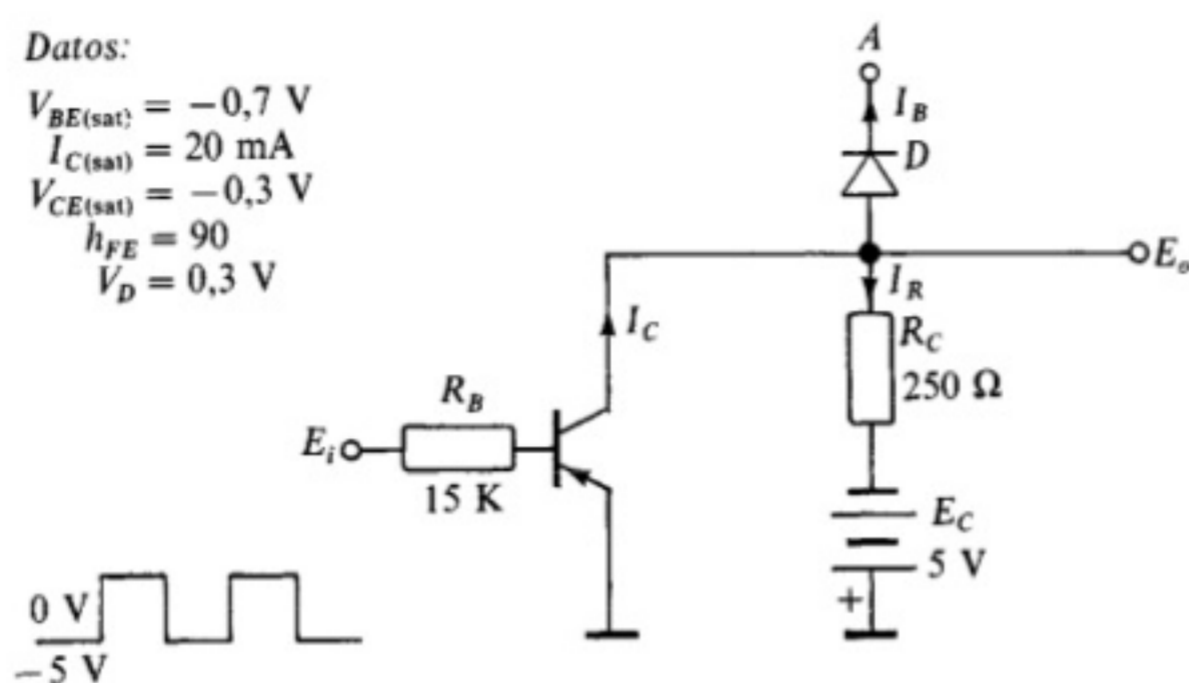


Figura 10.12.

**Solución:** Para que el transistor esté en activa se debe cumplir que

$$h_{FE} I_B = I_C$$

y como

$$I_B = \frac{|E_i| - |V_{BE}|}{R_B} = \frac{5 - 0,7}{15} = 0,28 \text{ mA}$$

por tanto,

$$I_C = 90 \cdot 0,28 = 25,2 \text{ mA}$$

Para que el transistor esté en la zona activa la tensión  $V_{CE}$  debe de ser mayor en valor absoluto de 0,3 V, como la caída de tensión en el diodo es de 0,3 V será preciso aplicar en el punto  $A$  una tensión de valor:

$$|V_A| > 0,3 + 0,3 = 0,6 \text{ V}$$

si aplicamos en el punto  $A$  una tensión de  $-1 \text{ V}$  la  $V_{CE}$  será

$$V_{CE} = -(1 - 0,3) = -0,7 \text{ V}$$

y los valores de las corrientes que atraviesan el diodo y el colector serán

$$I_R = \frac{|E_C| - |V_{CE}|}{R_C} = \frac{5 \text{ V} - 0,7}{0,250} = 17,2 \text{ mA} \quad ; \quad I_D = I_C - I_R = 25,5 - 17,2 = 8,3 \text{ mA}$$

- 10.8. Diseñar el circuito de la Figura 10.13 para que la lámpara pueda destellar cuando en la entrada  $E_i$  se introduzca una onda cuadrada que varíe entre 0 y 5 V.

Datos:

Lámpara: 9 V, 50 mA

Transistor: BC 148: NPN

$V_{CE(\text{máx})} = 20 \text{ V}$

$V_{BE} = 0,6 \text{ V}$

$I_{C(\text{máx})} = 0,1 \text{ A}$

$h_{FE}$  125 a 900 con  $I_C = 2 \text{ mA}$

$P_{\text{máx}} = 250 \text{ mW}$

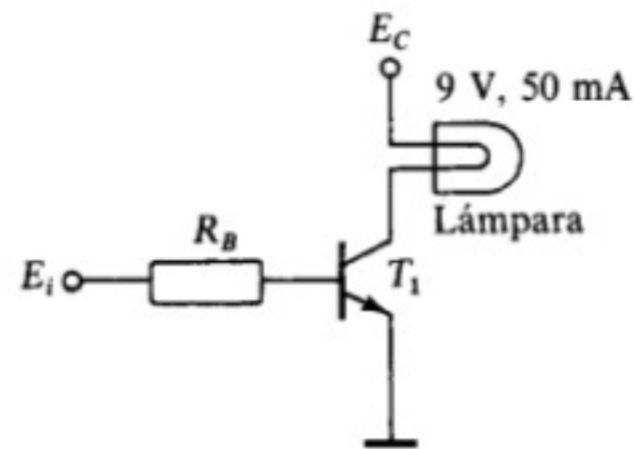


Figura 10.13.

**Solución:** Elegimos una tensión de alimentación igual a la de funcionamiento de la lámpara, ya que cuando el transistor esté en saturación la lámpara tendrá una diferencia de potencial de 9 V en sus bornas. La corriente de saturación viene limitada por la lámpara en 50 mA. Para estar seguros de que el transistor entra en saturación calculamos la corriente de base teniendo en cuenta el valor mínimo de  $h_{FE}$ . Por tanto:

$$h_{FE(\text{min})} \frac{E_i - V_{BE}}{R_B} \geq I_{C(\text{sat})} \quad ; \quad R_B \leq 125 \frac{5 - 0,6}{50} = 11 \Omega$$

por tanto, tomamos  $R_B = 10 \text{ K}$ .

- 10.9. Diseñar una puerta NOR en RTL con 3 entradas, utilizando para ello el transistor 2N743. Calcular asimismo el número de puertas iguales que pueden conectarse a la salida, sabiendo que el nivel de tensión mínimo considerado como nivel alto es de 3 V y el máximo de 5 V.

**Solución:** El circuito puede ser el de la Figura 10.14, en el que, como se puede apreciar, la salida será un nivel alto «1» cuando todos los transistores estén cortados, es decir, que tengan a la entrada un nivel bajo «0». La salida será «0» cuando cualquiera de los transistores esté saturado, es decir, tenga algún «1» a la entrada.

Calculamos seguidamente el valor de las resistencias:

$$R_C = \frac{E_C}{I_{C(\text{sat})}} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ k}\Omega$$

Datos:

2N743 NPN silicio

$V_{CE(max)} = 12 \text{ V}$

$I_{C(max)} = 100 \text{ mA}$

$I_{FE} = 20 - 60$  con  $I_C = 10 \text{ mA}$

$V_{BE(sat)} = 0,6 \text{ V}$

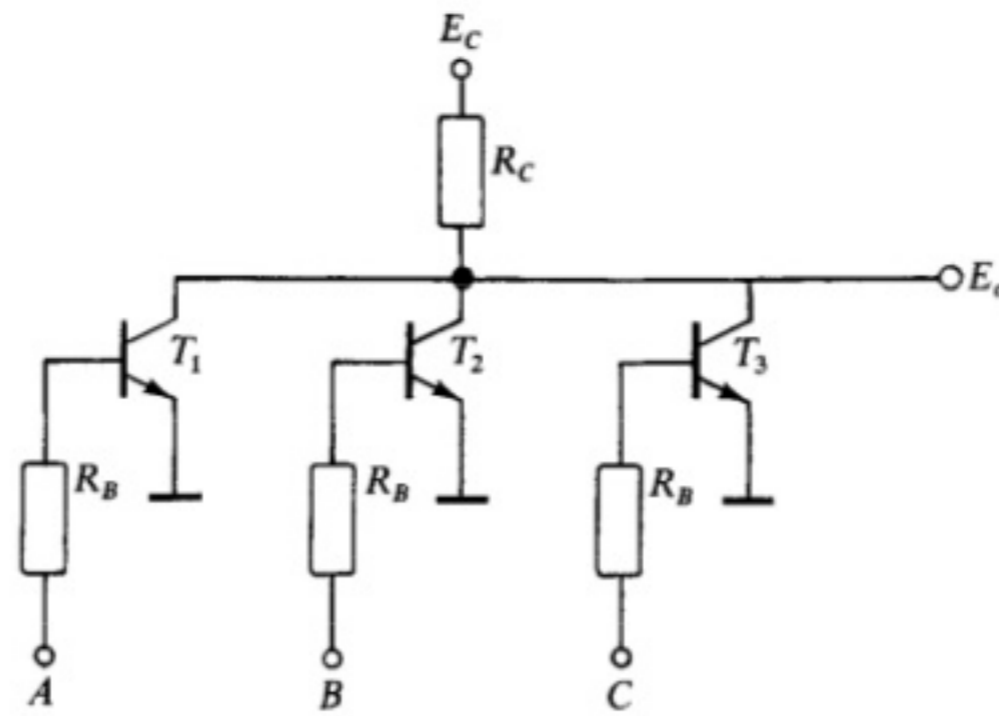


Figura 10.14. Implementación de una puerta NOR del tipo RTL.

el valor comercial más cercano es de  $R_C = 510 \Omega$ :

$$I_{C(sat)} \leq \frac{E_i(\min) - V_{BE}}{R_B} h_{FE(\min)}$$

$$R_B \leq \frac{3 - 0,6}{10} 20 \quad ; \quad R_B \leq 4 \text{ K}8$$

un valor comercial será  $R_B = 3 \text{ K}$ . Si el valor elegido para  $R_B$  es muy bajo el transistor se quemará por sobresaturación.

El número de puertas iguales que pueden conectarse a la salida de una puerta es lo que se denomina FAN-OUT. Por tanto,

$$I_{B(\min)} = \frac{E_i(\min) - V_{BE}}{R_B} = \frac{3 - 0,6}{3} = 0,8 \text{ mA} \quad ; \quad I_{B(\max)} = \frac{E_i(\max) - V_{BE}}{R_B} = \frac{5 - 0,6}{3} = 1,4 \text{ mA}$$

$$I_{\max \text{ salida}} = \frac{E_C - E_{O(\min)}}{R_C} = \frac{5 - 3}{510} = 3,92 \text{ mA}$$

por tanto, el FAN OUT =  $\frac{I_{\max \text{ salida}}}{I_{B(\min)}} = \frac{3,92}{0,8} \simeq 5$ .

- 10.10.** Diseñar con un solo transistor del tipo BC107 una puerta lógica NOR de 3 entradas, sabiendo que la tensión de alimentación será de 9 V. Se calculará asimismo el FAN OUT de dicho circuito. El valor mínimo de los impulsos que deberán excitar las entradas será de 7 V.

**Solución:** El circuito puede ser el que se muestra en la Figura 10.10 en el que se puede ver que si cualquiera de las entradas tiene una tensión de nivel «1» la salida del circuito es un nivel «0». La salida será «1» cuando todas las entradas estén conectadas a «0».

Datos:

BC 107:

$$V_{BE(sat)} = 0,6 \text{ V}$$

$$V_{CE(sat)} = 0,09 \text{ V}$$

$$h_{FE} = 110$$

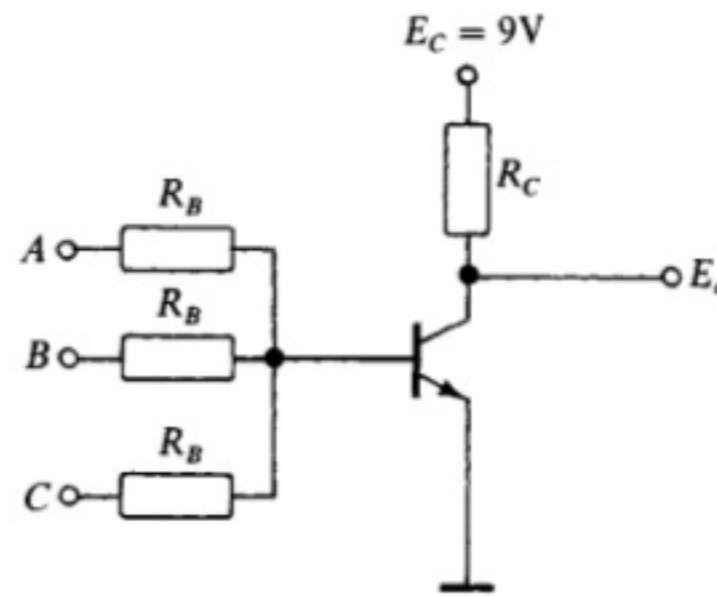


Figura 10.15. Circuito de una puerta NOR.

Si tomamos una tensión de alimentación de 9 V para una corriente de colector  $I_{C(sat)} = 2 \text{ mA}$ :

$$R_C = \frac{E_C}{I_{C(sat)}} = \frac{9}{2} = 4 \text{ K}5 \text{ } (\Omega)$$

el valor comercial es 4 K7 ( $\Omega$ ):

$$h_{FE} \frac{E_{i(\min)} - V_{BE}}{R_B} > I_{C(sat)} \quad ; \quad R_B \geq 110 \cdot \frac{7 - 0,6}{2} \quad ; \quad R_B \geq 352 \text{ K}$$

tomamos el valor comercial de 300 K:

Para el cálculo del FAN-OUT diremos:

$$I_{B(\min)} = \frac{E_{i(\min)} - V_{BE}}{R_B} = \frac{7 - 0,6}{300} = 0,021 \text{ mA} \quad ; \quad I_{\text{máx salida}} = \frac{E_C - E_{O(\min)}}{R_C} = \frac{9 - 7}{4,7} = 0,44 \text{ mA}$$

$$\text{FAN OUT} = \frac{0,44}{0,021} \approx 21$$

- 10.11. En el circuito de la Figura 10.16 determinar la tensión en  $V_o$  cuando se introducen a su entrada las tensiones de la Tabla 10.2.

Tabla 10.2

	A	B
Caso 1	0,2 V	0,2 V
Caso 2	0,2 V	3 V
Caso 3	3 V	0,2 V
Caso 4	3 V	3 V

Datos:

$$V_{BC} = V_{BE} = 0,8 \text{ V}$$

$$V_D = 1 \text{ V}$$

$$V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$$

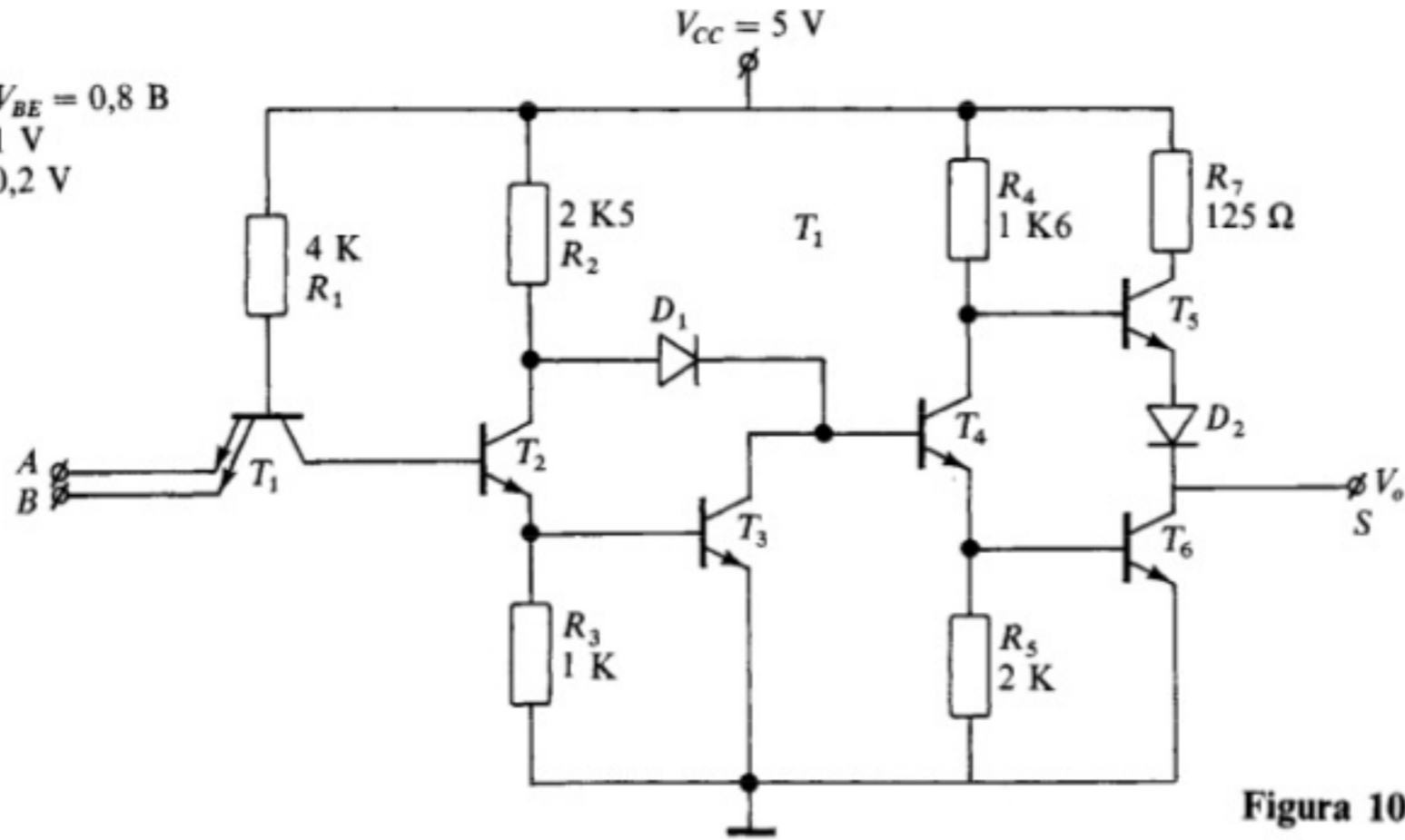


Figura 10.16.

Solución:

• Caso 1:

$$A = 0,2 \text{ V} \quad ; \quad B = 0,2 \text{ V}$$

En esta situación:

$$V_{B_1} = V_{(A)} + V_{BE_1} \quad ; \quad V_{B_1} = 0,2 \text{ V} + 0,8 \text{ V} = 1 \text{ V}$$

por tanto,  $T_1$  se encuentra en saturación y a su vez se cumple:

$$V_{B_2} = V_{B_1} - V_{BC_1} = 1 - 0,8 = 0,2 \text{ V}$$

esto implica que  $T_2$  está cortado, de donde se deduce que

$$V_{B_3} = 0 \text{ V}$$

por lo que  $T_3$  está cortado. A su vez

$$V_{B_4} = V_{CC} - V_{R_2} - V_{D_1} = 5 - V_{R_2} - 1 = 4 - V_{R_2}$$

por consiguiente,  $T_4$  está saturado, y por ello

$$V_{B_5} = V_{B_4} - V_{BE_4} = 4 - V_{R_2} - 0,8 = 3,2 - V_{R_2}$$

luego  $T_6$  está saturado, de donde

$$V_o = V_{CE_s(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$$

• **Caso 2 y 3:**

$$A = 0,2 \text{ V} ; B = 3 \text{ V} \quad \text{o} \quad A = 3 \text{ V} ; B = 0,2 \text{ V}$$

$$V_{B_1(A)} = V_{(A)} + V_{BE_1} = 0,2 + 0,8 = 1 \text{ V} ; V_{B_1(B)} = V_{(B)} + V_{BE_2} = 3 + 0,8 = 3,8 \text{ V}$$

Pero  $V_{B_1(\text{máx})}$  posible será

$$V_{B_1(\text{máx})} = V_{BE_2} + V_{BE_3} + V_{CB_1} = 0,8 + 0,8 + 0,8 = 2,4 \text{ V}$$

el nivel de salida lo determina el valor más bajo de entrada  $A$ .

luego  $T_1$  está en saturación  $V_{B_1} = V_{B_1(A)} = 1 \text{ V}$

$$V_{B_2} = 0,2 \text{ V}$$

luego  $T_2$  y  $T_3$  está en corte

$$V_{B_4} = 4 - V_{R_2}$$

luego  $T_4$  está en saturación

$$V_{B_5} = 3,2 - V_{R_2}$$

luego  $T_5$  se encuentra en saturación; por tanto,  $V_o = 0,2 \text{ V}$ .

• **Caso 4:**

$$A = 3 \text{ V} ; B = 3 \text{ V}$$

En estas condiciones:

$$V_{B_1} = V_B + V_{BE_1} = 3 + 0,8 = 3,8 \text{ V} ; V_{B_1(\text{máx})} = V_{CE_1} + V_{BE_2} + V_{BE_3} = 0,8 + 0,8 + 0,8 = 2,4 \text{ V}$$

por tanto,  $T_2$  y  $T_3$  están en saturación.

luego  $T_4$  y  $T_6$  están en corte.  $V_{B_4} = V_{CE_3(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$

luego  $T_5$  está saturado y  $D_2$  conduce.  $V_{B_5} = V_{CC} - V_{R_4}$

$$V_o \simeq V_{CC} - V_{CE_5(\text{sat})} + V_D \simeq 5 - 0,2 - 1 \simeq 3,8 \text{ V}$$

Como conclusión podemos decir que el circuito representado en la Figura 10.16 es una puerta lógica del tipo AND, ya que si se considera la tensión 0,2 V como un nivel bajo ( $L$ ) y 3,8 V como un nivel alto ( $H$ ) se cumple la Tabla 10.3 de funcionamiento

**Tabla 10.3**

$A$	$B$	$S$
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	L

10.12. En el circuito de la Figura 10.17 determinar la tensión en  $V_o$  si en las entradas  $A$  y  $B$  se introducen las tensiones de la Tabla 10.4.

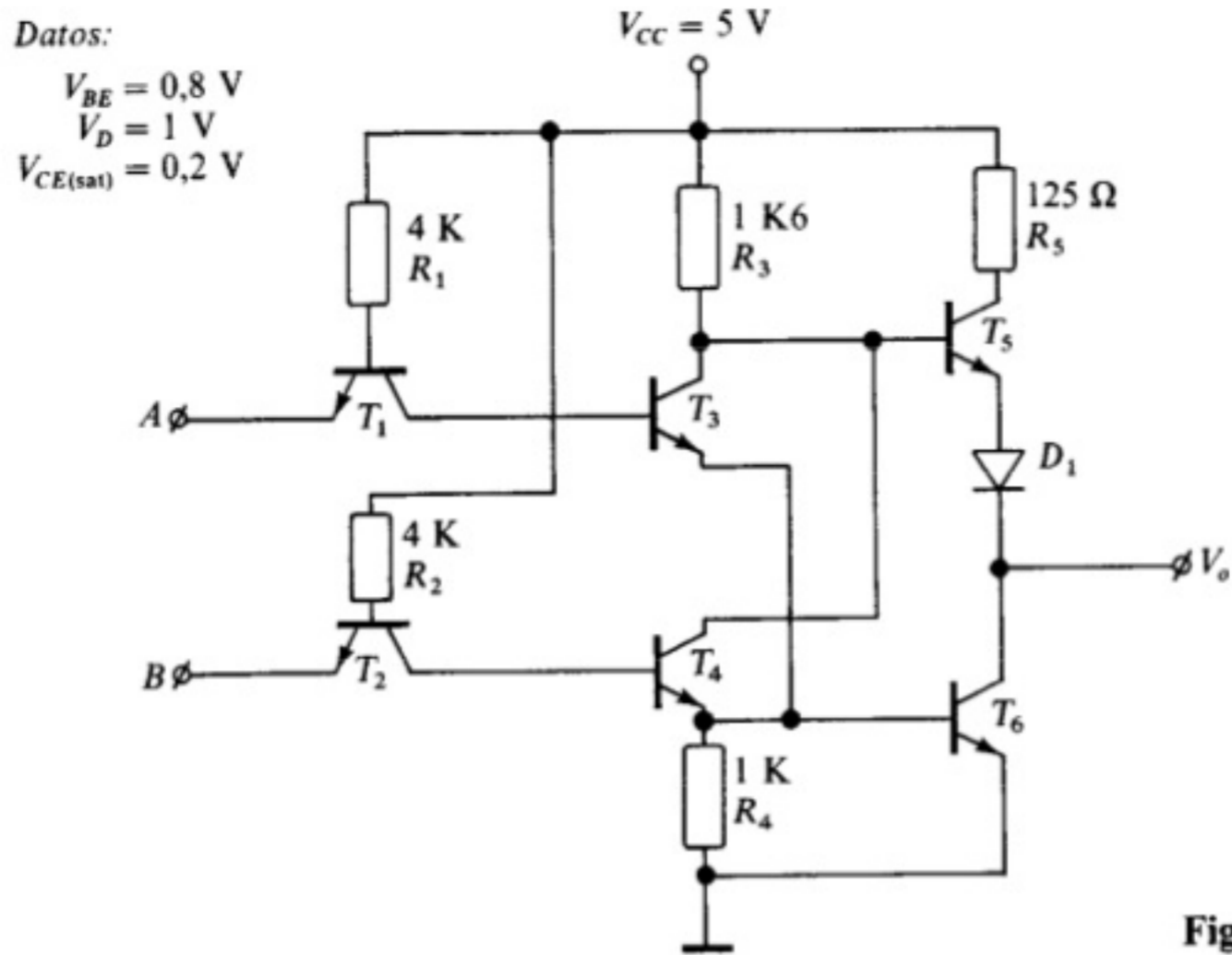


Figura 10.17.

Solución:

Tabla 10.4

	$A$	$B$
Caso 1	0,2 V	0,2 V
Caso 2	0,2 V	3 V
Caso 3	3 V	0,2 V
Caso 4	3 V	3 V

• Caso 1:

$$A = 0,2 \text{ V} \quad \text{y} \quad B = 0,2 \text{ V}$$

$$V_{B_1} = V_{(A)} + V_{BE_1} = 0,2 + 0,8 = 1 \text{ V} \quad ; \quad V_{B_2} = V_{(B)} + V_{BE_2} = 0,2 + 0,8 = 1 \text{ V}$$

por tanto,  $T_1$  y  $T_2$  están en saturación. Teniendo esto en cuenta

$$V_{B_s} = V_{B_2} - V_{CB_2} = 1 - 0,8 = 0,2 \text{ V}$$

luego  $T_4$  está en corte. También se cumple que

$$V_{B_3} = V_{B_1} - V_{CB_1} = 1 - 0,8 = 0,2 \text{ V}$$

por consiguiente,  $T_3$  está en corte, de donde se deduce que

$$V_{B_6} = 0$$

$T_6$  está en corte, y por último

$$V_{B_5} = V_{CC} - V_{R_5}$$

luego  $T_5$  está saturado.

La tensión de salida será

$$V_o \simeq V_{CC} - V_{CE_5} - V_D \simeq 5 - 0,2 - 1 \simeq 3,8 \text{ V}$$

• **Caso 2:**

$$A = 0,2 \text{ V} \quad \text{y} \quad B = 3 \text{ V}$$

$$V_{B_1} = V_{(A)} + V_{BE_1} = 0,2 + 0,8 = 1 \text{ V}$$

entonces  $T_1$  está en saturación.

$$V_{B_2} = V_{(B)} + V_{BE_2} = 3 + 0,8 = 3,8 \text{ V}$$

$$V_{B_2(\text{máx})} = V_{CB_2} + V_{BE_4} + V_{BE_6} = 0,8 + 0,8 + 0,8 = 2,4 \text{ V}$$

por lo que  $T_4$  y  $T_6$  están en saturación.

La tensión a la salida será:

$$V_o = V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$$

• **Caso 3:**

$$A = 3 \text{ V} \quad \text{y} \quad B = 0,2 \text{ V}$$

$$V_{B_1} = V_{(A)} + V_{EB_1} = 3 + 0,8 \text{ V} = 3,8 \text{ V}$$

$$V_{B_1(\text{máx})} = V_{BE_6} + V_{BE_3} + V_{CB_1} = 0,8 + 0,8 + 0,8 = 2,4 \text{ V}$$

por tanto  $T_3$  y  $T_6$  estarán en saturación.

Por tanto,  $V_o = V_{CE_6(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$ .

• **Caso 4:**

$$A = 3 \text{ V} \quad \text{y} \quad B = 3 \text{ V}$$

$$V_{B_1} = V_{(A)} + V_{EB_1} = 3 + 0,8 = 3,8 \text{ V}$$

$$V_{B_1(\text{máx})} = V_{CB_1} + V_{BE_3} + V_{BE_6} = 0,8 + 0,8 + 0,8 = 2,4 \text{ V}$$

luego  $T_3$  y  $T_6$  están en saturación.

$$V_{B_2} = V_{(B)} + V_{EB_2} = 3 + 0,8 = 3,8 \text{ V}$$

$$V_{B_2(\text{máx})} = V_{CB_2} + V_{BE_4} + V_{BE_6} = 0,8 + 0,8 + 0,8 = 2,4 \text{ V}$$

por lo que  $T_6$  y  $T_4$  están en saturación.

La tensión de salida será

$$V_o = V_{CE_4(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$$



El circuito de la Figura 10.17 se comporta, por tanto, como una puerta lógica del tipo NOR, ya que cumple la Tabla 10.5 de funcionamiento.

Tabla 10.5

A	B	S
L	L	H
L	H	L
H	L	L
H	H	L

10.13. En el circuito de la Figura 10.18 determinar la tensión en  $V_o$  si en las entradas se introducen las tensiones de la Tabla 10.6.

Datos:

$$V_D = 0,7 \text{ V}$$

$$V_{BC} = 0,7 \text{ V}$$

$$V_{CE(sat)} = 0,3 \text{ V}$$

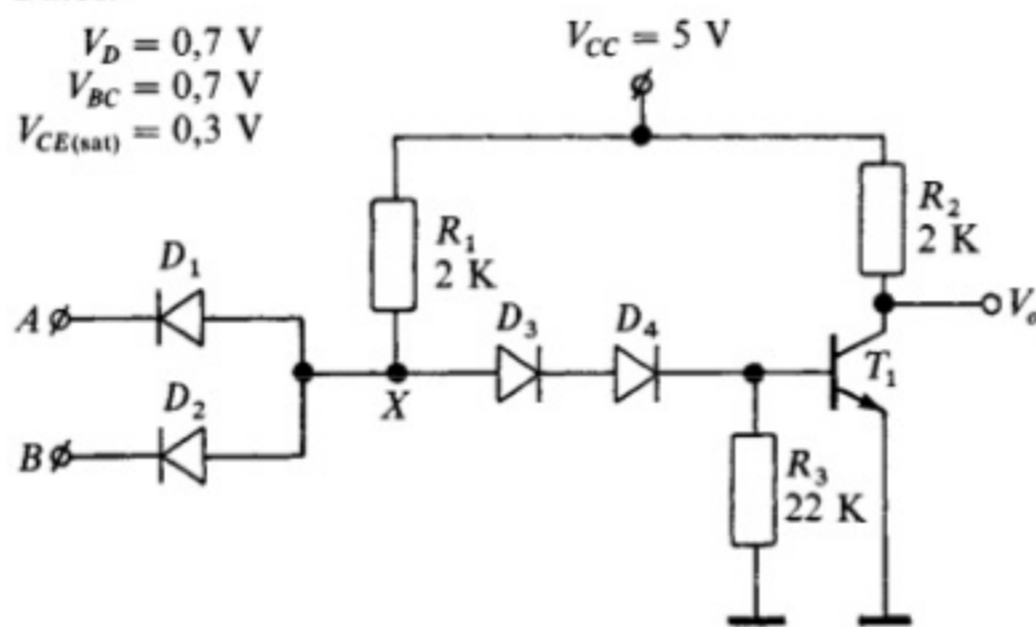


Tabla 10.6

	A	B
Caso 1	0,3 V	0,3 V
Caso 2	0,3 V	4 V
Caso 3	4 V	0,3 V
Caso 4	4 V	4 V

Figura 10.18.

Solución:

• Caso 1:

$$A = 0,3 \text{ V} ; B = 0,3 \text{ V}$$

En este caso  $D_1$  y  $D_2$  conducen a través de  $R_1$ :

$$V_{CC} = I_{R_1} R_1 + V_{D_1} + V_A ; I_{R_1} = \frac{V_{CC} - (V_{D_1} + V_A)}{R_1} = \frac{5 - (0,7 + 0,3)}{2} = 2 \text{ mA}$$

a su vez se cumple

$$V_X = V_A + V_{D_1} = 1 \text{ V}$$

por tanto,  $D_3$  y  $D_4$  están cortados, ya que para que conduzcan la tensión en  $V_X$  deberá ser  $2V_D = 0,7 \cdot 2 = 1,4$  V, con lo que  $T_1$  está cortado por ser su tensión en base 0 V. Por tanto, la tensión en la salida será

$$V_o = V_{CC} = 5 \text{ V}$$

• **Caso 2:**

$$A = 0,3 \text{ V} ; B = 4 \text{ V}$$

$D_1$  conduce,  $D_2$  no conduce y, por consiguiente,  $V_X = 1$  V, con lo que  $T_1$  se encuentra en estado de corte, luego la tensión en la salida será

$$V_o = V_{CC} = 5 \text{ V}$$

• **Caso 3:**

$$A = 4 \text{ V} ; B = 0,3 \text{ V}$$

$D_1$  no conduce,  $D_2$  conduce y, por tanto,  $V_X = 1$  V, con lo cual  $T_1$  se encuentra en estado de corte, causa por la cual la tensión en la salida será

$$V_o = V_{CC} = 5 \text{ V}$$

• **Caso 4:**

$$A = 4 \text{ V} ; B = 4 \text{ V}$$

$D_1$  y  $D_2$  no conducen;  $D_3$  y  $D_4$  conducen, por consiguiente,

$$V_X = V_{D_1} + V_{D_2} + V_{BE} = 0,7 + 0,7 + 0,7 = 2,1 \text{ V}$$

luego  $T_1$  está en saturación y, por tanto, la tensión a la salida será

$$V_o = V_{CE(sat)} = 0,3 \text{ V}$$

Como conclusión se puede decir que el circuito representado en la Figura 10.18 es una puerta lógica del tipo NAND, ya que si se considera 0,3 V como un nivel bajo (L) y 4 V como un nivel alto (H) se cumple la Tabla 10.7.

**Tabla 10.7**

A	B	$V_o$
L	L	H
L	H	H
H	L	H
L	L	L

10.14. En el circuito de la Figura 10.19 determinar la tensión en  $V_o$  teniendo en cuenta los valores de las entradas de la Tabla 10.8.

Datos:  
 $V_{BC} = 0,7 \text{ V}$   
 $V_{CE(sat)} = 0,2 \text{ V}$

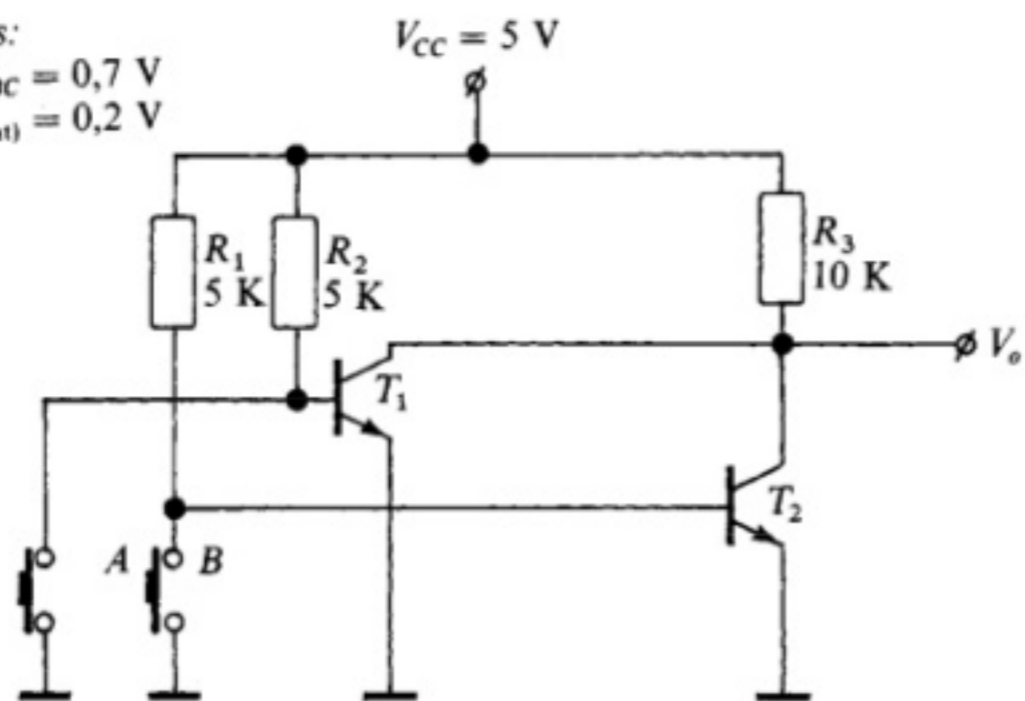


Tabla 10.8

	A	B
Caso 1	ON	ON
Caso 2	ON	OFF
Caso 3	OFF	ON
Caso 4	OFF	OFF

Figura 10.19.

Solución:

• Caso 1:

$$A = \text{ON} \quad ; \quad B = \text{ON}$$

Cuando los dos pulsadores están activados, la tensión en la base de los dos transistores es 0 V y, por tanto,  $T_1$  y  $T_2$  están en corte y la tensión en la salida es:

$$V_o = V_{CC} = 5 \text{ V}$$

• Caso 2:

$$A = \text{ON} \quad ; \quad B = \text{OFF}$$

El transistor  $T_1$  está en corte y la tensión en la base de  $T_2$  es

$$V_{B_2} = V_{CC} - V_{BE_2} \quad ; \quad V_{BE_2} = 5 - 0,7 = 4,3 \text{ V}$$

por tanto,  $T_2$  está en saturación y la tensión en  $V_o$  es

$$V_o = V_{CE(sat)} = 0,2 \text{ V}$$

• Caso 3:

$$A = \text{OFF} \quad ; \quad B = \text{ON}$$

El estudio es análogo al anterior, pero ahora  $T_1$  está en corte y  $T_2$  está en saturación.

● Caso 4:

$$A = \text{OFF} \ ; \ B = \text{OFF}$$

En este caso  $T_1$  y  $T_2$  están en saturación y, por tanto,

$$V_o = V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$$

Como conclusión se puede decir que el circuito representado en la Figura 10.19 es una puerta lógica del tipo NOR, ya que si se considera que 0 V es un nivel bajo y 5 V es un nivel alto (H) se cumple la Tabla 10.9 de funcionamiento.

Tabla 10.9

A	B	$V_o$
L	L	H
L	H	L
H	L	L
H	H	L

10.15. Determinar en qué posición se enciende el diodo led del circuito de la Figura 10.20 y la corriente que circula por él cuando se encuentra encendido.

Datos:  
 $V_D = 1 \text{ V}$   
 $V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$

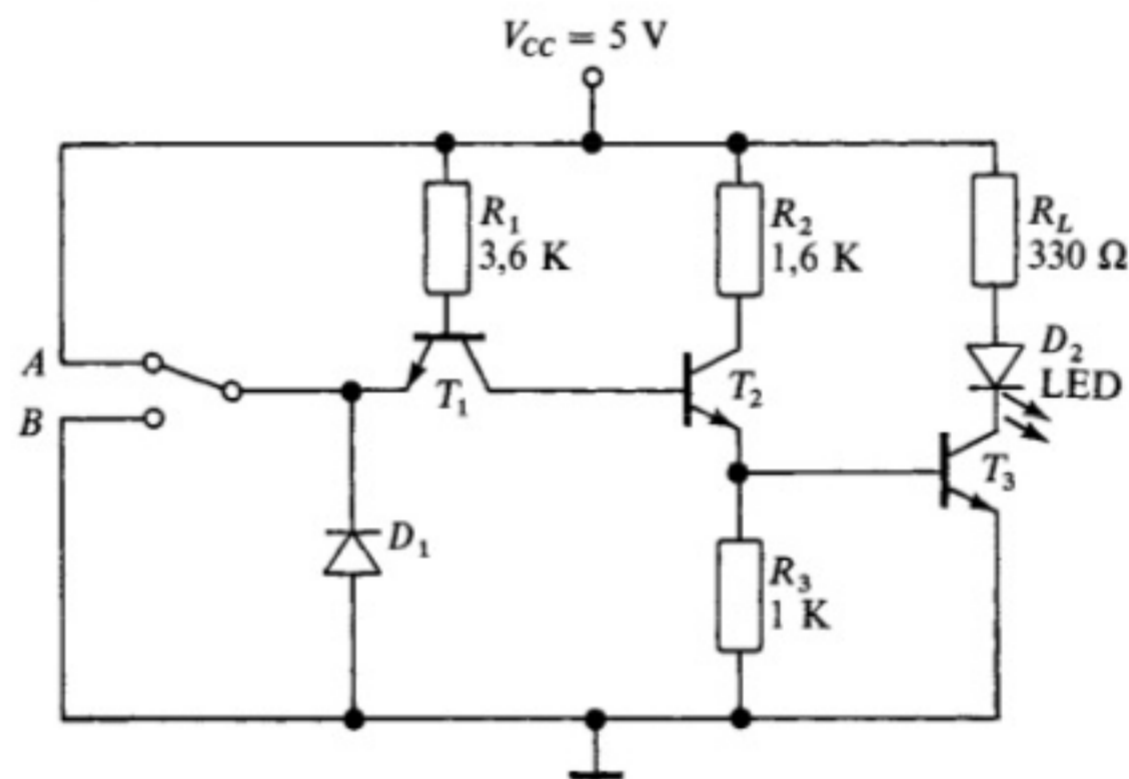


Figura 10.20.

Solución:

● Posición A:

$T_1$  está en corte,  $T_2$  en saturación,  $T_3$  en saturación y, por tanto, circulará corriente por el diodo que se encenderá.

La corriente que circula por el diodo LED será

$$I_D = \frac{V_{CC} - V_D - V_{CE(sat)}}{R_L} = \frac{5 - 1 - 0,2}{0,330} = 11,5 \text{ mA}$$

• Posición B:

$T_1$  está en saturación,  $T_2$  en corte,  $T_3$  en corte, por tanto, la corriente de colector de  $T_3$  es 0 y el diodo LED estará apagado.

10.16. En el circuito de la Figura 10.21 determina el valor del terminal de salida cuando se introducen los valores de la Tabla 10.10 a la entrada.

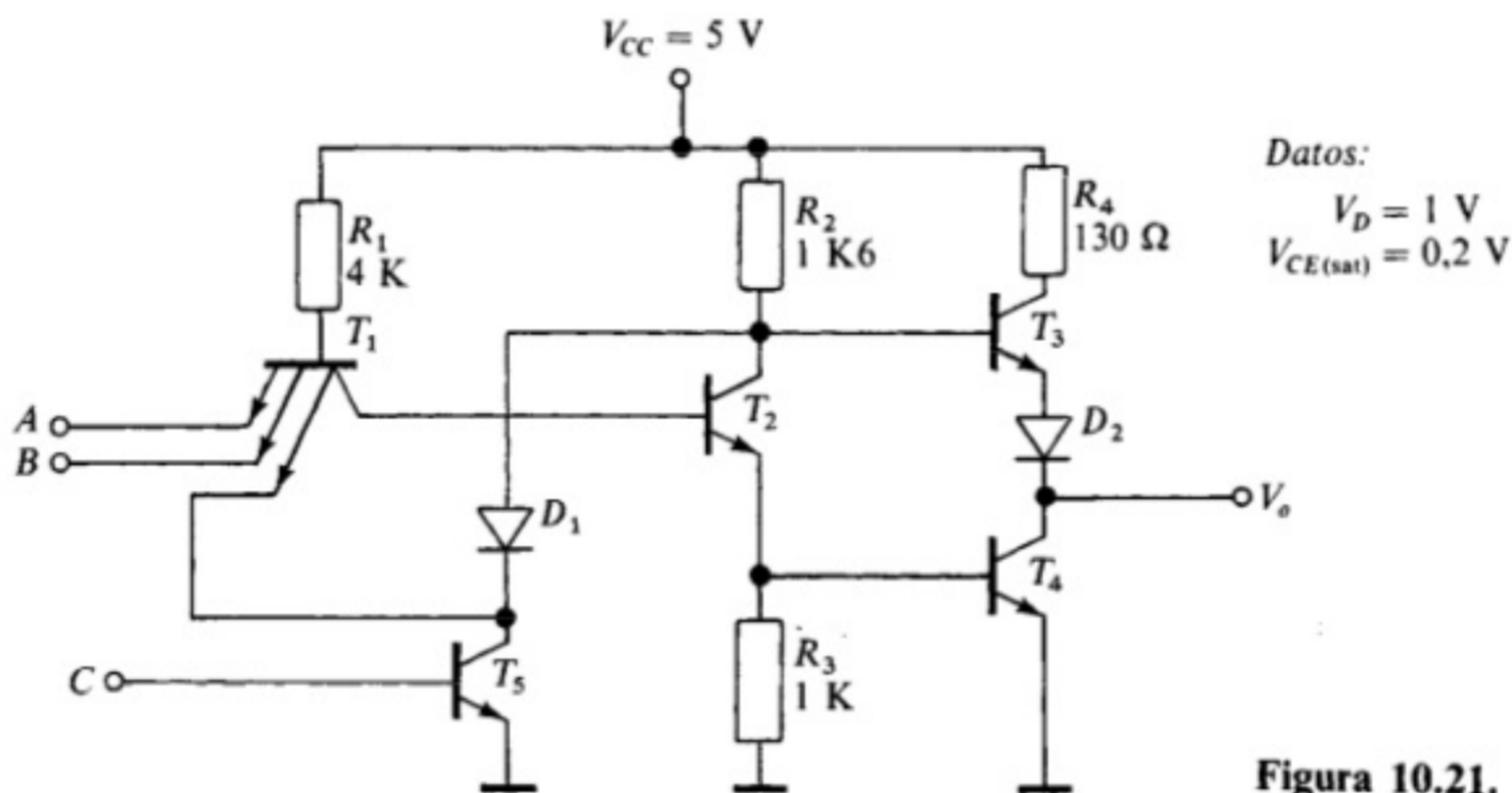


Figura 10.21.

Tabla 10.10

	A	B	C
Caso 1	0,2 V	0,2 V	0,2 V
Caso 2	4 V	0,2 V	0,2 V
Caso 3	0,2 V	4 V	0,2 V
Caso 4	4 V	4 V	0,2 V
Caso 5	0,2 V	0,2 V	4 V
Caso 6	4 V	0,2 V	4 V
Caso 7	0,2 V	4 V	4 V
Caso 8	4 V	4 V	4 V

Solución:

• Caso 1:

$$A = 0,2 \text{ V} ; B = 0,2 \text{ V} ; C = 0,2 \text{ V}$$

$T_1$  está en saturación,  $T_5$  en corte,  $T_2$  en corte,  $T_3$  en saturación y  $T_4$  en corte, por tanto,

$$V_o \simeq V_{CC} - V_{CE(\text{máx})} - V_D \simeq 5 - 0,2 - 1 \simeq 3,8 \text{ V}$$

• **Caso 2:**

$$A = 4 \text{ V} ; B = 0,2 \text{ V} ; C = 0,2 \text{ V}$$

$T_1$  está en saturación,  $T_5$  en corte,  $T_2$  en corte,  $T_3$  en saturación y  $T_4$  en corte, por tanto,  $V_o = 3,8 \text{ V}$ .

• **Caso 3:**

$$A = 0,2 \text{ V} ; B = 4 \text{ V} ; C = 0,2 \text{ V}$$

$T_1$  está en saturación,  $T_5$  en corte,  $T_2$  en corte,  $T_3$  en saturación y  $T_4$  en corte, por tanto,  $V_o = 3,8 \text{ V}$ .

• **Caso 4:**

$$A = 4 \text{ V} ; B = 4 \text{ V} ; C = 0,2 \text{ V}$$

$T_1$  está en corte,  $T_5$  en corte,  $T_2$  en saturación,  $T_3$  en corte y  $T_4$  en saturación, por tanto,  $V_o = V_{CE(\text{sat})4} = 0,2 \text{ V}$ .

- **Casos 5, 6, 7 y 8:** Independientemente del valor de  $A$  y  $B$  cuando  $C = 4 \text{ V}$ ,  $T_5$  está saturado, por tanto,  $T_3$  y  $T_4$  están en corte. En estas condiciones la corriente de salida queda reducida a las corrientes de fuga de los transistores  $T_3$  y  $T_4$ , lo que equivale a una impedancia de salida de varios megahomios. Se dice en este caso que el circuito presenta un estado de alta impedancia.

El circuito de la Figura 10.21 se comporta, por tanto, como una puerta del tipo NAND cuando la entrada  $C$  está a nivel bajo y pone a la salida un estado de alta impedancia a la salida cuando  $C$  está a nivel alto.

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 10.17.** Realizar el problema 10.9 utilizando el transistor BC107, sabiendo que el nivel alto de entrada está comprendido entre los valores 10 a 7 V.

Datos:

BC107 NPN

$V_{CE(\text{máx})} = 45 \text{ V}$

$I_{C(\text{máx})} = 100 \text{ mA}$

$h_{FE} = 125 - 500$  con  $I_C = 2 \text{ mA}$

**Solución:**

$E_C = 10 \text{ V}$

$I_{C(\text{sat})} = 2 \text{ mA}$

$R_C = 5 \text{ k}\Omega$ ; valor comercial 5 K 1.

$R_B < 400 \text{ k}\Omega$ ; valor comercial: 300 k $\Omega$ .

FAN OUT = 28.

- 10.18.** Realizar el Problema 10.17 si se considera como valor de entrada a nivel alto las tensiones comprendidas entre 5 a 4 V.

**Solución:**

$E_C = 5 \text{ V}$ .

$R_C = 2 \text{ K } 5$ ; valor comercial 2 K 7.

$R_B < 215 \text{ k}\Omega$ ; valor comercial: 150 k $\Omega$ .

FAN OUT = 16.

**10.19.** Realizar el Problema 10.18 con el transistor BC108 si se considera como nivel lógico de entrada alto las tensiones comprendidas entre 12 a 9 V.

Datos:

BC108 NPN

$V_{CE(max)} = 20$  V

$I_{C(max)} = 100$  mA

$h_{FE} = 125 - 900$  con  $I_C = 2$  mA.

**Solución:**

$E_C = 12$  V.

$R_C = 6$  K; valor comercial 6,2 k $\Omega$ .

$R_B < 525$  k $\Omega$ ; valor comercial: 390 k $\Omega$ .

FAN OUT = 23.

**10.20.** Diseñar el circuito de la Figura 10.22 para que trabaje en conmutación.

Datos:

$T_1 =$  BC 107

$V_{BE(sat)} = 0,7$  V

$I_{C(sat)} = 10$  mA con  $\beta = 110$

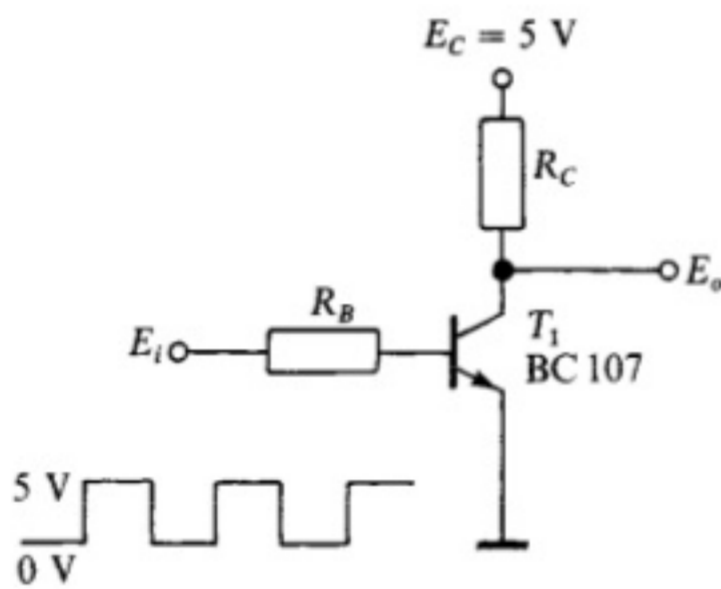


Figura 10.22.

**Solución:**

$R_C = 500$   $\Omega$ ; valor comercial  $R_C = 510$   $\Omega$ .

$R_B < 47,3$  k $\Omega$ ; valor comercial  $R_C = 43$  k $\Omega$ .

**10.21.** Calcular el valor de  $R_C$  y  $R_B$  en el circuito de la Figura 10.23 para que el transistor trabaje entre corte y saturación cuando se le introduce el tren de impulsos de la entrada.

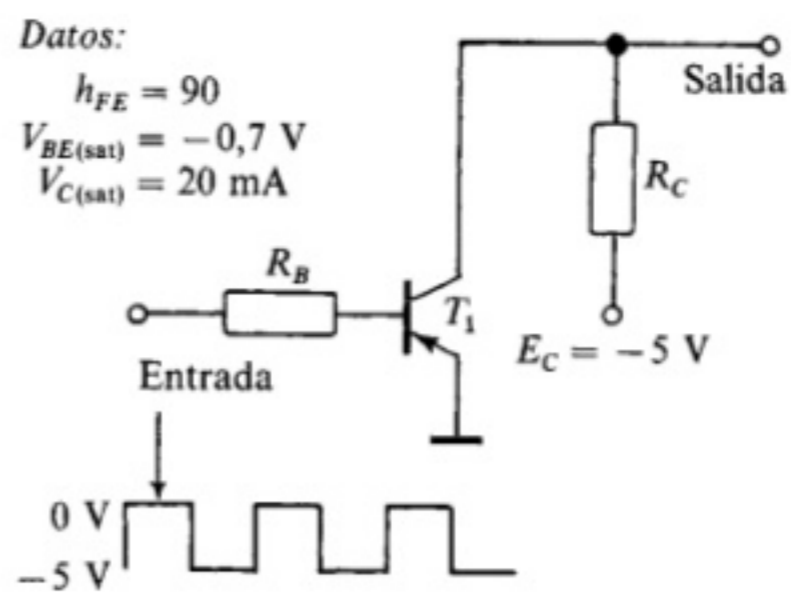


Figura 10.23.

**Solución:**

$R_C = 250$   $\Omega$ ; valor comercial  $R_C = 270$   $\Omega$ .

$R_B < 19,35$  K; valor comercial  $R_B = 18$  k $\Omega$ .

**10.22.** Calcular el punto de trabajo del transistor del circuito de la Figura 10.24.

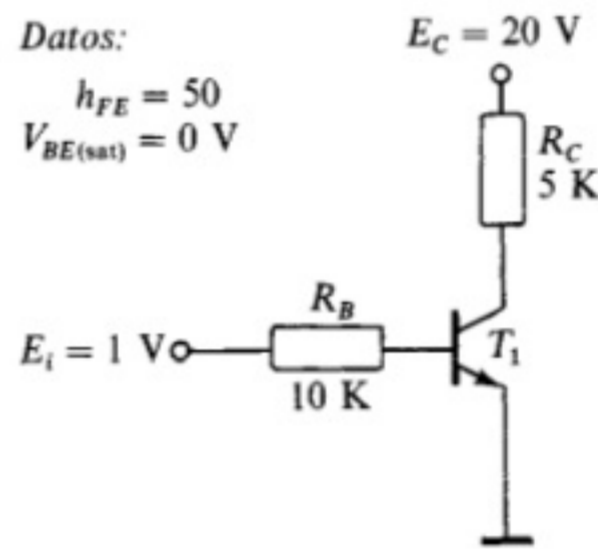


Figura 10.24.

**Solución:**

$$Q = \begin{cases} I_B = 0,1 \text{ mA} \\ I_C = 4 \text{ mA} \\ V_{CE} = 0 \text{ VA} \end{cases} \quad \text{saturado}$$

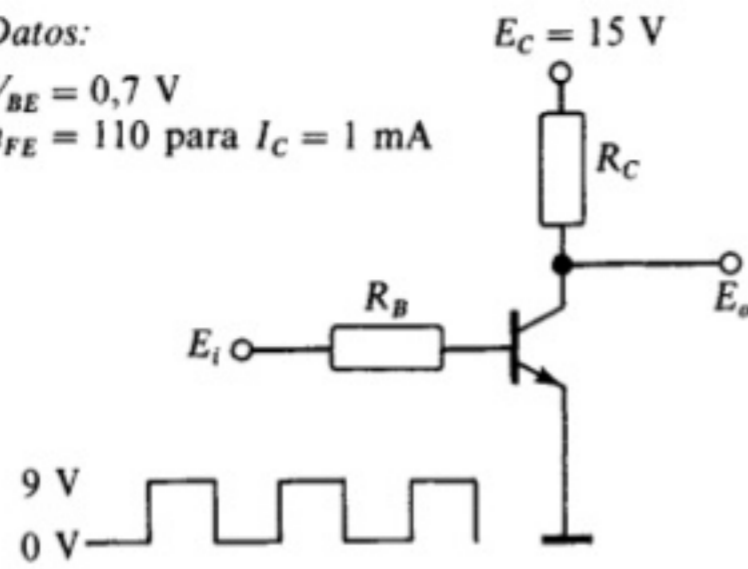
**10.23.** Calcular el valor de  $R_C$  y  $R_B$  para que el transistor de la Figura 10.25 trabaje en conmutación.

**Solución:**

$R_C = 7 \text{ K } 5$ .  
 $R_B < 456,5 \text{ K}$ ; valor comercial  $430 \text{ k}\Omega$ .

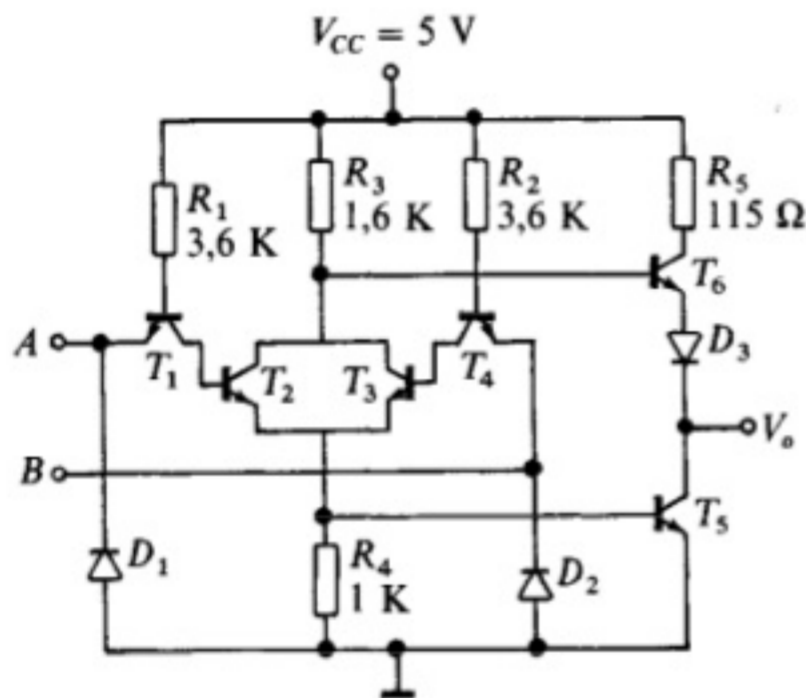
**Datos:**

$V_{BE} = 0,7 \text{ V}$   
 $h_{FE} = 110$  para  $I_C = 1 \text{ mA}$



**Figura 10.25.**

**10.24.** En el circuito de la Figura 10.26 determinar el valor de la tensión  $V_o$  cuando se introducen a su entrada los valores de la Tabla 10.11. Obtener una tabla de resultados.



**Datos:**

$V_{BE} = 0,8 \text{ V}$   
 $V_D = 1 \text{ V}$   
 $V_{CB} = 0,7 \text{ V}$   
 $V_{CE(sat)} = 0,2 \text{ V}$

**Figura 10.26.**

	A	B
Caso 1	0,3 V	0,3 V
Caso 2	0,3 V	4 V
Caso 3	4 V	0,3 V
Caso 4	4 V	3 V

**Solución:**

• **Caso 1:**

$A = 0,3 \text{ V}$  ;  $B = 0,3 \text{ V}$ .  
 $T_1, T_4$  y  $T_6$  en saturación;  $T_2, T_3$  y  $T_5$  en corte, por tanto,  $V_o = 3,8 \text{ V}$ .

• **Caso 2:**

$A = 0,3 \text{ V}$  ;  $B = 4 \text{ V}$ .  
 $T_1, T_3$  y  $T_5$  en saturación;  $T_2, T_4$  y  $T_6$  en corte, por tanto,  $V_o = 0,2 \text{ V}$ .

• **Caso 3:**

$A = 4 \text{ V}$  ;  $B = 0,3 \text{ V}$ .  
 $T_1, T_3$  y  $T_6$  en corte;  $T_2, T_4$  y  $T_5$  en saturación, por tanto,  $V_o = 0,2 \text{ V}$ .

• **Caso 4:**

$A = 4 \text{ V}$  ;  $B = 4 \text{ V}$ .  
 $T_1, T_4$  y  $T_6$  en corte;  $T_2, T_3$  y  $T_5$  en saturación, por tanto,  $V_o = 0,2 \text{ V}$ .

Si se considera una tensión de  $0,2 \text{ V}$  como nivel bajo (L) y  $3,8 \text{ V}$  como nivel alto (H), la tabla de funcionamiento es la 10.12.

**Tabla 10.12**

A	B	$V_o$
L	L	H
L	H	L
H	L	L
H	H	L

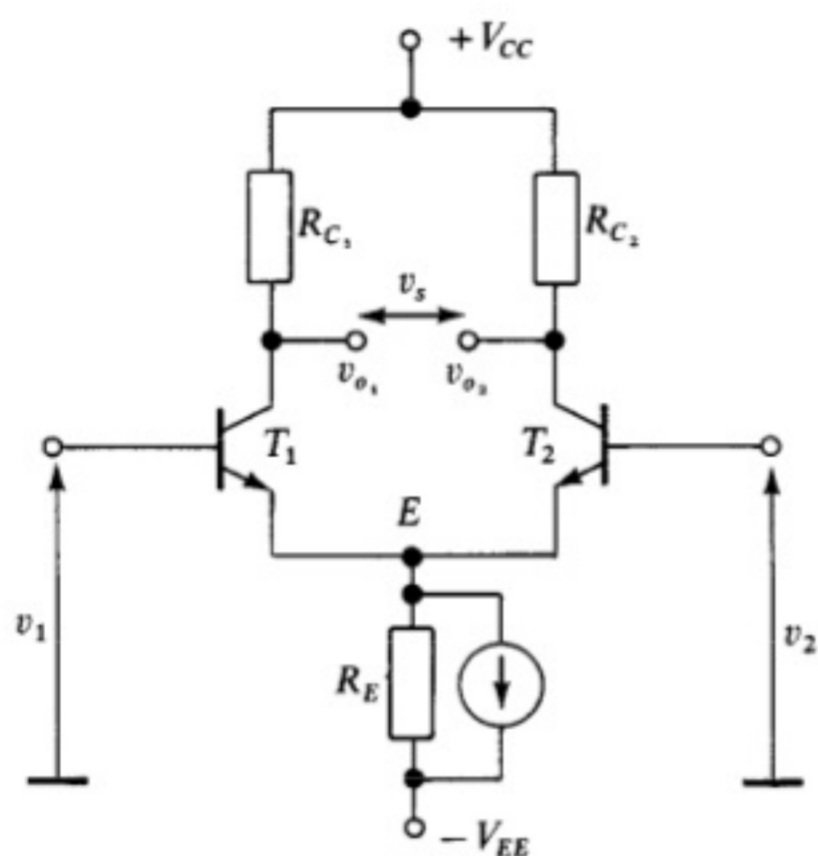


# CAPITULO 11

## Amplificadores operacionales

### 11.1. AMPLIFICADORES DIFERENCIALES

El circuito básico de un amplificador diferencial es el que aparece en la Figura 11.1, su estructura es simétrica y por tanto los transistores y resistencias se suponen idénticos en ambos lados del circuito.



**Figura 11.1.**  
Circuito básico de un amplificador diferencial.

En el circuito se definen las siguientes magnitudes:

- $v_s$ : Tensión diferencial de salida.
- $v_d = v_1 - v_2$ : Tensión diferencial de entrada.
- $G_{vd}$ : Ganancia de tensión diferencial.

Estas magnitudes se relacionan entre sí por la siguiente expresión:

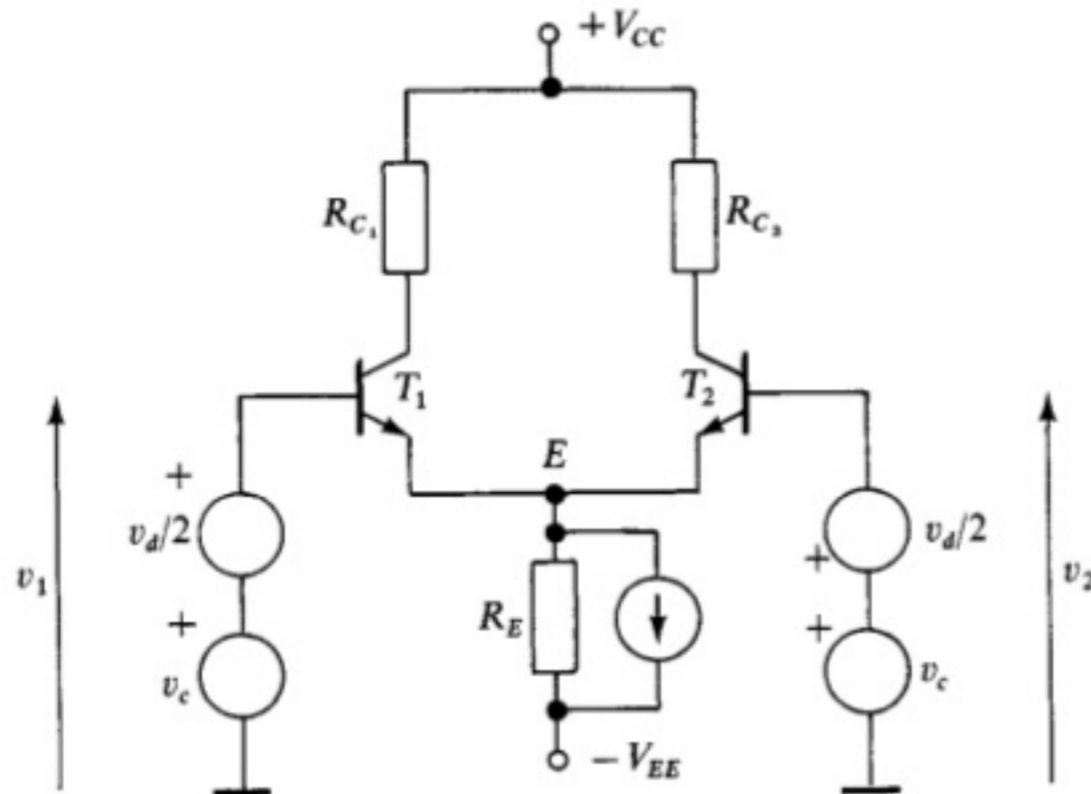
$$v_s = G_{vd} \cdot (v_1 - v_2) = G_{vd} \cdot v_d$$

De la anterior relación se deduce que los niveles de tensión comunes a ambas entradas no deben ser amplificados.

Al nivel común de tensión, a ambas entradas, se le denomina señal de entrada en modo común  $v_c$ . Habitualmente, esta tensión se define como la semisuma de las tensiones de entrada.

$$v_c = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Teniendo en cuenta las definiciones de tensión diferencial y tensión en modo común, podemos modificar el circuito de la Figura 11.1 en el correspondiente a la Figura 11.2:



**Figura 11.2.**  
Circuito modificado  
del correspondiente  
a la Figura 11.1.

Si consideramos simétrico este último circuito, el punto  $E$  de unión de ambos emisores poseerá una tensión constante, debido a que  $v_d/2$  se aplica a la unión base-emisor de ambos transistores  $T_1$  y  $T_2$ , pero con polaridad contraria a cada uno de ellos. Esto provoca que cualquier variación de la tensión en uno de ellos quede anulada por una variación del mismo valor, pero en sentido contrario en el otro transistor.

Por lo anteriormente descrito, podemos definir al punto  $E$  como una *masa virtual*, es decir, que sin estar conectada a masa se comporta como si lo estuviera.

## 11.2. ANALISIS DE UN AMPLIFICADOR DIFERENCIAL

El estudio del amplificador diferencial precisa de la aplicación del teorema de superposición que seguidamente enunciamos.

### ■ Teorema de superposición

*En toda red formada por generadores de tensión y/o intensidad e impedancias, los efectos producidos (en corrientes y potenciales) por la actuación simultánea de dichos generadores, se pueden calcular mediante la suma de los efectos que producirían cada uno de los generadores actuando independientemente.*

Para el análisis de los efectos producidos por cada uno de los generadores, se cortocircuitarán el resto de los generadores de tensión y se dejarán a circuito abierto los de intensidad restantes.

Este teorema se utilizó, implícitamente, en el análisis de circuitos de transistores con parámetros híbridos, ya que al realizar el estudio en continua se cortocircuitaron a masa los generadores de alterna, y al realizar el estudio en alterna fueron los generadores de continua los que se conectaron a masa.

Pasemos ahora al estudio, que será realizado de dos formas: en modo diferencial y en modo común.

### 11.3. ESTUDIO EN MODO DIFERENCIAL

Cuando el amplificador de la Figura 11.2 se estudia trabajando en modo diferencial, existen cuatro posibilidades de conexión entrada/salida:

- Entrada y salida diferencial.
- Entrada asimétrica y salida diferencial.
- Entrada diferencial y salida asimétrica.
- Entrada y salida asimétrica.

Analicemos seguidamente cada uno de ellos:

#### ■ Estudio en entrada y salida diferencial

Dado que la tensión que introducimos es diferencial, no consideraremos los generadores de tensión en modo común « $v_c$ » del circuito de la Figura 11.2.

Analizaremos el circuito en alterna, para lo cual cortocircuitaremos las fuentes de continua que, por tanto, quedarán conectadas a masa; asimismo dejaremos en circuito abierto las fuentes de intensidad. Teniendo en cuenta lo anterior el circuito de la Figura 11.2 se transforma en el de la Figura 11.3b.

Sustituyendo seguidamente cada transistor por su circuito equivalente en parámetros híbridos, se obtiene el circuito de la Figura 11.3c en el que se elimina la resistencia  $R_E$ , ya que, como anteriormente dijimos, al punto  $E$  se le puede considerar como una masa virtual.

Dado que el circuito de la Figura 11.3c es simétrico, podemos escribir:

$$\begin{cases} v_{o_1} = -R_{C_1} \cdot h_{fe} \cdot i_{b_1} \\ v_{d/2} = i_{b_1} \cdot h_{ie} \end{cases} ; \begin{cases} v_{o_2} = -R_{C_2} \cdot h_{fe} \cdot i_{b_2} \\ v_{d/2} = i_{b_2} \cdot h_{ie} \end{cases}$$

Dividiendo ambas ecuaciones se obtiene la ganancia diferencial para cada entrada:

$$\frac{v_{o_1}}{v_d} = \frac{-R_{C_1} \cdot h_{fe}}{2 \cdot h_{ie}} ; \frac{v_{o_2}}{v_d} = \frac{R_{C_2} \cdot h_{fe}}{2 \cdot h_{ie}}$$

Por último podemos decir:

$$G_{dd} = \frac{v_{o_1} - v_{o_2}}{v_d} = -\frac{h_{fe} \cdot R_{C_1}}{2 \cdot h_{ie}} - \frac{h_{fe} \cdot R_{C_2}}{2 \cdot h_{ie}} = -\frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}} ; \text{ ya que se cumple } R_C = R_{C_1} = R_{C_2}$$

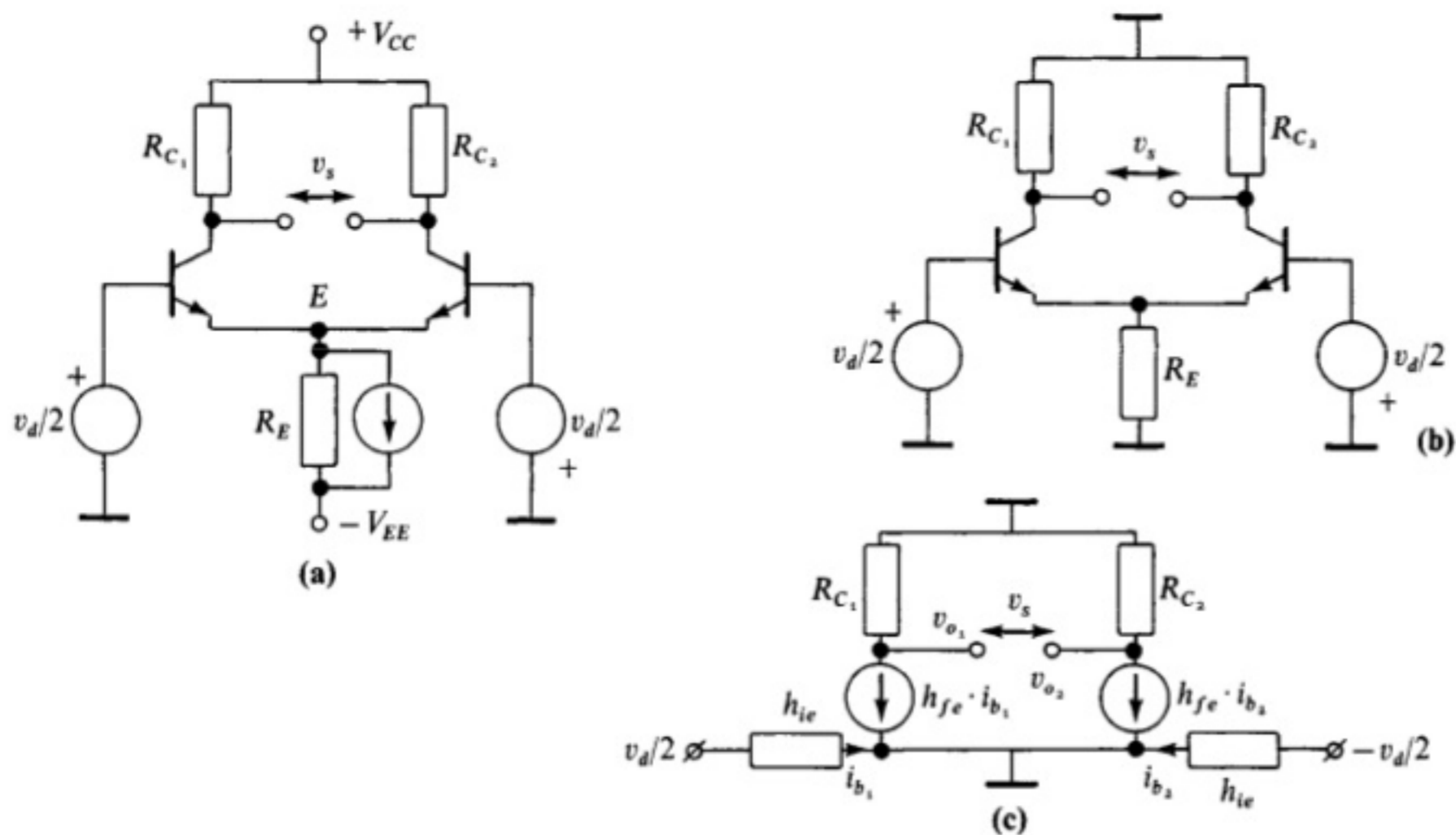


Figura 11.3. (a) Circuito en modo diferencial. (b) Circuito en alterna. (c) Circuito equivalente con híbridos.

De la ecuación anterior se desprende que la ganancia del circuito sólo depende de las características del transistor y de la resistencia de colector.

Por otra parte, si aplicamos en la salida una carga en forma diferencial, es decir, entre los dos terminales de salida, obtendremos el circuito de la Figura 11.4a, el cual se transforma aplicando los parámetros híbridos en el de la Figura 11.4b, donde la resistencia  $R_C$  pasa a estar en paralelo con la resistencia  $R_L/2$ . En estas condiciones la ganancia será:

$$G_{dd} = -\frac{h_{fe} \cdot R'_C}{h_{ie}} \quad ; \quad \text{donde} \quad R'_C = R'_{C_1} = R'_{C_2} = (R_{C_1} \parallel R_L/2) = (R_{C_2} \parallel R_L/2)$$

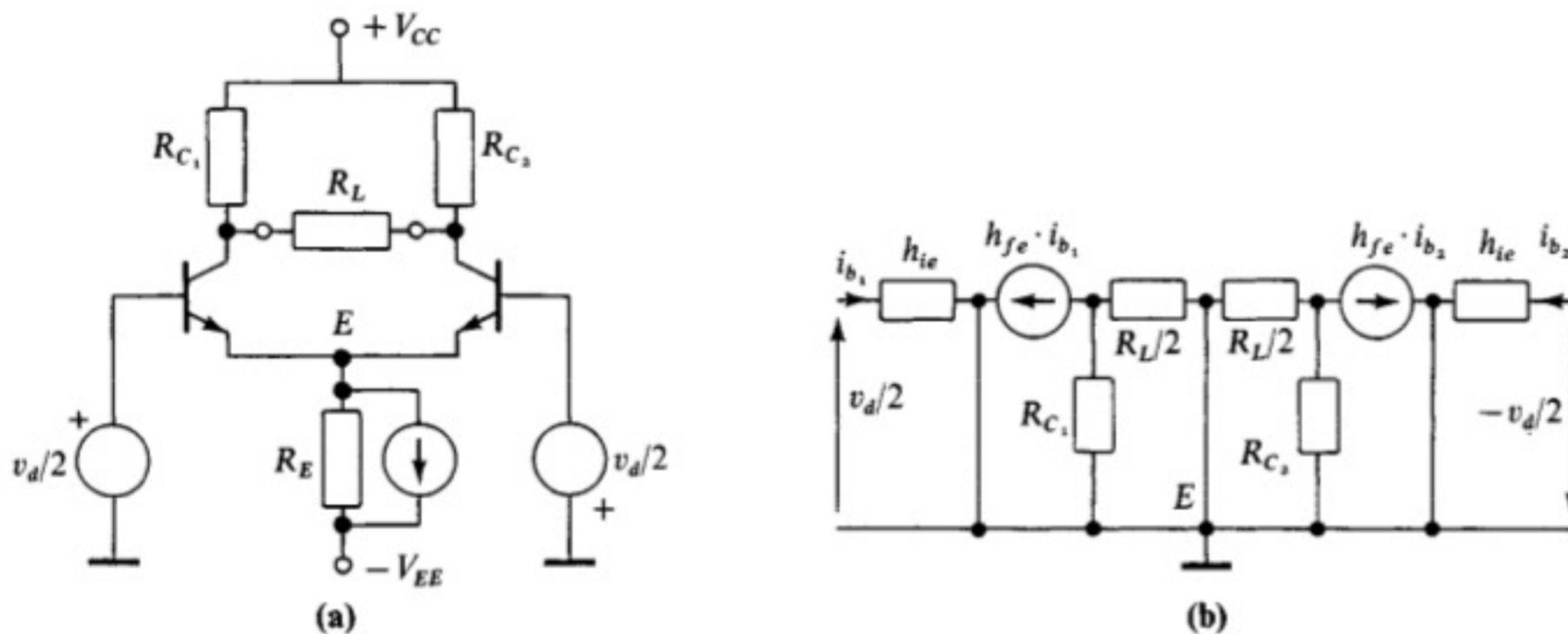


Figura 11.4. (a) Amplificador diferencial con carga. (b) Circuito equivalente en parámetros híbridos con carga.

■ Estudio con entrada asimétrica y salida diferencial

Realizando el estudio como en el caso de entrada y salida diferencial, se obtiene el circuito de la Figura 11.5a. Analizando en alterna y empleando parámetros híbridos, conseguimos el circuito de la Figura 11.5b, del que se deduce que su ganancia, como se indica seguidamente

$$\left. \begin{aligned} v_d &= h_{ie} \cdot i_{b_1} \\ v_{o_1} &= -h_{fe} \cdot i_{b_1} \cdot R_{C_1} \end{aligned} \right\} ; \quad v_{o_2} = -R_{C_2} \cdot h_{fe} \cdot 0 = 0$$

$$G_{ad} = \frac{v_{o_1} - v_{o_2}}{v_d} = \frac{-(h_{fe} \cdot i_{b_1} \cdot R_{C_1}) - 0}{h_{ie} \cdot i_{b_1}} = -\frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}} ; \quad \text{con carga } R_C \text{ valdría } R_C \parallel \left(\frac{R_L}{2}\right)$$

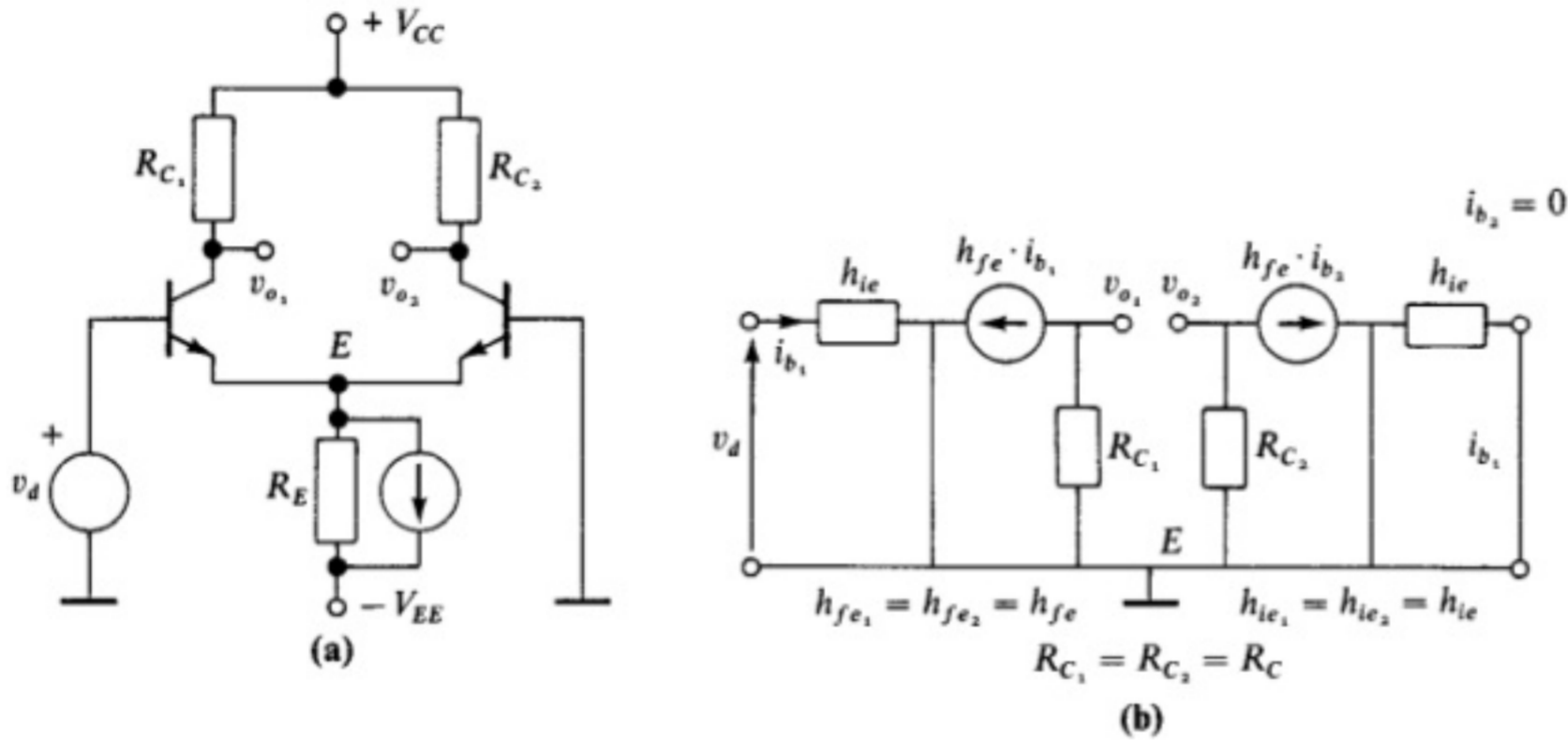


Figura 11.5. Circuito con entrada asimétrica y salida diferencial. (a) Circuito base. (b) Circuito equivalente en alterna.

Esta estructura se emplea normalmente cuando se desea obtener una señal balanceada partiendo de una señal asimétrica.

■ Estudio con entrada diferencial y salida asimétrica

Procediendo como en anteriores casos se obtiene la Figura 11.6a y b, de la que se deduce:

$$\left. \begin{aligned} \frac{v_d}{2} &= -h_{ie} \cdot i_{b_2} \\ v_{o_2} &= -h_{fe} \cdot i_{b_2} \cdot R_{C_2} \end{aligned} \right\} ; \quad G_{da} = \frac{-h_{fe} \cdot i_{b_2} \cdot R_{C_2}}{-h_{ie} \cdot i_{b_2} \cdot 2} = \frac{h_{fe} \cdot R_C}{2 \cdot h_{ie}}$$

$$R_C = R_{C_1} = R_{C_2}$$

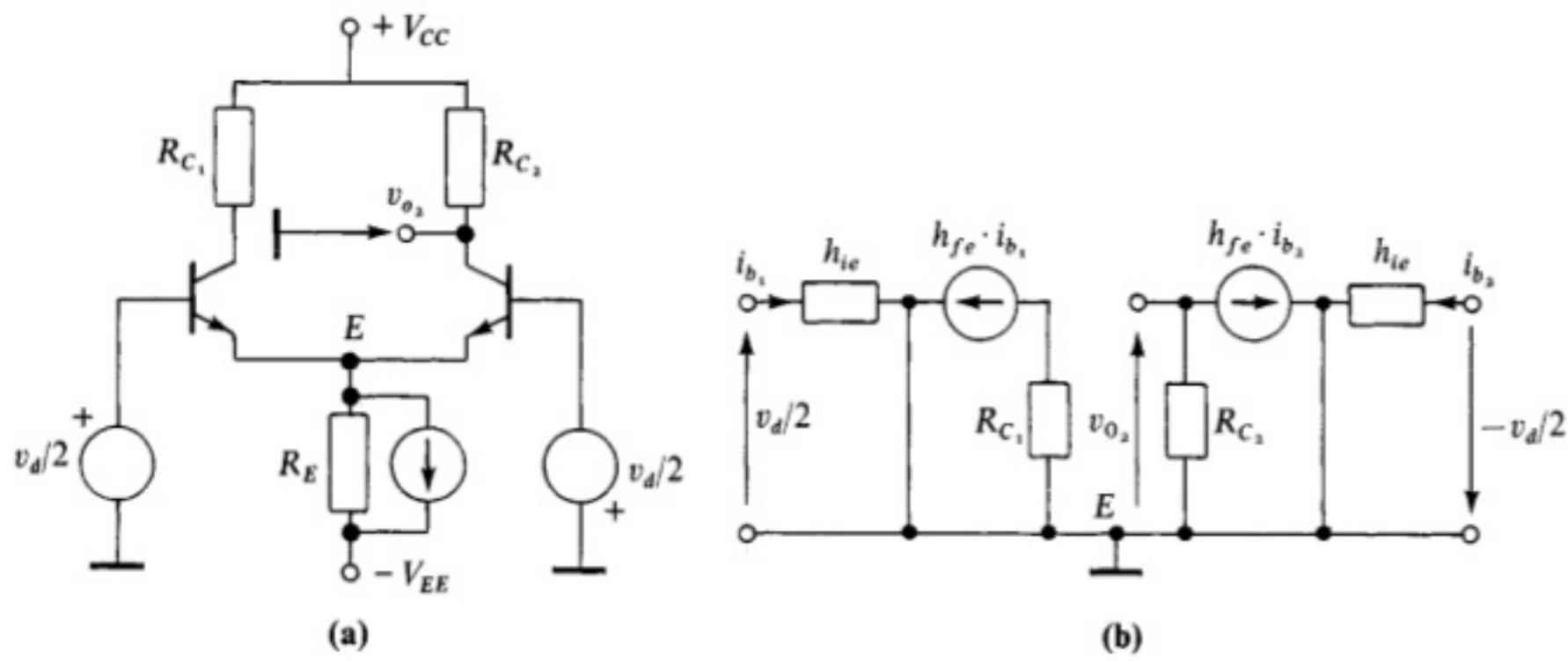


Figura 11.6. Circuito con entrada diferencial y salida asimétrica. (a) Circuito básico. (b) Circuito equivalente en alterna.

■ Estudio con entrada y salida asimétrica

Esta estructura no posee la ventaja fundamental del amplificador diferencial de tener una elevada ganancia de tensión, causa por la que sólo indicamos su esquema y el valor de su ganancia en la Figura 11.7.

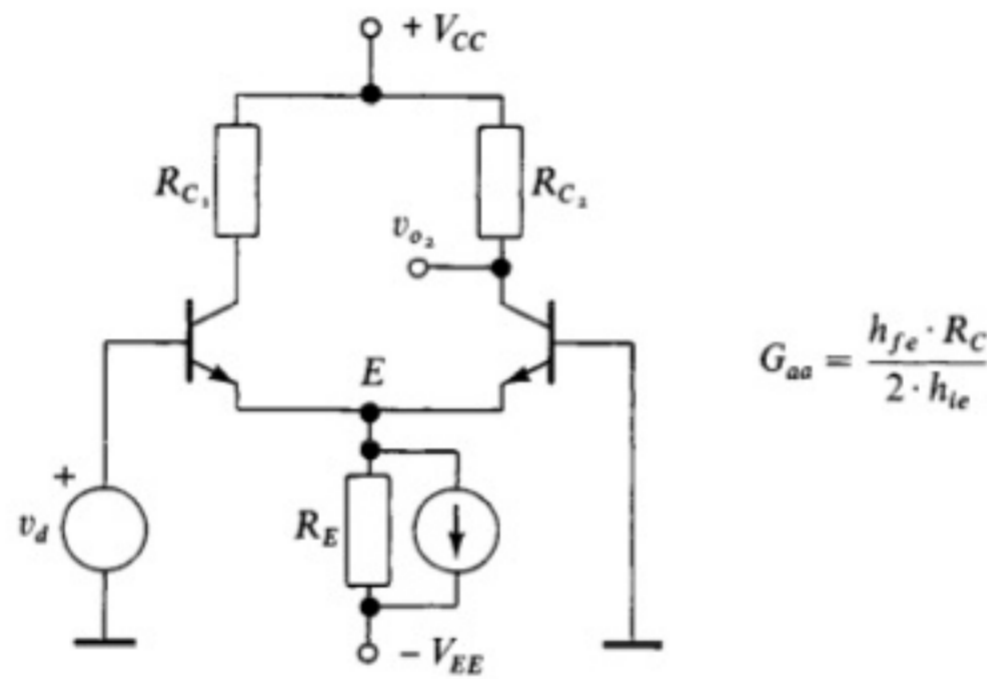


Figura 11.7. Circuito con entrada y salida asimétrica.

11.4. ESTUDIO EN MODO COMUN

Para realizar el estudio en modo común, aplicaremos el teorema de superposición, es decir, consideraremos sólo los generadores de  $v_c$  del circuito de la Figura 11.2 y eliminaremos los restantes. Se obtiene así el circuito de la Figura 11.8.

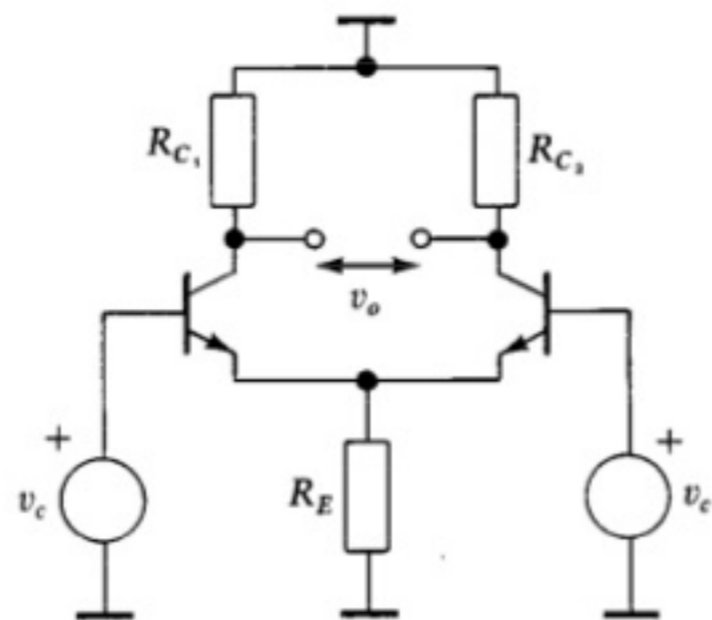


Figura 11.8. Circuito del amplificador diferencial para su estudio en modo común.

En el circuito anterior podemos estudiarlos de dos formas, según el modo de entrada/salida de las señales a amplificar:

■ Estudio con entrada en modo común y salida asimétrica

La Figura 11.9a nos muestra este tipo de amplificador. Realizando su estudio en alterna y aplicando parámetros híbridos se obtiene el circuito de la Figura 11.9b.

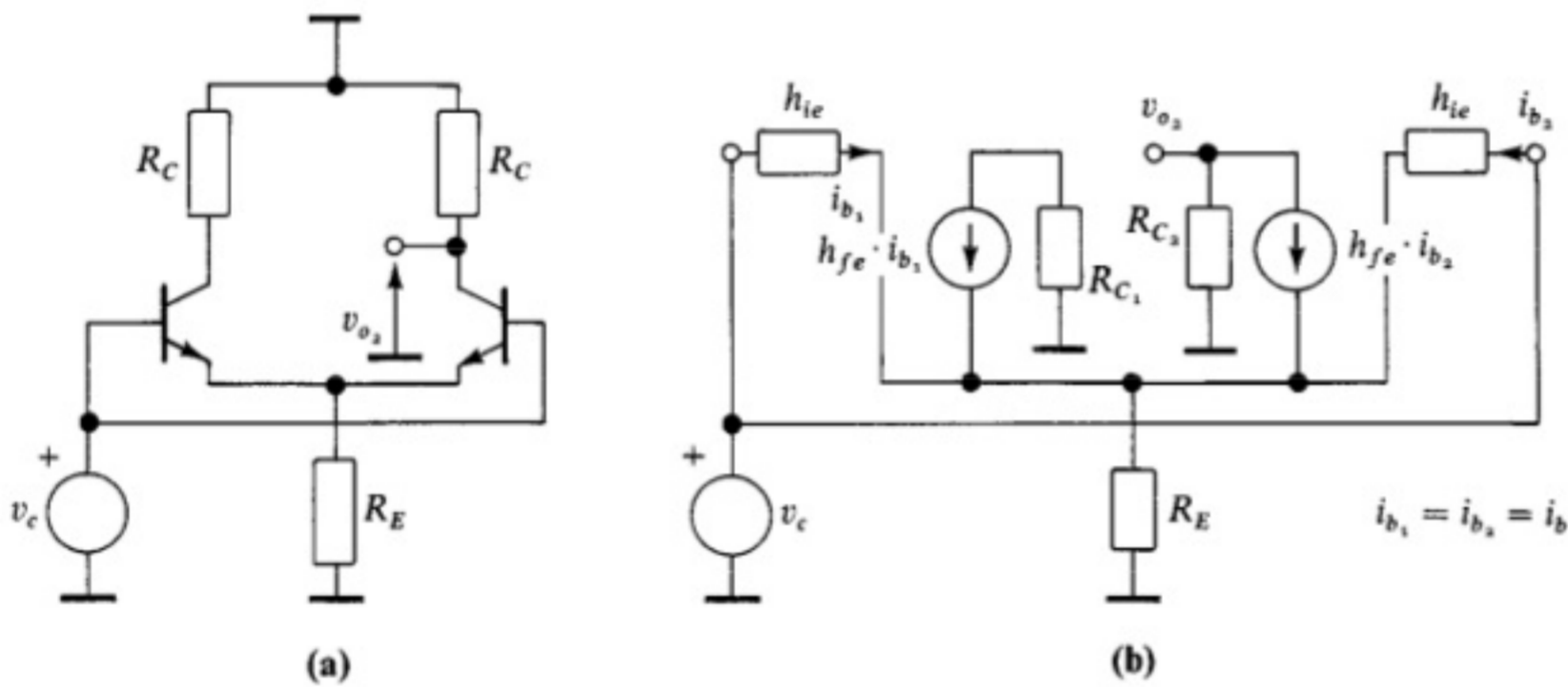


Figura 11.9. (a) Circuito básico de entrada común en modo común y salida asimétrica. (b) Circuito equivalente en alterna.

En dicho circuito podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 v_{o_2} &= -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_{C_2} \\
 v_c &= h_{ie} \cdot i_{b_2} + [i_{b_2} \cdot (h_{fe} + 1) + i_{b_1} \cdot (h_{fe} + 1)] \cdot R_E \\
 v_c &= i_b \cdot [h_{ie} + (h_{fe} + 1) \cdot 2 \cdot R_E] \\
 G_{CA} &= \frac{v_{o_2}}{v_c} = \frac{-h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C}{i_b \cdot [h_{ie} + (h_{fe} + 1) \cdot 2 \cdot R_E]} = \frac{-h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie} + (h_{fe} + 1) \cdot 2 \cdot R_E}
 \end{aligned}$$

En la práctica  $h_{ie} \ll [(h_{fe} + 1) \cdot 2 \cdot R_E]$  y, por tanto, se puede realizar la siguiente simplificación:

$$G_{CA} \approx - \frac{R_C}{2 \cdot R_E}$$

■ Estudio con entrada en modo común y salida diferencial

En la Figura 11.10a aparece el circuito básico con esta forma de entrada/salida. Realizando el estudio en alterna y aplicando parámetros híbridos se obtiene el circuito representado en la Figura 11.10b.

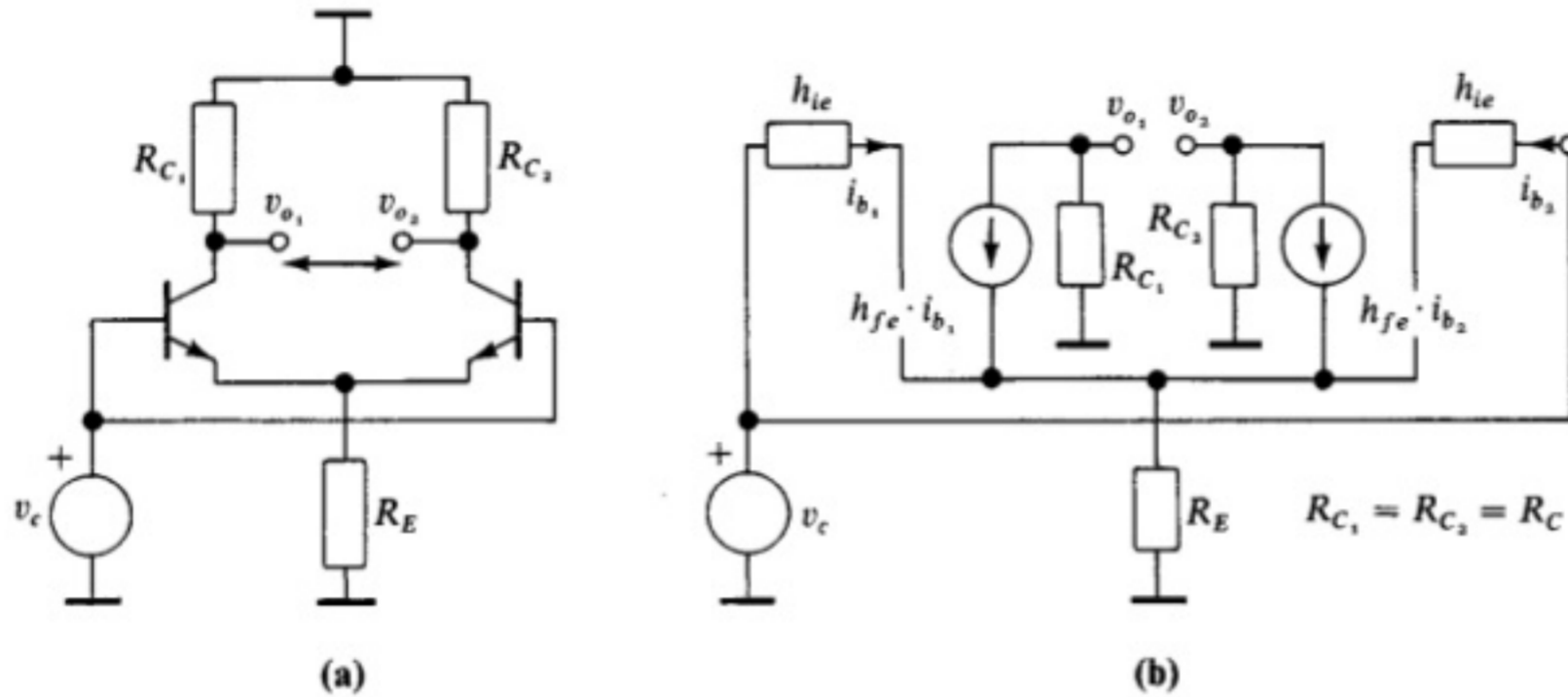


Figura 11.10. (a) Circuito básico de entrada común salida diferencial. (b) Circuito equivalente en alterna.

Las ecuaciones del circuito en este caso son:

$$v_{o1} = -h_{fe} \cdot i_{b1} \cdot R_{C1} \quad ; \quad v_{o2} = -h_{fe} \cdot i_{b2} \cdot R_{C2}$$

$$v_c = h_{ie} \cdot i_{b2} + [i_{b2} \cdot (h_{fe} + 1) + i_{b1} \cdot (h_{fe} + 1)] \cdot R_E$$

$$v_{o1} = -h_{fe} \cdot R_C \cdot \frac{v_c}{h_{ie} + (h_{fe} + 1) \cdot 2 \cdot R_E} \quad ; \quad v_{o2} = -h_{fe} \cdot R_C \cdot \frac{v_c}{h_{ie} + (h_{fe} + 1) \cdot 2 \cdot R_E}$$

de donde  $G_{vc}$  será

$$G_{vc} = \frac{v_{o1} - v_{o2}}{v_c} = 0$$

### 11.5. FACTOR DE RECHAZO AL MODO COMUN

El factor de rechazo al modo común es un parámetro de los amplificadores diferenciales y sus aplicaciones que permite medir su calidad, ya que nos relaciona, cuanto más es amplificada una señal diferencial que la señal en modo común.



De su nombre en inglés se deriva la representación habitual de este parámetro: CMRR (*Comun Mode Rejection Ratio*).

La fórmula habitual para su cálculo es

$$CMRR = 20 \cdot \log \left| \frac{\text{Ganancia de tensión diferencial}}{\text{Ganancia de tensión al modo común}} \right|$$

o lo que es igual:

$$CMRR = 20 \cdot \log \left| \frac{G_{vd}}{G_{vc}} \right|; \text{ expresado este valor en decibelios (dB).}$$

### 11.6. DEFINICION DE AMPLIFICADOR OPERACIONAL

El **amplificador operacional** es un amplificador ideal de tensión, basado en los amplificadores diferenciales, que posee una elevadísima ganancia cuando trabaja en bucle abierto (sin realimentación) y se comercializa en un pequeño circuito integrado.

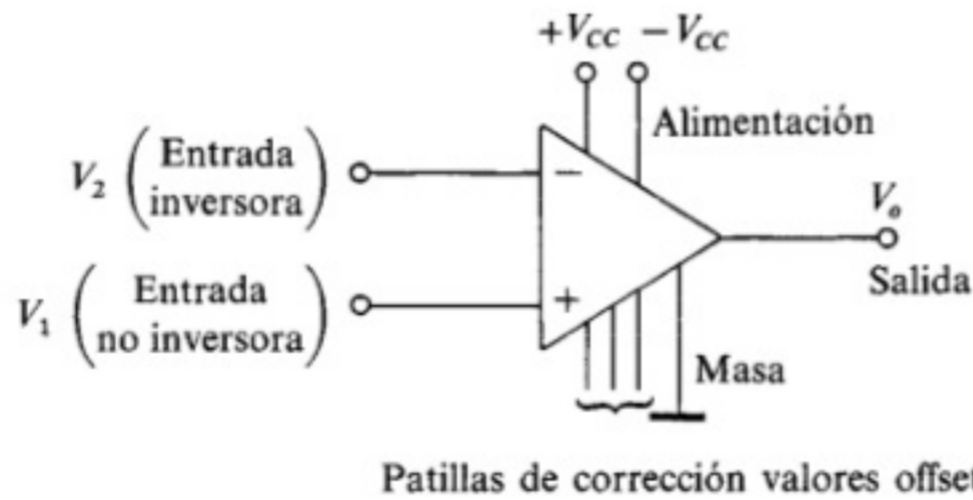


Figura 11.11. Símbolo del amplificador operacional.

Las características de un amplificador operacional se resumen en las siguientes:

- *Ganancia de tensión:* Muy elevada.
- *Impedancia de entrada:* Muy alta del orden de  $M\Omega$ .
- *Impedancia de salida:* Muy baja del orden de las decenas de  $\Omega$ .

Estas características dependen de la frecuencia, aumentando o disminuyendo con ella.

### 11.7. CIRCUITO EQUIVALENTE DE AMPLIFICADOR OPERACIONAL

En la Figura 11.12 aparece el circuito de un amplificador operacional.

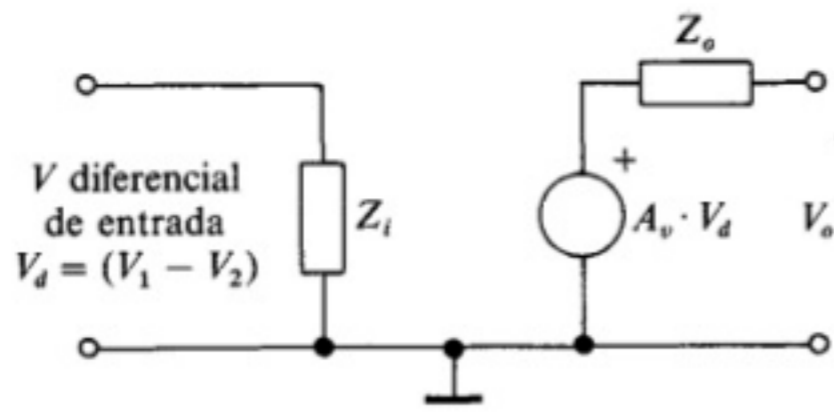


Figura 11.12. Circuito equivalente de un operacional.

### 11.8. FORMAS DE TRABAJO DE UN OPERACIONAL

En la Tabla 11.1 se exponen las diferentes formas de trabajar de un operacional en sus circuitos de aplicación:

Tabla 11.1. Formas de trabajo de un operacional

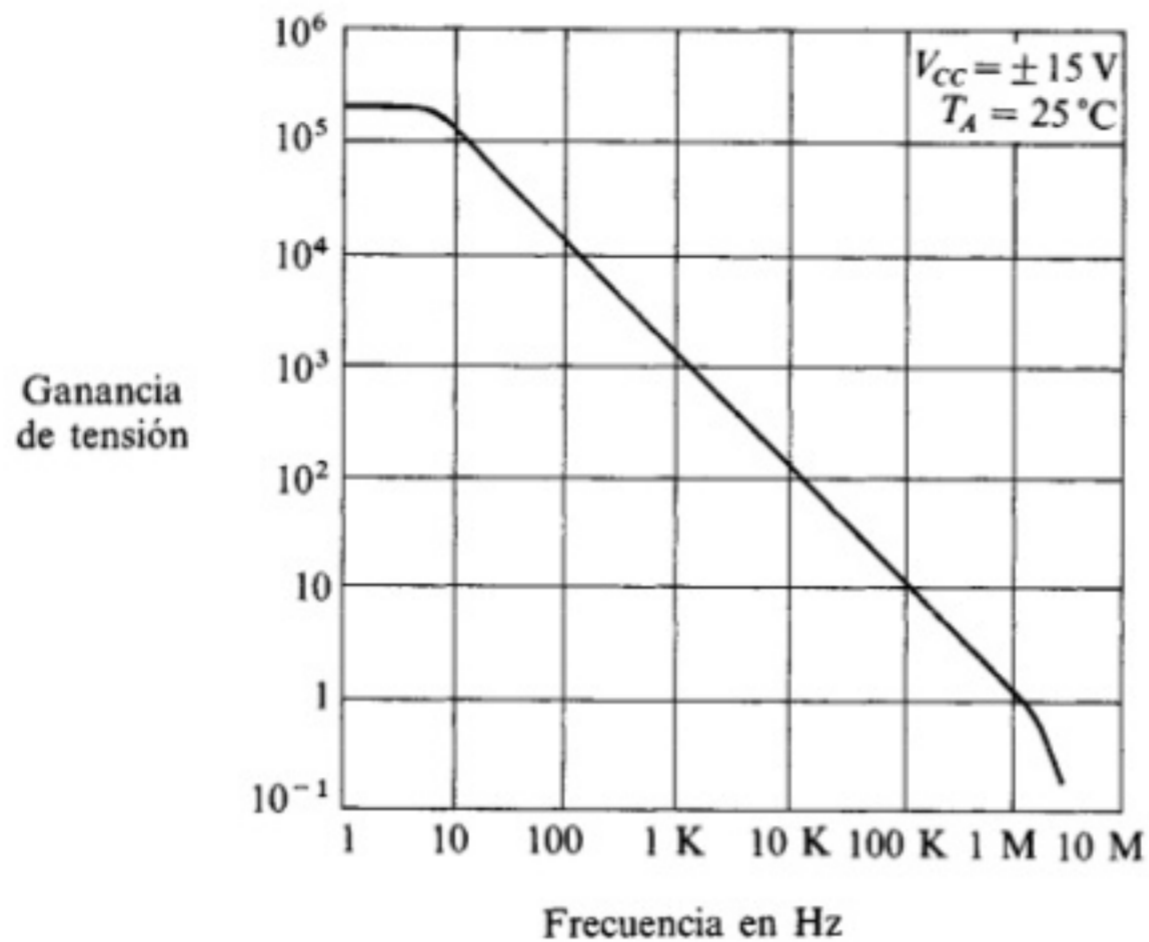
	<p>Trabajo en <b>bucle</b> o lazo <b>abierto</b> (sin realimentación).</p>
	<p>Trabajo en <b>bucle cerrado</b> con realimentación <b>negativa</b>.</p>
	<p>Trabajo en <b>bucle cerrado</b> con realimentación <b>positiva</b>.</p>

### 11.9. CARACTERISTICAS COMERCIALES DE UN OPERACIONAL INTEGRADO

En los catálogos comerciales de operacionales aparecen infinidad de características que sirven para medir o cuantificar sus ventajas y defectos. Seguidamente relacionaremos las más importantes:

### ■ Ganancia de tensión en bucle abierto

Es la ganancia que posee el operacional sin realimentar, a una temperatura y frecuencias fijas. En los catálogos, además de aparecer su valor máximo, es corriente que tengamos una gráfica que nos indique su valor en función de la frecuencia. En la Figura 11.13 se muestra esta gráfica para el operacional  $\mu\text{A} 741$ . El valor de la ganancia de tensión se suele expresar en dBv.



**Figura 11.13.** Ganancias de tensión en lazo abierto en función de la frecuencia.

### ■ Impedancia de entrada en bucle abierto

Es la impedancia que presenta un operacional entre uno de sus terminales de entrada y masa, supuesta la otra entrada conectada también a masa. Habitualmente viene expresada en los catálogos por su valor o ratio máximo, así como por medio de una gráfica en función de la frecuencia. En la Figura 11.14 aparece la gráfica correspondiente del  $\mu\text{A} 741$ .

### ■ Impedancia de salida en bucle abierto

Es la impedancia que presenta desde su salida el operacional en función de la frecuencia. En los catálogos se expresa, además de por su ratio máximo, para una frecuencia dada, mediante una gráfica como la que aparece en la Figura 11.15, que en este caso corresponde al  $\mu\text{A} 741$ .

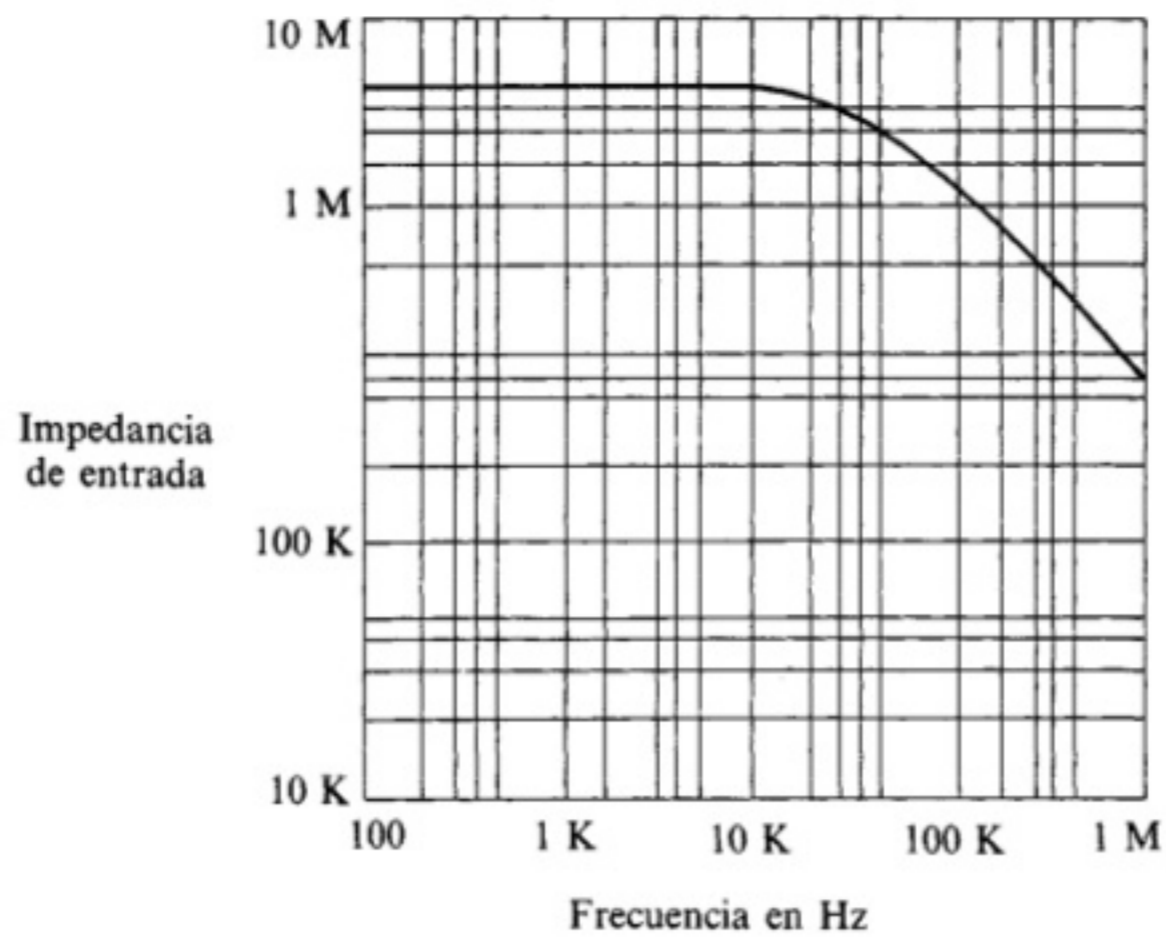


Figura 11.14. Impedancia de entrada en bucle abierto en función de la frecuencia.

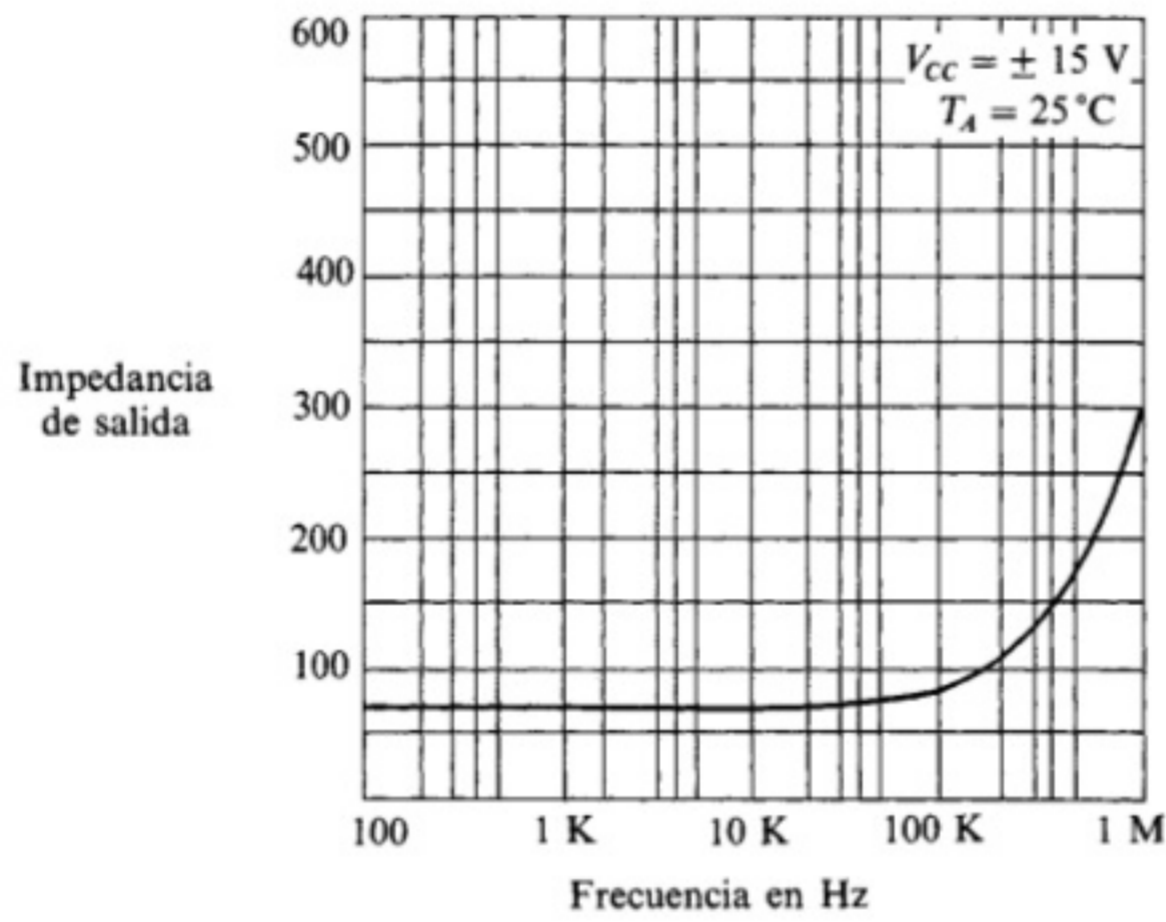


Figura 11.15. Impedancia de salida en bucle abierto en función de la frecuencia.

■ **Potencia disipada (Internal Power Dissipation)**

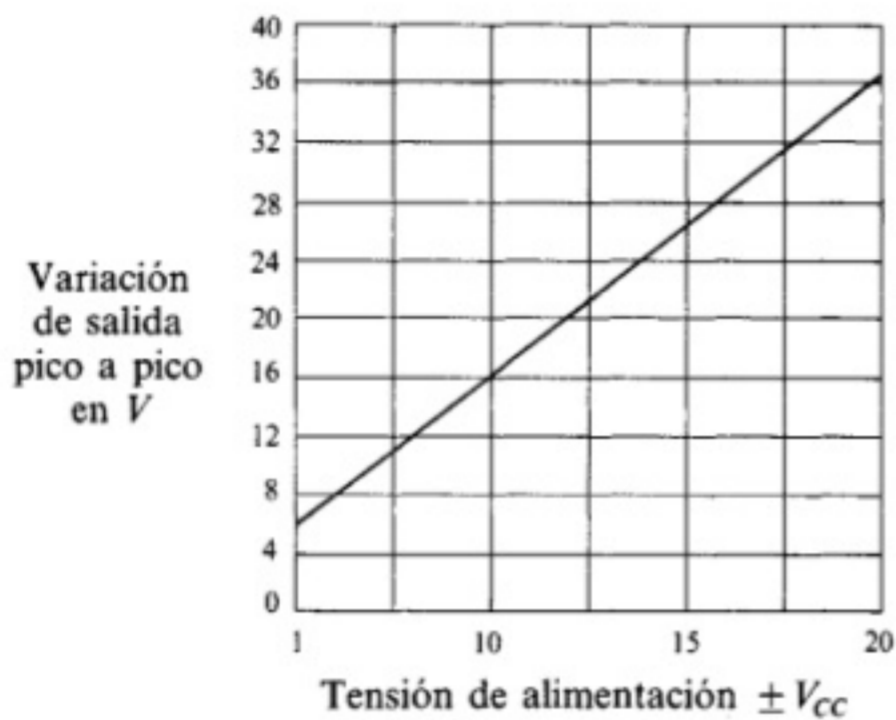
Es la potencia que el operacional es capaz de transformar en calor, por efecto Joule, sin deteriorarse. Depende normalmente del encapsulado que lleve el operacional. Seguidamente se dan los valores del  $\mu A$  741 a modo de ejemplo:

Internal Power Dissipation	
Metal Can	500 mW
Molded and Hermetic DIP	670 mW
Mini DIP	310 mW
Flatpak	570 mW

■ **Tensión de alimentación (*Supply Voltage*)**

Es la tensión, normalmente simétrica, que hay que aplicar al operacional para estar en condiciones de funcionar. Es una característica muy importante, ya que de ella depende la tensión máxima que, de pico a pico, puede suministrar el operacional en su salida.

Suele ser corriente que el fabricante suministre una gráfica como la de la Figura 11.16, donde se relacionan los anteriores valores.



**Figura 11.16.** Valor máximo de la tensión de salida en función de la tensión de alimentación.

La tensión de alimentación está muy relacionada con el concepto de **Saturación de un operacional**.

Se dice que un operacional está saturado cuando *el valor de su tensión de salida alcanza el máximo que puede dar en función de su tensión de alimentación*. En esta situación el operacional deja de cumplir la ganancia que le determina el circuito en que está colocado y pasa a dar una tensión fija de salida.

El valor pico a pico de la tensión de salida en saturación es siempre inferior al de  $+/-$  la tensión de alimentación.

■ **Relación de rechazo en modo común (*Common Mode Rejection Ratio*)**

Esta característica de los amplificadores diferenciales nos *mide la calidad del amplificador operacional* como amplificador de la diferencia de tensiones entre las dos entradas (inversora y no inversora) del operacional.

Nos indica cuánto más se amplifica la tensión diferencial de entrada que el nivel común de tensión que llega a las entradas.

Se suele expresar en dBv.

■ Valores offset

Son un conjunto de valores que sirve para cuantificar los defectos reales del operacional. En los catálogos comerciales son muchas las características que comprende esta denominación, pudiéndose destacar entre ellas: Tensión offset de entrada, Corriente offset de entrada, etc.

11.10. CIRCUITOS AMPLIFICADORES CON OPERACIONALES

Cuando un operacional pasa a formar parte de un circuito, las realimentaciones positivas o negativas que ello conlleva hacen variar las características iniciales del operacional sin realimentar. Las ecuaciones que nos definen las características del conjunto se obtienen aplicando las leyes de teoría de circuitos.

Tabla 11.2. Aplicaciones del operacional como amplificador

Tipo amplificador	Circuito	Características
Amplificador inversor asimétrico		$A_{vc} = -\frac{R_2}{R_1}$ $Z_{ic} = R_1$ $Z_{oc} = \frac{Z_o}{1 +  A_v  \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$
Amplificador no inversor asimétrico		$A_{vc} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ $Z_{ic} = R_3 + Z_i \left( 1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2}  A_v  \right)$ $Z_{oc} = \frac{Z_o}{1 +  A_v  \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$
Adaptador de impedancias en tensión de ganancia unidad		$A_{vc} = 1$ $Z_{ic} = Z_i \cdot (1 + A_v)$ $Z_{oc} = \frac{Z_o}{1 +  A_v }$
$A_{vc}$ , $Z_{ic}$ , $Z_{oc}$ Características del circuito	$A_v$ , $Z_i$ , $Z_o$ Características del operacional	

En la Tabla 11.2 aparecen las principales aplicaciones del operacional como amplificador de baja frecuencia, así como las ecuaciones de sus características ya deducidas.

### 11.11. CIRCUITOS SUMADORES CON OPERACIONALES

En la Tabla 11.3 aparecen los circuitos principales y sus características.

Tabla 11.3. Sumadores con operacionales

Tipo sumador	Circuito	Tensión salida
Sumador inversor		$V_o = - \left( V_1 \cdot \frac{R_1}{R_4} + V_2 \cdot \frac{R_2}{R_4} + V_3 \cdot \frac{R_3}{R_4} \right)$
Sumador no inversor		<p>Si <math>R_4 \parallel R_5 = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3</math></p> $V_o = V_1 \cdot \frac{R_4}{R_1} + V_2 \cdot \frac{R_4}{R_2} + V_3 \cdot \frac{R_4}{R_3}$

### 11.12. INTEGRADORES Y DERIVADORES CON OPERACIONALES

Los integradores y derivadores con operacionales tienen la ventaja sobre sus equivalentes pasivos, de no atenuar e incluso amplificar la señal de entrada. En la Tabla 11.4 se muestran los circuitos más importantes de este tipo.

Tabla 11.4. Integradores y derivadores con operacionales

Tipo	Circuito	Comportamiento del circuito	V salida
Integrador simple			$V_o = -\frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot \int V_1 \cdot dt$
Integrador con puesta a cero			<p>Sin puesta a cero</p> $V_o = -\frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot \int V_1 \cdot dt$ <p>Con puesta a cero</p> $V_o = 0$
Integrador con puesta a V voltios			<p>Sin puesta a cero</p> $V_o = -\left( V_A + \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot \int V_1 \cdot dt \right)$ <p>Con puesta a cero</p> $V_o = -V_A$
Derivador			$V_o = -R_1 \cdot C \cdot \frac{dV_1}{dt}$

### 11.13. RECTIFICADORES Y LIMITADORES

Los diodos semiconductores de silicio poseen una caída de tensión cuando conducen de 0,7 V mínimo, este hecho hace imposible la rectificación de señales menores de 0,7 V. Es en este margen de valores donde son útiles los rectificadores y limitadores con operacionales. En la Tabla 11.5 aparecen los principales circuitos de este tipo.



Tabla 11.5. Rectificadores y limitadores con operacionales

Tipo	Circuito	Respuesta del circuito
Rectificador media onda		
Limitador simple		
Limitador a Vz voltios		

### 11.14. CIRCUITOS COMPARADORES

Los comparadores son los circuitos que realizan el enlace entre la Electrónica analógica y la digital, ya que poseen la propiedad de responder en su salida con sólo dos posibles niveles de tensión.

El comparador más simple aparece en la Figura 11.17 y consiste en un operacional que por trabajar en lazo abierto posee una elevada ganancia. Las señales a comparar se introducen por las entradas inversora y no inversora, cumpliéndose en la salida lo siguiente:

- Si  $V_1 > V_2$ , la tensión diferencial de entrada es positiva y, por tanto, el operacional, al amplificar con mucha ganancia se satura con  $+V_{CC}$ .
- Si  $V_1 < V_2$  la tensión diferencial de entrada es negativa y, por tanto, el operacional tiende a saturar su salida con  $-V_{CC}$ .

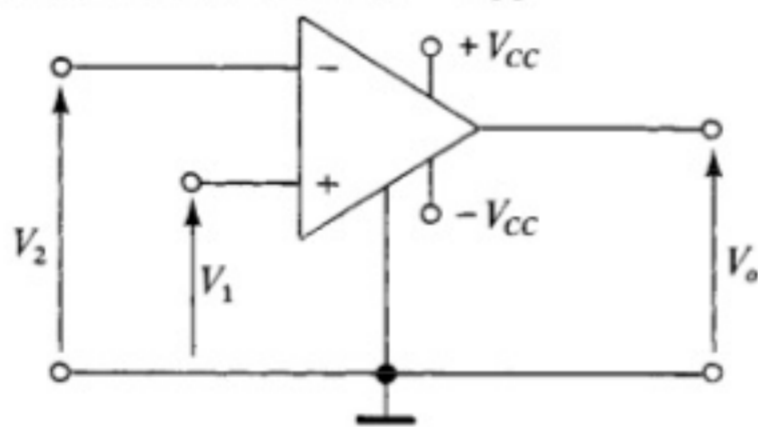


Figura 11.17. Comparador simple.

### 11.15. FILTROS CON OPERACIONALES (FILTROS ACTIVOS)

Se denominan filtros activos a los filtros que, por poseer en su estructura amplificadores operacionales, no atenúan la señal de salida, como sucede en los filtros realizados con componentes pasivos. Estos filtros activos tienen además una respuesta más lineal y selectiva que los tradicionales con  $R$ ,  $C$  o  $L$ .

Existe una variedad muy elevada actualmente de filtros activos, pero todos ellos se basan en los cuatro tipos principales que aparecen en la Tabla 11.6.

Tabla 11.6. Filtros activos básicos

Tipo	Circuito	Características circuito	Equivalente pasivo
Filtro paso bajo		<p>Ganancia vs <math>f</math> curve showing a constant gain of <math>\frac{R_2}{R_1}</math> up to the cutoff frequency <math>f_c</math>, after which it decreases. The cutoff frequency is given by:</p> $f_c = f_{\text{corte}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot C_1}$	
Filtro paso alto		<p>Ganancia vs <math>f</math> curve showing a gain that increases linearly with frequency up to the cutoff frequency <math>f_c</math>, then remains constant at <math>\frac{R_2}{R_1}</math>. The cutoff frequency is given by:</p> $f_c = f_{\text{corte}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot C_1}$	
Filtro pasa-banda		<p>Ganancia vs <math>f</math> curve showing a flat gain region between two cutoff frequencies. The cutoff frequencies are:</p> $f_{\text{corte1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot C_1} \quad \text{and} \quad f_{\text{corte2}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot C_2}$	
Filtro elimina-banda		<p>Ganancia vs <math>f</math> curve showing a gain that is zero at a specific frequency and increases on either side. The notch frequency is:</p> $f_{\text{corte}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot C_2}$	

**PROBLEMAS RESUELTOS**

11.1. En el circuito de la Figura 11.18 se sabe que la tensión de base de  $T_3$  es de  $-3,5$  V. Determinar la tensión que soportan los colectores de  $T_1$  y  $T_2$  si el valor de  $V_{BE} = 0,7$  V.

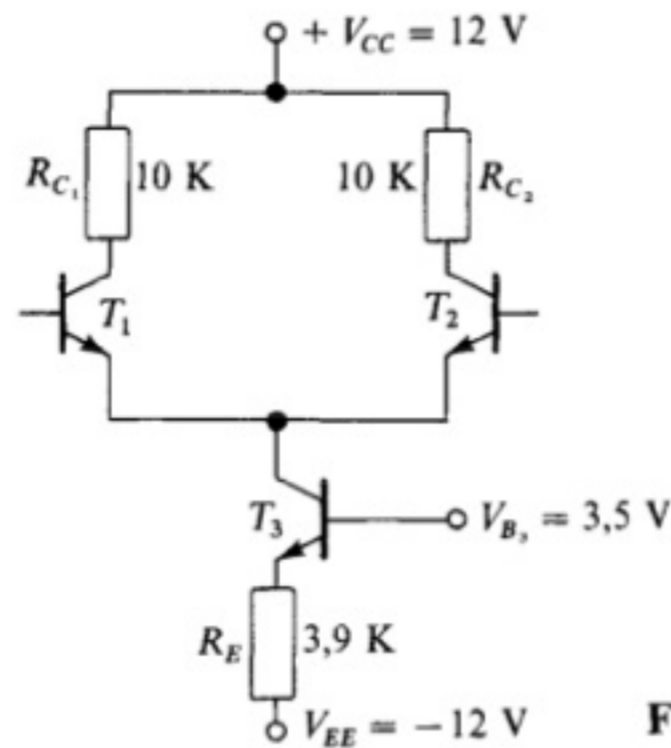


Figura 11.18.

**Solución:** Para calcular la  $V_{CE}$  de los transistores  $T_1$  y  $T_2$ , realizaremos el análisis en continua del amplificador diferencial.

Planteemos la ecuación de la malla de entrada del  $T_3$ :

$$|V_{EE} - V_{B_3}| = V_{BE} + I_{E_3} \cdot R_E \quad ; \quad |-12 - (-3,5)| = 0,7 + I_{E_3} \cdot 3,9$$

de donde podremos calcular  $I_{E_3}$ :

$$I_{E_3} = \frac{8,5 - 0,7}{3,9} = 2 \text{ mA}$$

Como la  $\beta$  de un transistor es elevada, podemos decir que  $I_{C_3}$  es aproximadamente igual a  $I_{E_3}$ .

Dado que el circuito es simétrico,

$$I_{E_1} = I_{E_2} = \frac{I_{C_3}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ mA}$$

y también

$$I_{E_1} \simeq I_{C_1} \quad \text{e} \quad I_{E_2} \simeq I_{C_2}$$

Por último, diremos:

$$V_{C_1} = V_{C_2} = V_{CC} - I_C \cdot R_C = 12 - 1 \cdot 10 = 2 \text{ V}$$

- 11.2. En el circuito de la Figura 11.19, determinar la relación de rechazo en modo común, suponiendo  $h_{fe_1} = 49$ ,  $h_{fe_2} = 50$ ,  $R_{C_1} = R_{C_2} = 1 \text{ K}$  y  $h_{ie_1} = h_{ie_2} = 1 \text{ K}$ .

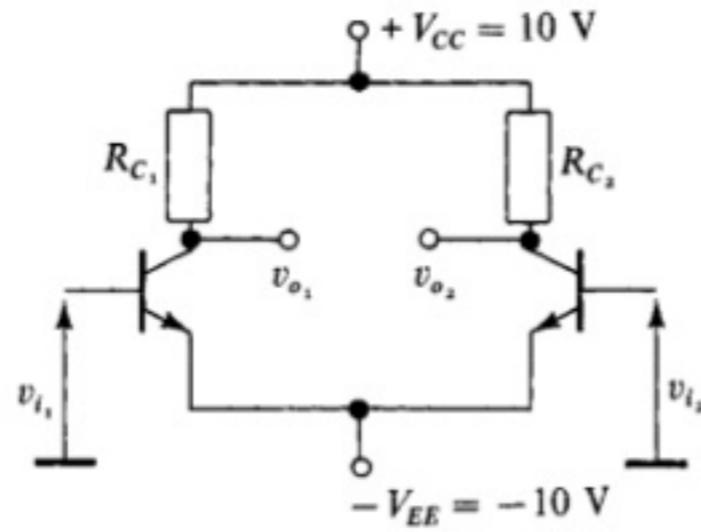


Figura 11.19.

**Solución:** Para calcular el CMRR es preciso suponer un valor de tensión común a ambas entradas, seguidamente calcular el valor de salida y con ambos valores calcular la ganancia que el circuito aplica a dicha tensión en modo común.

Seguidamente calcularemos el valor de la tensión de salida, cuando se aplique la misma tensión anterior, pero ahora en forma diferencial. Con ambos valores calcularemos la ganancia diferencial.

Dividiendo, por último, ambas ganancias y obteniendo su logaritmo, se podrá calcular la relación de rechazo en modo común.

Comencemos el anterior proceso obteniendo el circuito equivalente en alterna y parámetros híbridos del circuito de la Figura 11.19. Este aparece en la Figura 11.20.

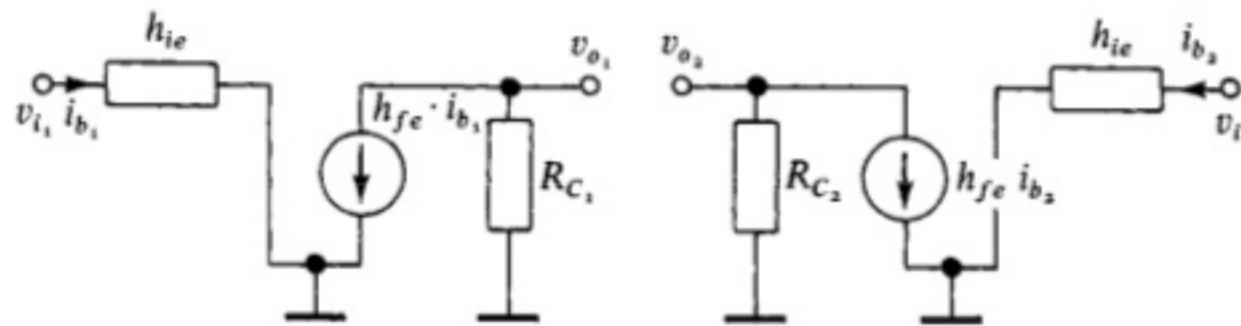


Figura 11.20. Equivalente en alterna del Problema 11.2.

El valor de la tensión de salida  $v_o$  será

$$v_o = v_{o_1} - v_{o_2} \quad ; \quad v_o = h_{fe} \cdot i_{b_1} \cdot R_{C_1} - h_{fe} \cdot i_{b_2} \cdot R_{C_2}$$

Suponiendo una tensión común de entrada de 1 mV, el valor  $v_o$  será

$$i_{b_1} = i_{b_2} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1 \text{ K}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ mA}$$

$$v_o = [50 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ (mA)} \cdot 1 \cdot \text{(K)} - 49 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ (mA)} \cdot 1 \text{ (K)}] = 1 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 1 \text{ mV}$$

Luego la ganancia en modo común es

$$G_{\text{común}} = \frac{v_o \text{ en modo común}}{v_i \text{ en modo común}} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ V}} = 1$$

Seguidamente para calcular la ganancia en modo diferencial diremos:

$$v_{i_1} = 1 \text{ mV} \quad ; \quad v_{i_2} = -1 \text{ mV}$$

$$v_o = 50 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ (mA)} \cdot 1 \text{ (K)} - 49 \cdot (-1 \cdot 10^{-3} \text{ mA}) \cdot 1 \text{ (K)} = 99 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$G_{\text{diferencial}} = \frac{v_o \text{ en modo diferencial}}{v_i \text{ en modo diferencial}} = \frac{99 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ V}} = 49,5$$

Por último, la relación de rechazo en modo común será

$$\text{CMRR} = 20 \cdot \log \left| \frac{\text{Ganancia diferencial}}{\text{Ganancia común}} \right| \quad ; \quad \text{CMRR} = 20 \cdot \log \frac{49,5}{1} = 34 \text{ dB}$$

11.3. En el amplificador diferencial de la Figura 11.21, calcular la ganancia diferencial del circuito suponiendo  $T_1 = T_2$ :

Datos:

- $R_1 = 18 \text{ K}$
- $R_2 = 9 \text{ K}$
- $R_3 = 1,5 \text{ K}$
- $R_4 = 1 \text{ K}$
- $h_{fe} = 100$
- $h_{ie} = 1 \text{ K}$
- $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$
- $R_L = 1 \text{ K}$

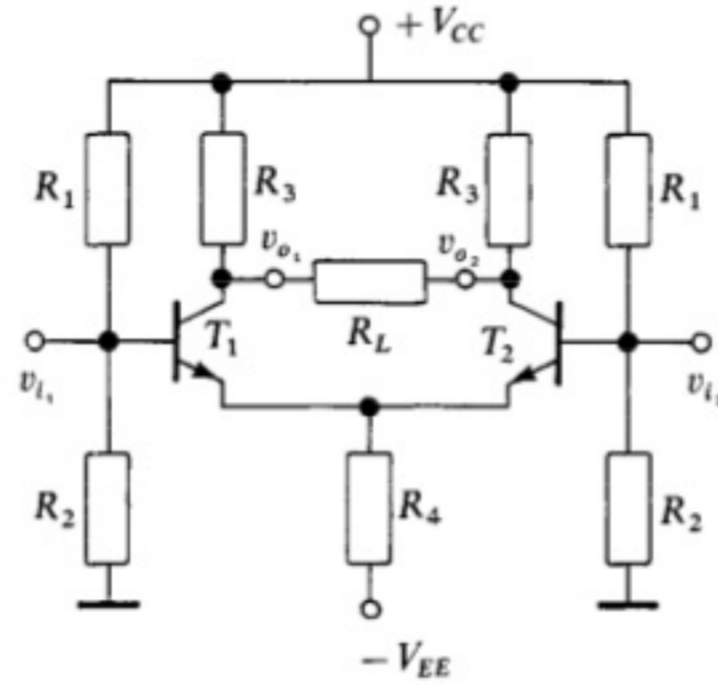


Figura 11.21.

Solución: En la Figura 11.22 aparece el circuito equivalente con parámetros híbridos en alterna del problema que estudiamos.

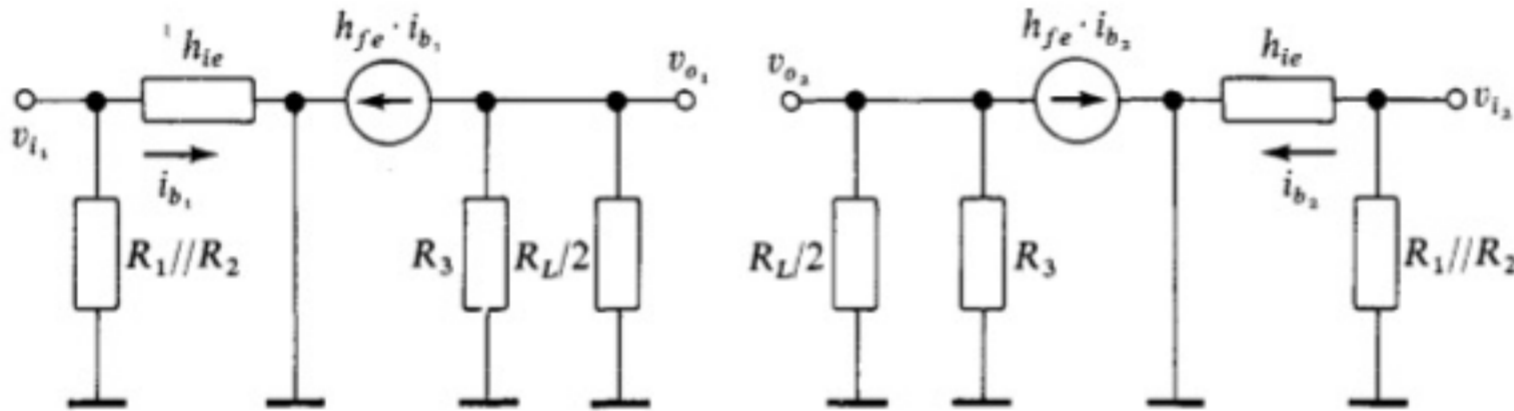


Figura 11.22. Circuito equivalente en alterna del Problema 11.3.

Teniendo en cuenta la simetría del circuito, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$v_i = h_{ie} \cdot i_b \quad ; \quad v_o = (R_3 \parallel R_L/2) \cdot h_{fe} \cdot i_b$$

la ganancia diferencial será

$$G_d = \frac{v_o}{v_i} = \frac{\left(\frac{R_3 - R_L/2}{R_3 + R_L/2}\right) \cdot h_{fe} \cdot i_b}{h_{ie} \cdot i_b} = \frac{R_3 \cdot R_L/2 \cdot h_{fe}}{(R_3 + R_L/2) \cdot h_{ie}} ; G_d = \frac{R_3 \cdot R_L \cdot h_{fe}}{(2 \cdot R_3 + R_L) \cdot h_{ie}}$$

por último, sustituyendo valores obtenemos:

$$G_d = \frac{1,5 (K) \cdot 1 (K) \cdot 100}{[2 \cdot 1,5 (K) + 1 (K)] \cdot 1 (K)} = 37,5$$

11.4. Calcular las características básicas del operacional  $\mu A$  741 a las siguientes frecuencias: a) 10 Hz. b) 5 kHz. c) 20 kHz.

**Solución:** Las características básicas de un operacional son tres:

- Ganancia de tensión.
- Impedancia de entrada.
- Impedancia de salida.

estos valores se obtienen en las gráficas comerciales para el operacional sin realimentar y en función de la frecuencia.

El problema se reduce, por tanto, a buscar en dichas gráficas los correspondientes valores. Sólo es preciso tener cuidado con aquellos ejes de las gráficas que tengan escala logarítmica. En ellos tendremos en cuenta la estructura que aparece en la Figura 11.23.

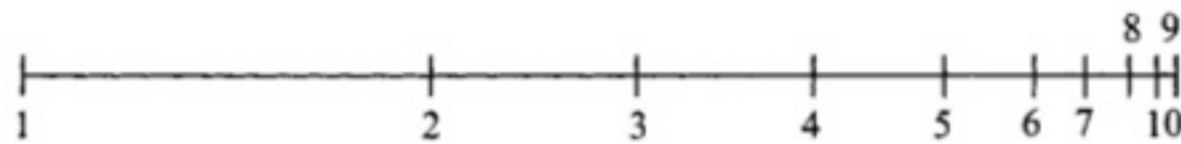


Figura 11.23. Estructura de las escalas logarítmicas.

Teniendo en cuenta lo anterior y utilizando las gráficas de las Figuras 11.13, 11.14 y 11.15, se obtienen los siguientes resultados:

	$A_v$	$Z_i$	$Z_o$
A 10 Hz	100 000	6 M $\Omega$	70 $\Omega$
A 5 kHz	300	6 M $\Omega$	70 $\Omega$
A 20 kHz	80	5 M $\Omega$	70 $\Omega$

11.5. Calcular las características básicas del operacional  $\mu A$  741 a las siguientes frecuencias: a) 50 kHz. b) 1 MHz. c) 100 kHz.

**Solución:** Empleando las gráficas de las Figuras 11.13, 11.14 y 11.15, se obtienen los siguientes resultados:

	$A_v$	$Z_i$	$Z_o$
A 50 kHz	40	4 M $\Omega$	80 $\Omega$
A 100 kHz	20	2,5 M $\Omega$	90 $\Omega$
A 1 MHz	2	380 M $\Omega$	290 $\Omega$

- 11.6.** Diseñar empleando el operacional  $\mu A$  741, un circuito que adapte impedancias en tensión, entre un generador que produce una señal de 12 V eficaces a una frecuencia máxima de 50 kHz con una impedancia interna de 20 k $\Omega$ , y un receptor de 100  $\Omega$  de impedancia.

**Solución:** Para que dos circuitos electrónicos adapten impedancias en tensión, es preciso que se cumpla la siguiente relación:

$$Z \text{ interna generador} \ll Z \text{ interna del receptor}$$

Esta condición general, aplicada al circuito adaptador, se transforma en la siguiente:

$$Z \text{ interna generador} \ll Z \text{ entrada del adaptador}$$

$$Z \text{ salida del adaptador} \ll Z \text{ interna del receptor}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, el diseño se reduce a calcular las características del adaptador en función de las del operacional y verificar si se cumplen o no las anteriores condiciones.

En primer lugar, obtengamos de las gráficas del operacional sus características a 50 kHz, que es la frecuencia máxima de trabajo:

$$A_v = 40 \quad ; \quad Z_i = 4 \text{ M}\Omega \quad ; \quad Z_o = 80 \Omega$$

Empleando las fórmulas que para el adaptador de impedancias aparecen en la Tabla 11.2 se obtienen los siguientes valores:

$$Z_{ic} = Z_i \cdot (1 + |AV|) = 4 \text{ 000 (K)} \cdot (1 + |40|) = 164 \text{ 000 K}$$

$$Z_{ic} = 164 \text{ M}\Omega$$

$$Z_{oc} = \frac{Z_o}{1 + |A_v|} = \frac{80}{1 + |40|} = 1,9 \Omega$$

de donde se deduce que **sí** cumple las condiciones de adaptación, ya que

$$20 \text{ k}\Omega \ll 164 \text{ M}\Omega \quad \text{y} \quad 1,9 \Omega \ll 100 \Omega$$

La condición de mucho mayor/menor significa que las magnitudes comparadas estén en una relación comprendida entre 10 y 100 veces.

Resta por último en el diseño obtener el valor de la tensión de alimentación.

Para ello diremos:

$$12 \text{ V eficaces} = 12 \cdot \sqrt{2} \text{ V de pico} = 12 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \text{ V pico a pico} = 34 \text{ V pico a pico}$$

Con este valor y buscando en las gráficas de la Figura 11.16 obtenemos el valor de:

$$V_{CC} > \pm 18,5 \text{ V}$$

- 11.7.** Diseñar, empleando el operacional  $\mu\text{A} 741$ , un circuito que adapte impedancias en tensión, entre un generador que produce una señal de 6 V eficaces a una frecuencia máxima de 200 kHz y que posee una impedancia interna de  $10 \text{ k}\Omega$  y un receptor de  $10 \Omega$  de impedancia.

**Solución:** Calculemos en primer lugar las características del  $\mu\text{A} 741$  a 200 kHz empleando las gráficas del operacional. Estas resultan ser

$$A_v = 9 \quad ; \quad Z_i = 1,5 \text{ M}\Omega \quad ; \quad Z_o = 120 \Omega$$

Aplicando las ecuaciones de la Tabla 11.2, para el adaptador de impedancias, tendremos:

$$Z_{ic} = Z_i \cdot (1 + |A_v|) = 1,5 \cdot (1 + 9) = 1,5 \text{ M}\Omega \quad ; \quad Z_{oc} = \frac{z_o}{1 + |A_v|} = \frac{120}{1 + 9} = 12 \Omega$$

De lo anterior se deduce que, si bien se cumple la condición:

$$Z \text{ generador } (10 \text{ k}\Omega) \ll Z \text{ adaptador } (15 \text{ M}\Omega)$$

al no cumplirse la condición:

$$Z \text{ salida adaptador } (12 \Omega) \ll Z \text{ receptor } (10 \Omega)$$

resulta totalmente imposible diseñar el adaptador con este operacional.

- 11.8.** Deducir aplicando las leyes de la teoría de circuitos las ecuaciones que aparecen en la Tabla 11.2 y que definen las características del adaptador de impedancias.

**Solución:** Planteemos las ecuaciones de las mallas de entrada y salida del circuito, resultando las siguientes:

$$V_o = V_i + V_1 \quad ; \quad I_o = I_s + I_i$$

Estas ecuaciones se simplifican si tenemos en cuenta el siguiente razonamiento:

$$\text{Si } Z_i \rightarrow \infty \Rightarrow I_i \rightarrow 0 \Rightarrow V_i \rightarrow 0$$

Luego aplicando estas simplificaciones las ecuaciones se transforman en  $V_1 \approx V_o$  y  $I_o \approx I_s$ . Teniendo en cuenta lo anterior diremos:

$$A_{vc} = \frac{V_o}{V_1} \approx 1 \quad ; \quad Z_{ic} = \frac{V_1}{-I_i} = \frac{V_o - V_i}{-I_i} = \frac{-V_i}{-I_i} + \frac{V_o}{-I_i}$$

donde  $V_i/I_i = Z_i$  o impedancia del operacional, luego

$$Z_{ic} = Z_i + \frac{V_o}{-I_i} = Z_i + \frac{-V_o}{V_i} \cdot \frac{V_i}{I_i} = Z_i + Z_i \cdot \frac{-V_o}{V_1}$$



A su vez,  $V_o/V_i = A_v$ ; luego, por fin,

$$Z_{ic} = Z_i \cdot (1 + |A_v|)$$

Por último, el valor de la impedancia de salida del circuito será

$$Z_{oc} = \left. \frac{V_o}{I_s} \right|_{\text{cuando } V_i = 0}$$

$$Z_{oc} = \left. \frac{V_o}{I_o - I_i} \right|_{V_i = 0} = \left. \frac{1}{\frac{I_o}{V_o} - \frac{I_i}{V_o}} \right|_{V_i = 0} = \left. \frac{1}{\frac{1}{Z_o} - \frac{I_i}{V_o}} \right|_{V_i = 0}$$

Si  $V_i = 0 \Rightarrow V_o = V_i$  y si  $V_i \rightarrow 0 \Rightarrow V_o = 0 \Rightarrow I_s = 0 \Rightarrow I_o = I_i$

$$Z_{oc} = \frac{1}{\frac{1}{Z_o} - \frac{I_i}{V_i}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_o} + \frac{I_i}{V_o} \cdot \frac{-V_o}{V_i}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_o} + |A_v| \frac{I_i}{V_o}}$$

$$Z_{oc} = \frac{1}{\frac{1}{Z_o} + |A_v| \cdot \frac{I_o}{V_o}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_o} + |A_v| \cdot \frac{1}{Z_o}} = \frac{Z_o}{1 + |A_v|}$$

11.9. Calcular en el circuito de la Figura 11.24 el valor de  $V_o$  y  $R_3$ .

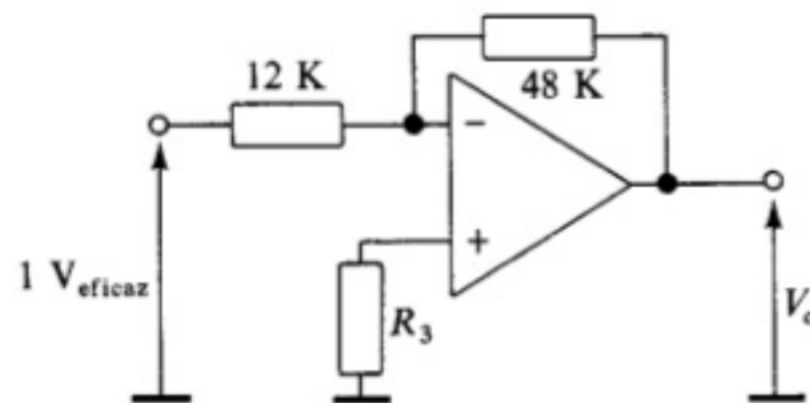


Figura 11.24.

**Solución:** Para calcular el valor de  $V_o$  conociendo la tensión de entrada, es preciso calcular la ganancia de tensión del circuito, cosa que haremos aplicando la ecuación de la Tabla 11.2, para los amplificadores inversores:

$$A_{vc} = -\frac{48 \text{ k}}{12 \text{ k}} = -4 \quad ; \quad |V_o| = |-4| \cdot 1 = 4 \text{ V}_{\text{eficaz}}$$

Seguidamente podremos decir al tener en cuenta que, según la Tabla 11.2, el valor de  $R_3 = R_1 \parallel R_2$ , luego

$$R_3 = \frac{12 \cdot 48}{12 + 48} = 9,6 \text{ k}$$

Por último, podremos calcular la tensión de alimentación diciendo:

$$V_o = 2,4 V_{\text{eficaces}} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 4 = 11,3 \text{ V pico a pico}$$

y, en la gráfica de la Figura 11.16, se obtiene:

$$V_{CC} > \pm 7 \text{ V}$$

- 11.10.** Diseñar el amplificador necesario, empleando el  $\mu\text{A} 741$ , para acoplar en tensión un generador de 10 kHz que poseyendo una impedancia interna de  $3 \text{ k}\Omega$  produce una tensión de 80 mV eficaces; con un receptor de  $400 \Omega$  de impedancia y 250 mW de potencia.

**Solución:** Comenzaremos por obtener las características del  $\mu\text{A} 741$  a 10 kHz, ya que desde el punto de vista de la frecuencia éstas serán las peores condiciones de funcionamiento del amplificador, estos valores resultan:

$$A_v = 160 \quad ; \quad Z_i = 6 \text{ M}\Omega \quad ; \quad Z_o = 75 \Omega$$

Seguidamente obtengamos la ganancia que debe poseer el amplificador. Para ello calculemos la tensión que precisa el receptor para consumir los 250 mW. Esta tensión será la que deberá haber a la salida del amplificador:

$$V_o = \sqrt{400 \cdot 0,25} = 10 V_{\text{eficaces}}$$

Con el valor de  $V_o$  calculemos la ganancia del amplificador:

$$A_{v_e} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{10 \text{ V}}{0,08 \text{ V}} = 125$$

Dado que el operacional puede dar sin realimentar una ganancia de 160, no existe ningún problema en obtener con realimentación negativa una ganancia de 125.

El siguiente paso es realizar el diseño de una etapa amplificadora de 125 de  $A_{v_e}$ , ya sea inversora o no inversora. En este caso en el que no hay problema con los desfases, emplearemos una etapa inversora.

Con las ecuaciones que aparecen en la Tabla 11.2 comenzaremos diseñando de  $R_1$ , ya que esta resistencia define la impedancia de entrada de la etapa amplificadora, que debe adaptarse en tensión a la del generador.

Para ello diremos:  $Z_{\text{generador}} \ll (Z_{ic} = R_1)$ , luego se tendrá, si tenemos en cuenta que la relación «mucho mayor o menor», debe ser del orden entre 10 y 100 veces:

$$R_1 = 20 \cdot Z_{\text{generador}} = 20 \cdot 3 \text{ k}\Omega = 60 \text{ k}\Omega$$

Aplicando las ecuaciones de la Tabla 11.2, tendremos

$$R_2 = A_{v_e} \cdot R_1 = 125 \cdot 60 = 7\,500 \text{ k}\Omega = 7,5 \text{ M}\Omega$$

$$R_3 = R_1 \parallel R_2 = 60 \parallel 7\,500 = 60 \text{ k}\Omega$$

en esta etapa diseñada el valor de la  $Z_{oc}$  será

$$Z_{oc} = \frac{75 (\Omega)}{1 + 160 \cdot \frac{60}{60 + 7500}} = 33 \Omega$$

con lo que este valor se puede considerar que prácticamente se cumple en el circuito, la adaptación de impedancias en tensión entre amplificador y receptor, ya que:

$$Z_{oc} \text{ amplificador } (33 \Omega) \ll Z \text{ receptor } (400 \Omega)$$

Este hecho hace innecesario la inclusión de un adaptador entre amplificador y receptor.

Seguidamente calculemos la tensión de alimentación del operacional. Tal y como hemos hecho en problemas anteriores. Sabiendo que la tensión de salida  $V_o$  es de 10 V eficaces, tendremos

$$V_o = 10 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 28,3 \text{ V pico a pico}$$

de donde con la gráfica de la Figura 11.16 se obtiene

$$V_{cc} > \pm 17 \text{ V}$$

Por último, deberemos comprobar si el operacional a emplear es capaz de disipar la potencia que va a transformar en calor debido a su impedancia interna.

Para ello consideraremos la salida del operacional como el circuito de la Figura 11.25.

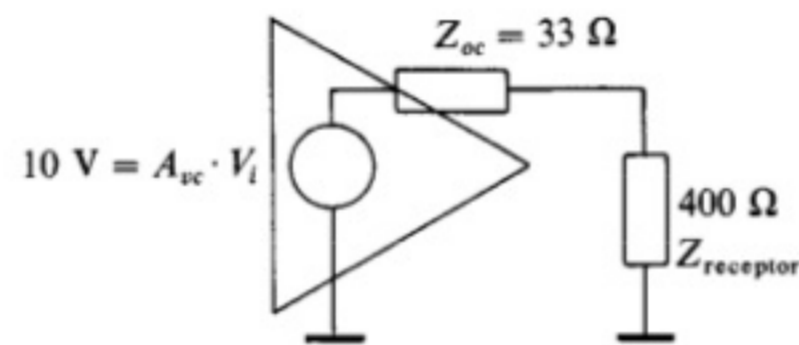


Figura 11.25. Circuito equivalente de salida del Problema 11.10.

Del circuito se deduce que la potencia transformada en calor en el interior del operacional es

$$P = \left( \frac{10}{400 + 33} \right)^2 \cdot 33 = 0,017 \text{ W} = 17 \text{ mW}$$

Valor que, según consta en la característica de potencia disipada del apartado 11.9 de este capítulo, es perfectamente asumible por el operacional.

- 11.11.** Diseñar un amplificador de 60 dB de ganancia de tensión que acople un generador que, poseyendo una impedancia interna de 1 kΩ, produce una señal de 20 mV de pico y 15 kHz; con un receptor de 300 Ω.

**Solución:** Las características sin realimentar del  $\mu A$  741 a 15 kHz son

$$A_v = 100 \quad ; \quad Z_i = 5 \text{ M}\Omega \quad ; \quad Z_o = 70 \Omega$$

El valor de la ganancia de tensión del amplificador que es de 60 dB habrá de pasarse a número de veces amplificadas. Para ello plantearemos la ecuación que nos da el valor de una ganancia de tensión en dB:

$$A_{vc} \text{ (dB)} = 20 \cdot \log_{10} (A_{vc})$$

de ella podremos decir:

$$\text{Núm. veces } A_{vc} = 10^{\frac{\text{Núm. dB}}{20}} \quad ; \quad A_{vc} = 10^{60/20} = 1\,000$$

Como resulta que el operacional sin realimentar sólo puede dar una ganancia de 100 y el amplificador precisa 1 000, no podemos diseñar el circuito con una sola etapa, siendo preciso acoplar entonces dos o más en cascada o emplear un operacional que a 15 kHz tenga más ganancia. Nosotros en este problema elegimos la primera opción y, por tanto, deberemos definir cuántas etapas precisamos. Para ello, y teniendo en cuenta que la ganancia de amplificadores en cascada es el producto de las ganancias de cada etapa, no tendremos más que multiplicar por sí misma la ganancia máxima del operacional, hasta llegar a un número igual o superior a la ganancia de nuestro amplificador. Utilizando este método llegamos a la conclusión de que con **dos etapas** es suficiente.

Definamos seguidamente cuál debe ser la ganancia de cada etapa. Sólo hay que tener en cuenta dos principios:

- Que el producto de las etapas dé, la ganancia del amplificador.
- Que las primeras etapas deben tener mayor ganancia que las últimas para mejorar la relación señal ruido del amplificador.

Teniendo en cuenta estos principios, elegiremos los siguientes valores:  $A_{vc_1} = 90$ ;  $A_{vc_2} = 12$ .

Pasemos ahora al diseño: El circuito de la Figura 11.26 nos define la estructura del amplificador.

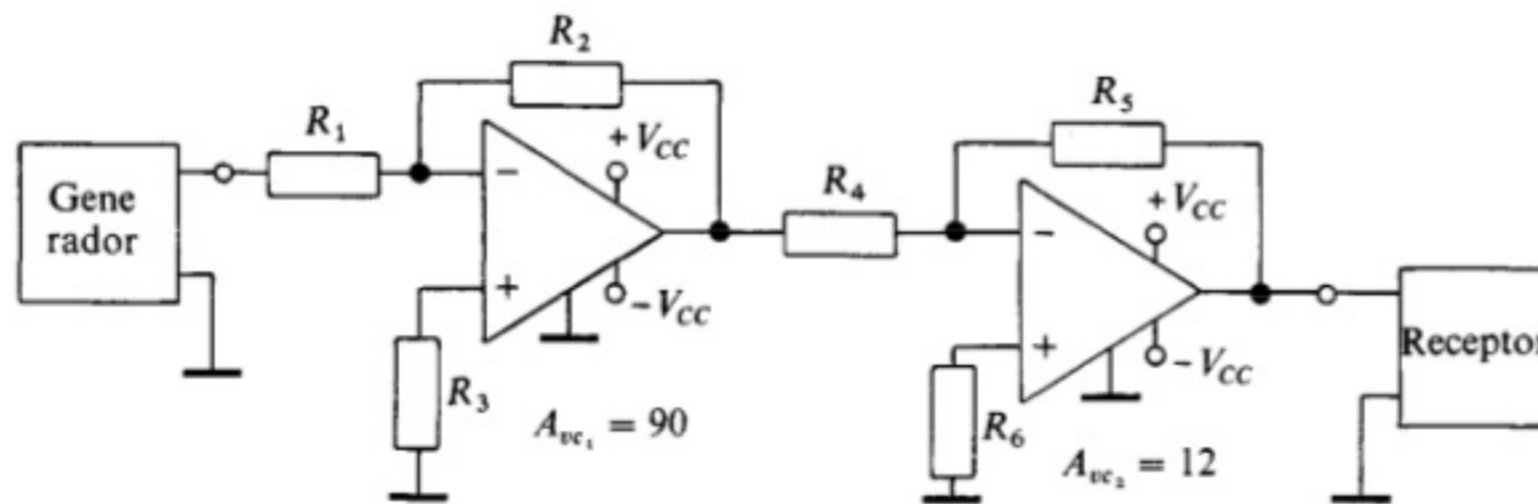


Figura 11.26.

El diseño será, para la primera etapa:

- $R_1 = 15 \cdot Z_{\text{generador}} = 15 \cdot 1 \text{ k}\Omega = 15 \text{ k}\Omega$ .
- $R_2 = R_1 \cdot A_{vc_1} = 15 \text{ k}\Omega \cdot 90 = 1\,350 \text{ k}\Omega = 1,3 \text{ M}\Omega$ .
- $R_3 = R_1 \parallel R_2 = 15 \text{ k}\Omega \parallel 1\,350 \text{ k}\Omega = 15 \text{ k}\Omega$ .

Esta primera etapa debe acoplarse a la segunda adaptando impedancias en tensión. Para ello su  $Z_{oc_1} \ll Z_{ic_2}$ , con lo que sería preciso calcular la impedancia de salida de la primera etapa. En la práctica sabemos que la impedancia de salida de cualquier amplificador con operacionales valdrá, como máximo, el valor del operacional sin realimentar, luego en este caso  $Z_{oc_1}$  vale como máximo  $70 \Omega$ .

Con el valor anterior podemos diseñar la siguiente etapa:

- $R_4 = 15 \cdot Z_{oc_1(\text{máx})} = 15 \cdot 70 \Omega \simeq 1\,000 \Omega = 1 \text{ k}\Omega$ .
- $R_5 = R_4 \cdot A_{vc} = 1 \text{ k}\Omega \cdot 12 = 12 \text{ k}\Omega$ .
- $R_6 \parallel R_5 = 1 \text{ k}\Omega \parallel 12 \text{ k}\Omega = 1 \text{ k}\Omega$ .

$$Z_{oc_2} = \frac{Z_o}{1 + A_v \left( \frac{R_4}{R_4 + R_5} \right)} = \frac{70 (\Omega)}{1 + 100 \cdot \frac{1}{1 + 12}} = 8 \Omega$$

La  $Z_{oc_2}$  adapta perfectamente con el receptor.  
El valor de  $V_{CC}$  será

$$V_o = 20 \text{ mV}_{\text{pico}} \cdot 1\,000 = 20 \text{ V}_{\text{pico}} = 40 \text{ V}_{\text{pico a pico}}$$

de la gráfica de la Figura 11.16 obtenemos:

$$V_{CC} > \pm 21 \text{ V}$$

Por último la potencia disipada por el operacional será

$$P_{\text{disipada en segunda etapa}} = \left( \frac{20/\sqrt{2}}{300 + 8} \right)^2 \cdot 8 = 0,016 \text{ W} = 16 \text{ mW}$$

valor que soporta perfectamente el  $\mu\text{A} 741$ .

**11.12.** Obtener las ecuaciones que aparecen en la Tabla 11.2 para los amplificadores inversores.

**Solución:** Las ecuaciones de las mallas de entrada y salida son, teniendo en cuenta el circuito correspondiente de la tabla 11.2, las siguientes:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= I_1 \cdot R_1 + V_i + I_i \cdot R_3 \\ V_o &= I_2 \cdot R_2 + V_i + I_i \cdot R_3 \\ I_i &= I_1 + I_2 \\ I_o &= I_s + I_2 \end{aligned} \right\}$$

Por otra parte, en todo operacional se cumple:

$$\text{Si } Z_i \rightarrow \infty \Rightarrow I_i \rightarrow 0 \Rightarrow V_i \rightarrow 0$$

Luego aplicando estas simplificaciones las ecuaciones anteriores se transforman en:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= I_1 \cdot R_1 \\ V_o &= I_2 \cdot R_2 \\ I_1 &= -I_2 \\ I_o &= I_s + I_2 \end{aligned} \right\}$$

El valor de ganancia de tensión del amplificador inversor será

$$A_{vc} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{I_1 \cdot R_1}{I_2 \cdot R_2} = \frac{-I_2 \cdot R_1}{I_2 \cdot R_2} = -\frac{R_1}{R_2}$$

El signo menos significa la inversión de fase entre la entrada y la salida.  
El valor de la impedancia de entrada del circuito será

$$Z_{ic} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{I_1 \cdot R_1}{I_1} = R_1$$

Por último, el valor de la impedancia de salida del amplificador se calculará

$$\begin{aligned} Z_{oc} &= \left. \frac{V_o}{I_s} \right|_{\text{cuando } V_i = 0} \\ Z_{oc} &= \left. \frac{V_o}{I_o - I_2} \right|_{V_i = 0} = \left. \frac{1}{\frac{I_o}{V_o} - \frac{I_2}{V_o}} \right|_{V_i = 0} = \left. \frac{1}{\frac{1}{Z_o} - \frac{I_2}{V_o}} \right|_{V_i = 0} \quad \text{ya que } Z_o = \frac{V_o}{I_o} \\ Z_{oc} &= \left. \frac{1}{\frac{1}{Z_o} - \frac{I_2}{I_o} \frac{I_o}{V_o}} \right|_{V_i = 0} = \left. \frac{1}{\frac{1}{Z_o} - \frac{I_2}{I_o} \frac{1}{Z_o}} \right|_{V_i = 0} = \left. \frac{1}{\frac{1}{Z_o} \left( 1 + \frac{-I_2}{I_o} \right)} \right|_{V_i = 0} = \\ &= \left. \frac{Z_o}{1 + \frac{-I_2}{I_o}} \right|_{V_i = 0} \end{aligned}$$

Por otra parte, como la impedancia de salida se define como la impedancia equivalente Thevenin, es decir, con la de tensión de entrada cortocircuitada ( $V_i = 0$ ), se puede hacer el siguiente razonamiento:

$$\text{Si } V_i = 0 \Rightarrow I_1 = -I_2 \Rightarrow V_o = I_2 \cdot (R_1 + R_2) \Rightarrow V_i \simeq I_2 \cdot R_1$$

Aplicando este razonamiento a la ecuación anterior, se transforma en

$$\begin{aligned} Z_{oc} &= \frac{Z_o}{1 + \frac{-V_o/(R_1 + R_2)}{I_o}} = \frac{Z_o}{1 + \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{I_o} \cdot (-V_o)} \\ Z_{oc} &= \frac{Z_o}{1 + \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{V_i}{I_o} \cdot \frac{-V_o}{V_i}} = \frac{Z_o}{1 + |A_v| \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{V_i}{I_o}} \end{aligned}$$

Asimismo se cumple:

$$\text{Si } V_i = 0 \Rightarrow V_o = 0 \Rightarrow I_s = 0 \Rightarrow I_o = I_2$$

$$Z_{oc} = \frac{Z_o}{1 + |A_v| \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 \cdot I_2}{I_o}} = \frac{Z_o}{1 + |A_v| \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

**11.13.** Diseñar el amplificador necesario, empleando el  $\mu A 741$ , para acoplar en tensión un generador de audio que poseyendo una impedancia interna de  $1\text{k}\Omega$  produce una tensión de  $10\text{ mV}$  eficaces; con un receptor de  $70\ \Omega$  de impedancia y  $1\text{ W}$  de potencia.

**Solución:** Los amplificadores de audio trabajan con señales cuyas frecuencias oscilan dentro del margen de respuesta del oído humano. Dicho margen es de  $20\text{ Hz}$  a  $20\text{ kHz}$ .

Para el diseño del amplificador buscaremos las características del operacional a la frecuencia mayor, ya que los operacionales empeoran sus características según aumenta la frecuencia.

Las características del  $\mu A 741$  a  $20\text{ kHz}$  son

$$A_v = 80 \quad ; \quad Z_i = 5\text{ M}\Omega \quad ; \quad Z_o = 70\ \Omega$$

Procediendo seguidamente como en anteriores problemas, obtenemos que la ganancia que debe poseer el amplificador será

$$A_{vc} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\sqrt{70 \cdot 1}}{10 \cdot 10^{-3}} = 836$$

Dado que se precisan dos etapas, cada uno tendrá

$$A_{vc_1} = 70 \quad ; \quad A_{vc_2} = 12$$

ya que el producto de ambas da  $70 \cdot 12 = 840$ . Seguidamente, y empleando etapas inversoras, se obtiene la estructura de la Figura 11.27.

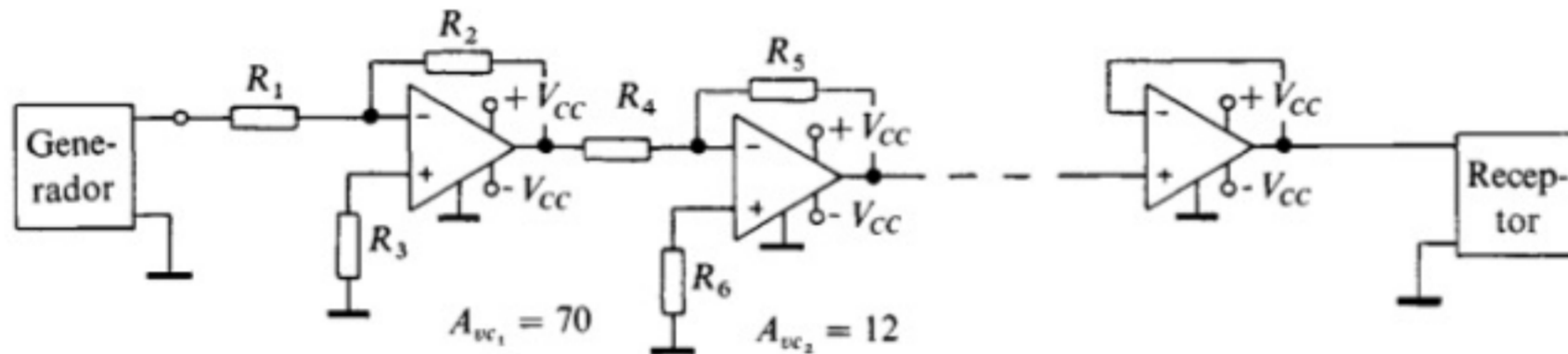


Figura 11.27.

El diseño de cada una de las resistencias del circuito es el siguiente:

$$\begin{aligned} R_1 &= 20. \quad Z_{\text{generador}} = 20 \cdot 1\text{ k} = 20\text{ k}\Omega \\ R_2 &= R_1 \cdot A_{vc_1} = 20 \cdot 70 = 1\,400\text{ k}\Omega = 1,4\text{ M}\Omega \\ R_3 &= R_1 \parallel R_2 = 20 \parallel 1\,400 = 20\text{ k}\Omega \\ Z_{oc_1} &= \text{Valor máximo} = 70\ \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_4 &= 15 \cdot 70 \simeq 1\,000 \, \Omega = 1 \, \text{k}\Omega \\
 R_5 &= R_4 \cdot A_{vc_2} = 1 \cdot \text{k}\Omega \cdot 12 = 12 \, \text{k}\Omega \\
 R_6 &= R_4 \parallel R_5 = 1 \, \text{k}\Omega \parallel 12 \, \text{k}\Omega = 1 \, \text{k}\Omega
 \end{aligned}$$

El valor de la impedancia de salida de la segunda etapa  $Z_{oc_2}$  será

$$Z_{oc_2} = \frac{Z_o}{1 + A_v \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5}} = \frac{70 \, (\Omega)}{1 + 80 \cdot \frac{1}{1 + 12}} = 9,78 \, \Omega$$

Este valor no adapta impedancias con el receptor, lo cual indica la necesidad de un buffer o adaptador de impedancias en tensión. El diseño de éste consiste en verificar sus condiciones de adaptación de impedancias como ya hicimos en otros problemas.

Las características del buffer serán, en este caso:

$$\begin{aligned}
 Z_{ic(\text{buffer})} &= Z_i \cdot (1 + |A_v|) = 5 \cdot (1 + 80) = 405 \, \text{M}\Omega \\
 Z_{oc(\text{buffer})} &= \frac{Z_o}{1 + |A_v|} = \frac{70}{1 + 80} = 0,86 \, \Omega
 \end{aligned}$$

Por tanto, el buffer es válido y debe ser acoplado a la segunda etapa amplificadora.

Seguidamente calculemos la tensión de alimentación  $V_{CC}$  que deben llevar los operacionales. Dicha tensión es, como sabemos, función de la tensión de salida de cada operacional. Ello daría lugar a tres tensiones diferentes en nuestro diseño, causa por la que en la práctica, para no complicar la fuente de alimentación del conjunto, todos los operacionales se alimentan a la misma tensión, que será la que precise la última etapa del circuito, en este caso el buffer, luego

$$\begin{aligned}
 V_{o(\text{buffer})} &= V_{o_2} = V_{\text{generador}} \cdot A_{vc_1} \cdot A_{vc_2} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 70 \cdot 12 = 8,4 \, \text{V}_{\text{eficaces}} = \\
 &= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 8,4 \, \text{V}_{\text{pico a pico}} = 23,6 \, \text{V}_{\text{pico a pico}} \quad \text{de donde } V_{CC} > \pm 14 \, \text{V}
 \end{aligned}$$

Por último verifiquemos si la potencia que han de disipar los operacionales pueden soportarla.

Al igual que en el caso de la tensión de alimentación, cada operacional disipa una potencia que depende de su impedancia interna y de la impedancia del circuito que lleva acoplado a su salida. Dado que las etapas intermedias están acopladas en tensión, la intensidad que da a su salida el operacional correspondiente es muy baja, por ser muy alta la impedancia de entrada de la siguiente etapa; esto provoca que la potencia que disipan las etapas intermedias y primera es bajísima, lo cual no debe preocuparnos.

En cuanto a la última etapa, en nuestro caso el buffer, diremos:

$$P_{\text{disipada buffer}} = \left( \frac{8,36}{0,86 + 70} \right)^2 \cdot 0,86 = 0,012 \, \text{W} = 12 \, \text{mW}$$

Valor que es perfectamente soportado por el  $\mu\text{A} 741$ .



11.14. Calcular la potencia disipada por  $R_o$  en el circuito de la Figura 11.28.

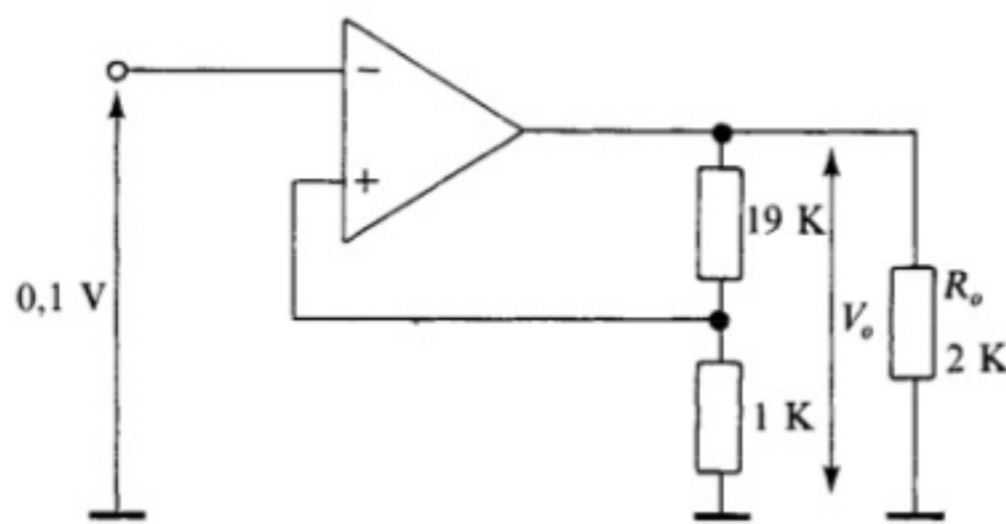


Figura 11.28.

**Solución:** El circuito es un amplificador no inversor, cuya características se calculan según las ecuaciones correspondientes de la Tabla 11.2. El valor de la ganancia será

$$A_{vc} = \frac{19 + 1}{1} = 20$$

De donde podremos decir que la tensión de salida  $V_o$  en bornas de  $R_o$  será

$$V_o = 0,1 \cdot 20 = 2 \text{ V}$$

Por último, la potencia aplicada a  $R_o$  valdrá

$$P_{R_o} = \frac{V_o^2}{R_o} = \frac{2^2 \text{ (V)}}{2 \text{ (k}\Omega)} = 2 \text{ mW}$$

11.15. Deducir la ecuación que nos da el valor de la ganancia de una etapa amplificadora no inversora.

**Solución:** Si planteamos la ecuación de la malla de entrada, al circuito correspondiente de la Tabla 11.2, se obtiene la siguiente ecuación:

$$V_1 + I_i \cdot R_3 + V_i = I_1 \cdot R_1$$

Por otra parte, la ecuación de la malla de salida será

$$V_o = V_1 + I_i \cdot R_3 + V_i + I_2 \cdot R_2$$

A su vez se cumple que

$$I_2 = I_1 + I_i$$

Si aplicamos las condiciones simplificativas de cualquier operacional, es decir, que  $I_i \approx 0$  y  $V_i \approx 0$ , a las anteriores ecuaciones resulta:

$$V_1 = I_1 \cdot R_1 \quad ; \quad V_o = V_1 + I_2 \cdot R_2 \quad ; \quad I_1 = I_2$$

y, por tanto, el valor de la ganancia de tensión del circuito será

$$A_{vc} = \frac{V_o}{V_1} = \frac{I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2}{I_1 \cdot R_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

11.16. Deducir la ecuación de la tensión de salida del circuito sumador de la Figura 11.29.

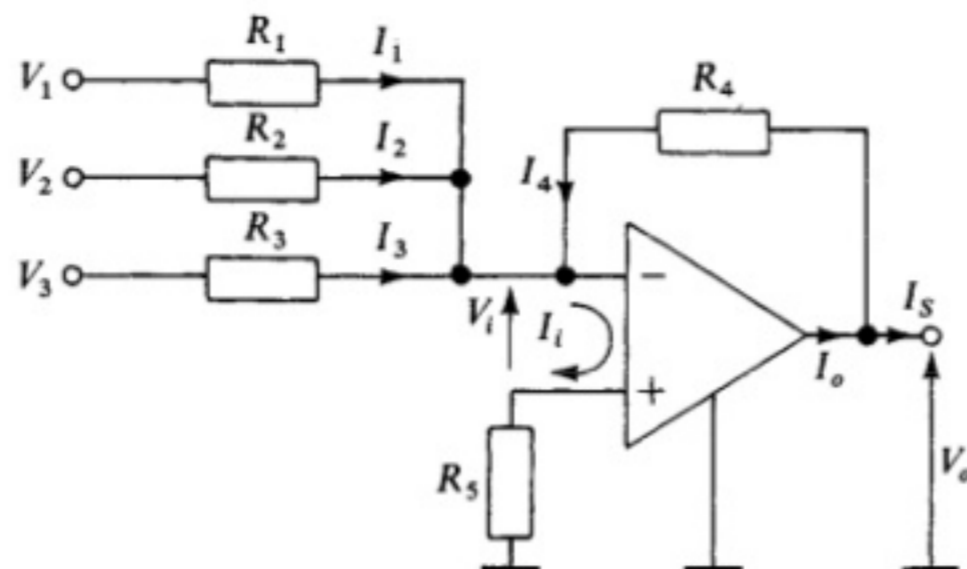


Figura 11.29.

**Solución:** Planteando las ecuaciones de cada una de las mallas de entrada y de la malla de salida se obtiene:

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 \cdot R_1 + V_i + I_i \cdot R_5 & ; & & V_2 &= I_2 \cdot R_2 + V_i + I_i \cdot R_5 \\ V_3 &= I_3 \cdot R_3 + V_i + I_i \cdot R_5 & ; & & V_o &= I_4 \cdot R_4 + V_i + I_i \cdot R_5 \end{aligned}$$

Por otro lado, en el punto A o masa virtual se cumple:

$$I_i = I_4 + I_3 + I_2 + I_1$$

Aplicando las condiciones simplificativas de un operacional a las ecuaciones del circuito ( $I_i \approx 0$  y  $V_i \approx 0$ ) tendremos:

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 \cdot R_1 & ; & & V_2 &= I_2 \cdot R_2 \\ V_3 &= I_3 \cdot R_3 & ; & & V_o &= I_4 \cdot R_4 \\ I_4 &= -(I_1 + I_2 + I_3) \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación de intensidades sus valores en función de las otras ecuaciones quedará:

$$\frac{V_o}{R_4} = - \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \right)$$

de donde por fin se obtiene:

$$V_o = - \left( V_1 \cdot \frac{R_4}{R_1} + V_2 \cdot \frac{R_4}{R_2} + V_3 \cdot \frac{R_4}{R_3} \right)$$

- 11.17. Calcular en el circuito de la Figura 11.30 el valor de la tensión de salida y el de la resistencia  $R_3$ .

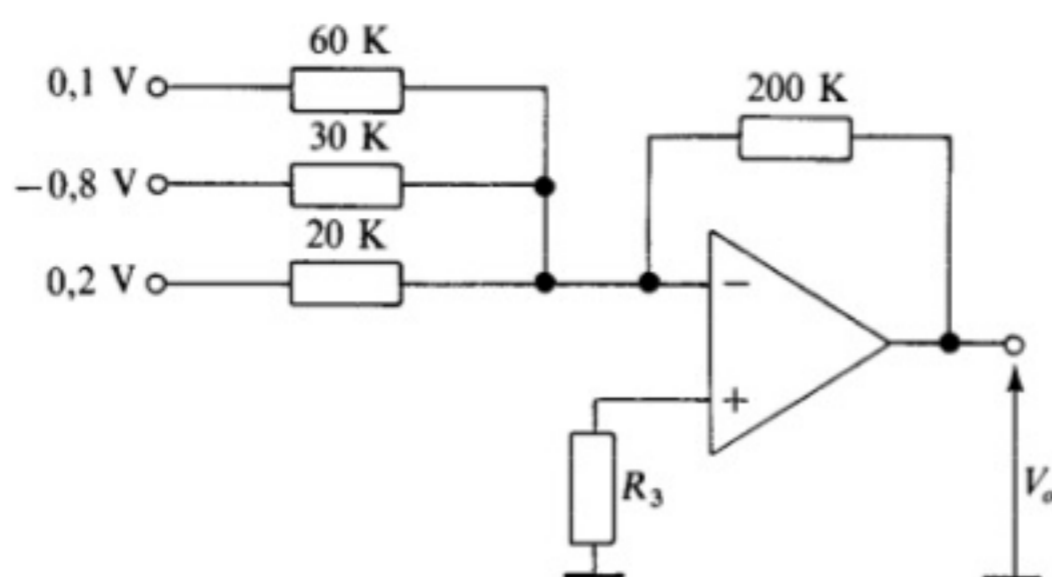


Figura 11.30.

**Solución:** El circuito se trata de un sumador inversor, cuya salida es la suma de cada una de las tensiones de entrada multiplicada por su ganancia. Esto es

$$V_o = - \left[ 0,1 \cdot \frac{200}{60} + (-0,8) \cdot \frac{200}{30} + 0,2 \cdot \frac{200}{20} \right] ; \quad V_o = -0,33 + 5,33 - 2 = 3 \text{ V}$$

Por otra parte, el valor de la resistencia  $R_3$  se diseña como, el valor equivalente paralelo entre las resistencias de las ramas de entrada y la de realimentación negativa del circuito. Esto es,

$$R_3 = 60 \parallel 30 \parallel 20 \parallel 200 ; \quad R_3 = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{200}} = 9,5 \text{ k}\Omega$$

- 11.18. Calcular en el circuito sumador de dos entradas de la Figura 11.31: **a)** La tensión de salida para los siguientes valores de resistencias y tensiones de entrada:  $R_a = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_b = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $v_a = 1,5 \text{ V}$ ,  $v_b = 2,5 \text{ V}$ . **b)** Hallar de nuevo  $v_2$ , suponiendo que  $R_a = R_b = 2 \text{ k}\Omega$ .

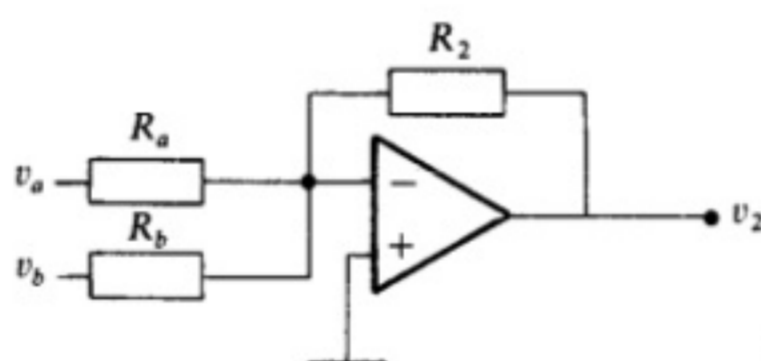


Figura 11.31.

**Solución:**

**a)** La tensión de salida será

$$v_2 = - \left( v_a \frac{R_2}{R_a} + v_b \frac{R_2}{R_b} \right) = - \left( 1,5 \frac{4}{1} + 2,5 \frac{4}{2} \right) = -11 \text{ V}$$

b) Si  $R_a = R_b$ , la ecuación de  $v_2$  será

$$v_2 = -\frac{R_2}{R_a} (v_a + v_b) = -\frac{4}{2} (1,5 + 2,5) = -8 \text{ V}$$

**11.19.** Sabiendo que los valores de las resistencias del rectificador que aparece en la Tabla 11.5 son:  $R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$  y  $R_3 = 1,5 \text{ k}\Omega$ . Calcular el valor de la tensión de salida  $V_o$  si en la entrada introducimos una tensión de: **a)**  $-1 \text{ V}$ . **b)**  $2 \text{ V}$ .  
*Nota:* Se despreciará la caída de tensión en los diodos.

**Solución:** Dado que el circuito rectificador es además un amplificador inversor, deberemos en primer lugar calcular su ganancia. El valor de ésta será

$$A_{vc} = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{4,7}{2,2} = -2,13 \text{ V}$$

- En el caso **a)**, al ser la tensión de entrada negativa y ser ésta invertida por el amplificador, aparece en la salida del operacional una tensión positiva que activa el diodo conectado a la salida del circuito, causa por la que  $V_o = V_1 \cdot A_{vc} = (-1) \cdot (-2,13) = 2,13 \text{ V}$ .
- En el caso **b)**, al ser positiva la tensión de entrada, en la salida del operacional aparece negativa, con lo que el diodo conectado a la salida no conduce, por tanto, dicha salida se encuentra conectada a la masa, y por tanto  $V_o = 0$ .

**11.20.** Diseñar un filtro paso alto empleando el operacional  $\mu\text{A} 741$ , cuya frecuencia de corte sea de  $200 \text{ Hz}$  y que posea una ganancia de  $20 \text{ dB}$ . El generador que alimentará el filtro posee una impedancia interna de  $1 \text{ k}\Omega$  y produce una señal  $600 \text{ mV}$  eficaces con una frecuencia máxima de  $100 \text{ kHz}$ .

**Solución:** En la Tabla 11.6 aparecen las características y estructura del filtro paso alto.

Para comenzar el diseño debemos conocer las características del  $\mu\text{A} 741$  a la frecuencia máxima de trabajo. Estos valores son a  $100 \text{ kHz}$ :

$$A_v = 20 \quad ; \quad Z_i = 2,5 \text{ M}\Omega \quad ; \quad Z_o = 90 \Omega$$

Seguidamente pasemos al diseño de los componentes.

El filtro paso alto es, además, un amplificador inversor cuya impedancia de entrada ha de adaptar en tensión con el generador. Por tanto,

$$R_1 = 20 \cdot Z_{\text{generador}} = 20 \cdot 1 \text{ k} = 20 \text{ k}$$

Asimismo, como la ganancia del filtro ha de ser de  $20 \text{ dB}$ , tendremos:

$$20 \text{ dB} = 10^{20/20} = 10$$

$$R_2 = A_{vc} \cdot R_1 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ k} \quad ; \quad R_3 = R_1 \parallel R_2 = 20 \text{ k}$$

Seguidamente calcularemos el valor de  $C_1$  para que la frecuencia de corte sea de  $200 \text{ Hz}$ :

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C_1 \cdot R_1} \quad \text{sustituyendo valores} \quad ; \quad 200 \text{ (Hz)} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10^3 (\Omega) \cdot C_1 \text{ (F)}}$$

$$C_1 \text{ (F)} = \frac{1}{200 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10^3} = 39,8 \cdot 10^{-9} = 39,8 \text{ nF}$$

Por último, calcularemos la tensión de alimentación  $V_{CC}$ :

$$V_o = V_1 \cdot A_{vc} = 0,6 \cdot 10 = 6 \text{ V}_{\text{eficaces}}$$

$$6 \text{ V}_{\text{eficaces}} = 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 17 \text{ V}_{\text{pico a pico}} \rightarrow V_{CC} > \pm 11 \text{ V}$$

En la mayor parte de los filtros la resistencia  $R_3$  suele encontrarse desacoplada, es decir, con un condensador en paralelo cuya impedancia desde 200 Hz sea cuando menos diez veces menor que la resistencia  $R_3$ . Por tanto, el valor del condensador será

$$X_c = \frac{R_3}{10} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot C} \quad ; \quad C = \frac{10}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot R_3} = \frac{10}{2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 20 \cdot 10^3}$$

$$C \text{ desacoplo de } R_3 = 398 \text{ kpF}$$

**11.21.** Obtener las formas de ondas que se producen en los puntos señalados en el circuito de la Figura 11.32, cuando a las entradas  $V_1$  y  $V_2$  se aplican las ondas que aparecen en dicha figura.

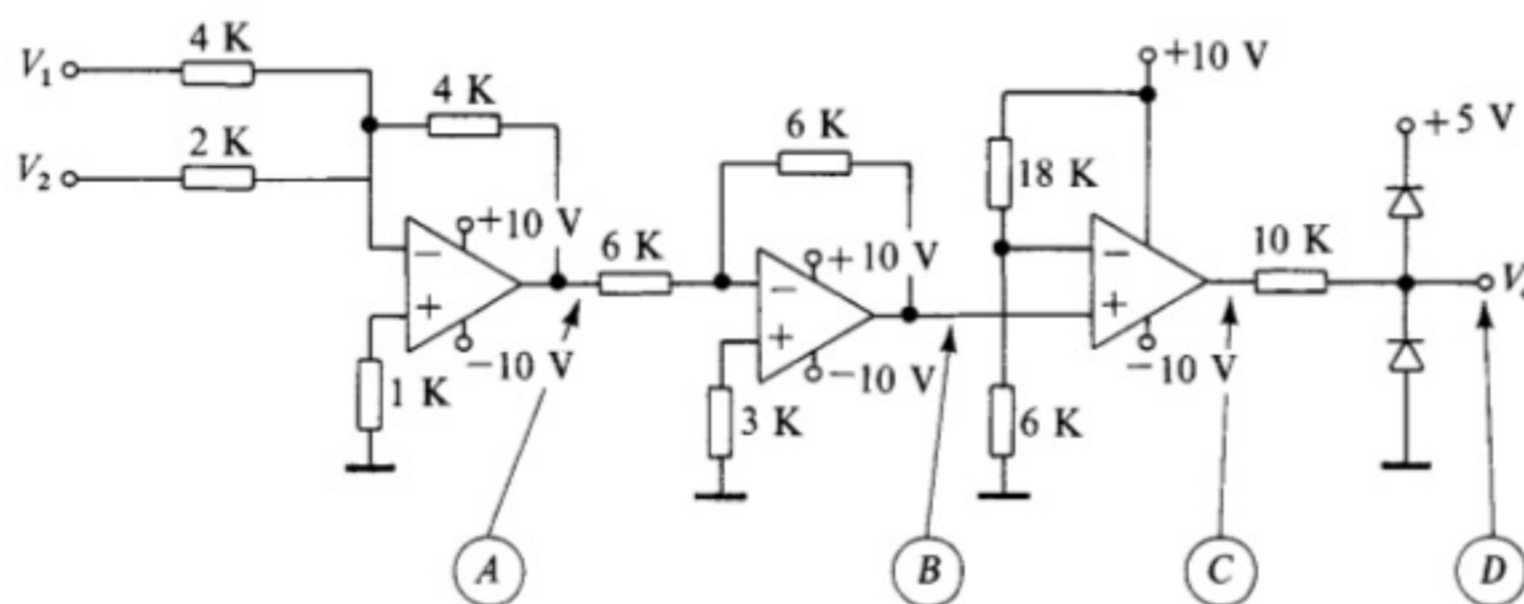


Figura 11.32.

**Solución:** El primer circuito que aparece en la Figura 11.32 es un sumador de dos entradas. La entrada de  $V_1$  tiene ganancia unidad, ya que  $4 \text{ k}\Omega / 4 \text{ k}\Omega = 1$ . La entrada de  $V_2$  posee una ganancia de  $4 \text{ k}\Omega / 2 \text{ k}\Omega = 2$ .

La onda de salida  $A$  será, por consiguiente, la suma invertida de las ondas  $V_1$  y  $V_2$ , cada una con su ganancia.

El segundo circuito es un amplificador inversor cuya ganancia vale  $6 \text{ k}\Omega / 6 \text{ k}\Omega = 1$ , y, por tanto, sólo invierte la fase de la onda  $A$ .

El tercer circuito es un comparador a tensión fija (definida ésta por el divisor de tensión que forman las resistencias de  $18 \text{ k}\Omega$  y  $6 \text{ k}\Omega$ ) con la señal  $B$ .

El valor de la tensión fija será, por tanto:

$$V_{\text{fija}} = \frac{10 \text{ V}}{18 \text{ K} + 6 \text{ K}} \cdot 6 \text{ K} = 2,5 \text{ V}$$

La cuarta zona del circuito recibe la señal  $C$ , y se trata de un simple limitador que elimina el semiciclo negativo y limita el positivo a la tensión de 5 V.

Las explicaciones anteriormente dadas se encuentran resumidas en la Figura 11.33, donde se obtienen las diferentes ondas, realizando punto a punto cada una de ellas.

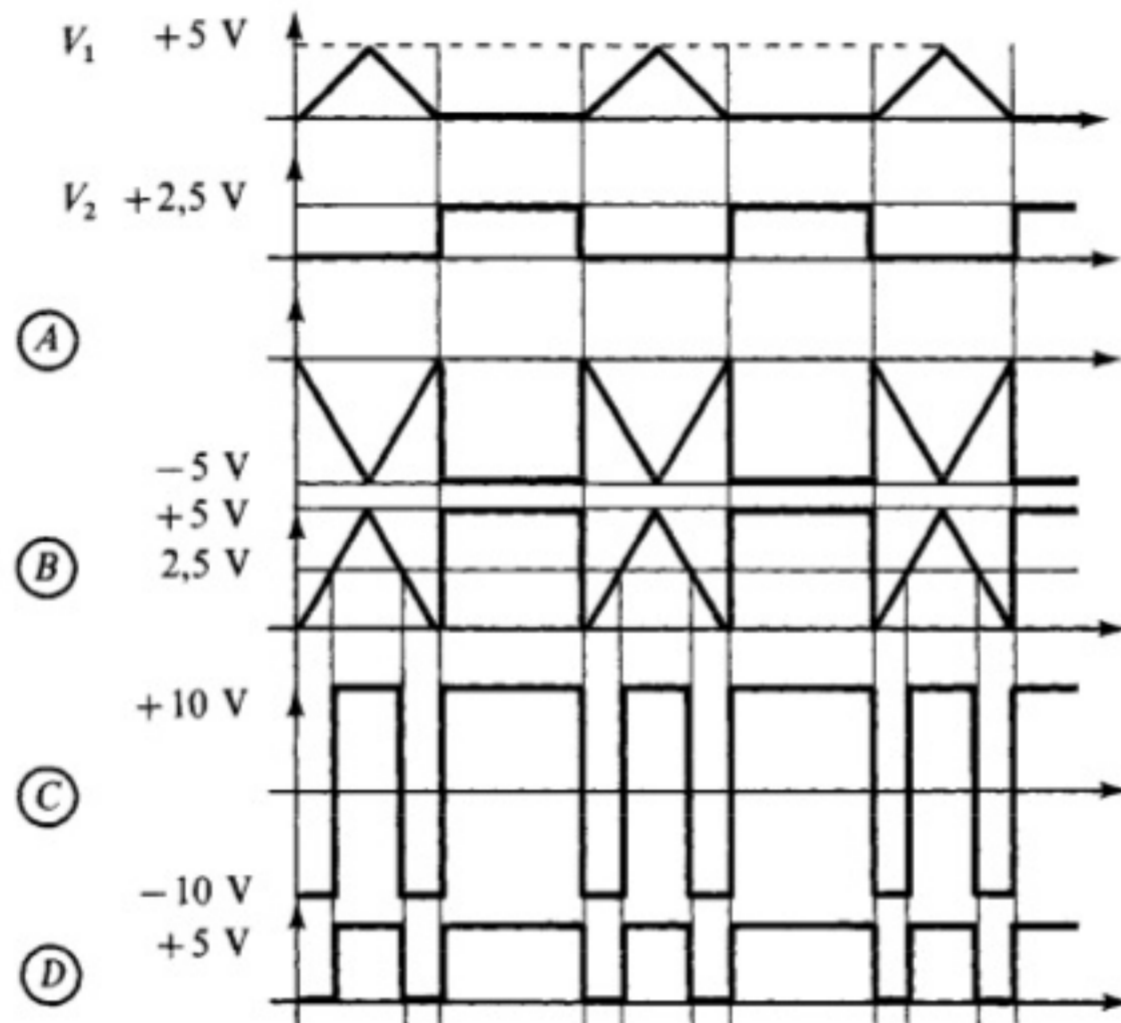


Figura 11.33.  
Señales de salida  
del Problema 11.21.

- 11.22.** Obtener las formas de ondas que se producen en los puntos señalados en el circuito de la Figura 11.34, cuando a las entradas  $V_1$  y  $V_2$  se aplican las ondas que aparecen en dicha figura.

**Solución:** En la entrada  $V_1$  nos encontramos con un rectificador de media onda cuya ganancia es de  $7 \text{ K}/3,5 \text{ K} = 2$ . Por tanto, la onda  $A$  sale rectificadora y amplificada al doble. Esta onda es introducida en un sumador cuya ganancia para esta entrada es de  $4 \text{ K}/4 \text{ K} = 1$ . La entrada  $V_2$  va directamente al sumador antes citado y se le aplica una ganancia de  $4 \text{ K}/2 \text{ K} = 2$ .

La señal  $B$  será, por tanto, la suma invertida de la señal  $A$  sin amplificar con la señal  $B$  amplificada al doble. La señal  $B$  entra a un comparador a tensión fija definida por el divisor de tensión formado por las resistencias de  $4 \text{ K}$  y  $1 \text{ K}$ . Tensión de valor:

$$V_{\text{fija del comparador}} = \frac{5}{4 \text{ K} + 1 \text{ K}} \cdot 1 \text{ K} = 1 \text{ V}$$

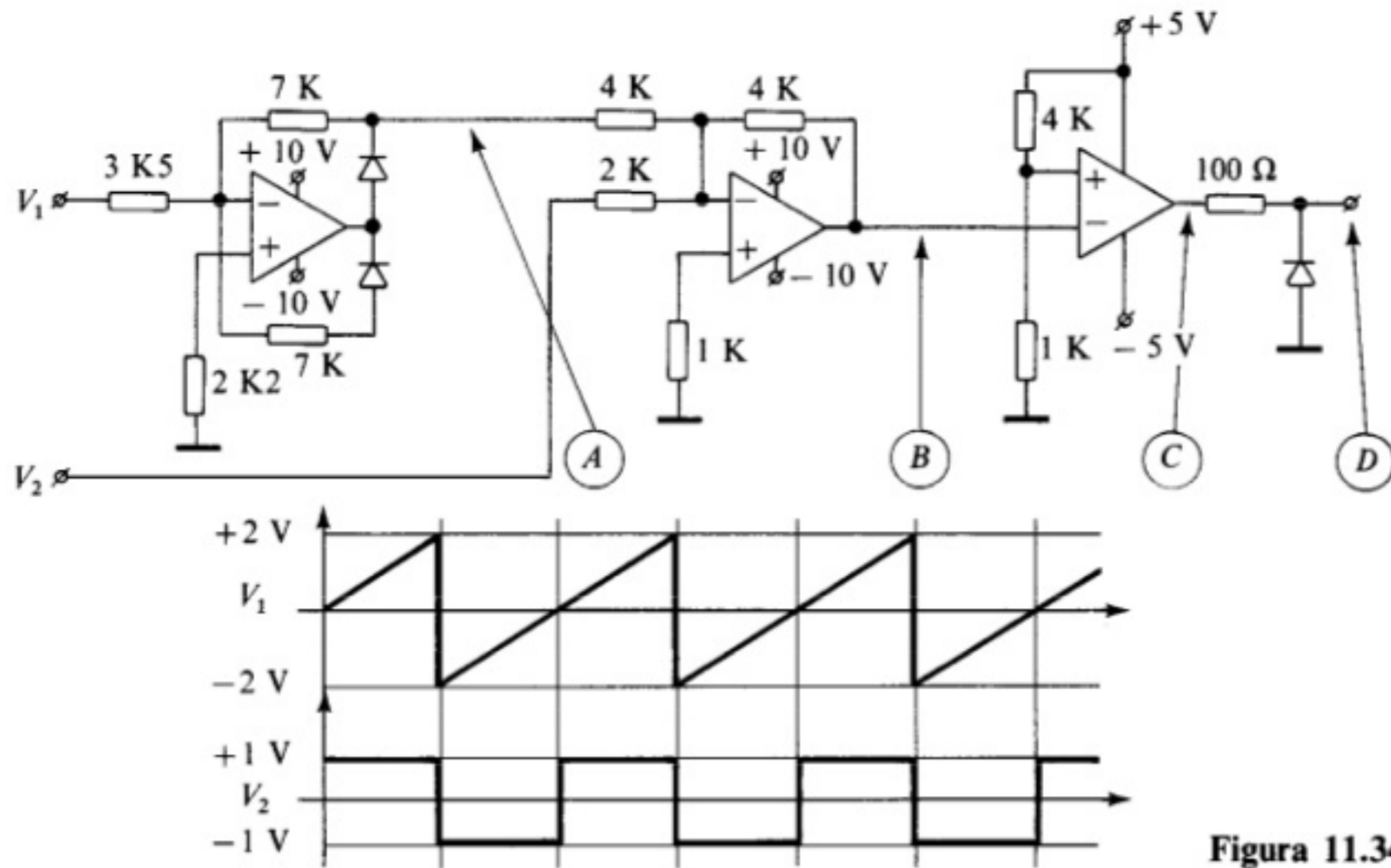


Figura 11.34.

La señal C de salida del comparador se aplica a un limitador de medio ciclo que elimina el semiciclo negativo. Las distintas formas de onda y sus valores se encuentran en la Figura 11.35.

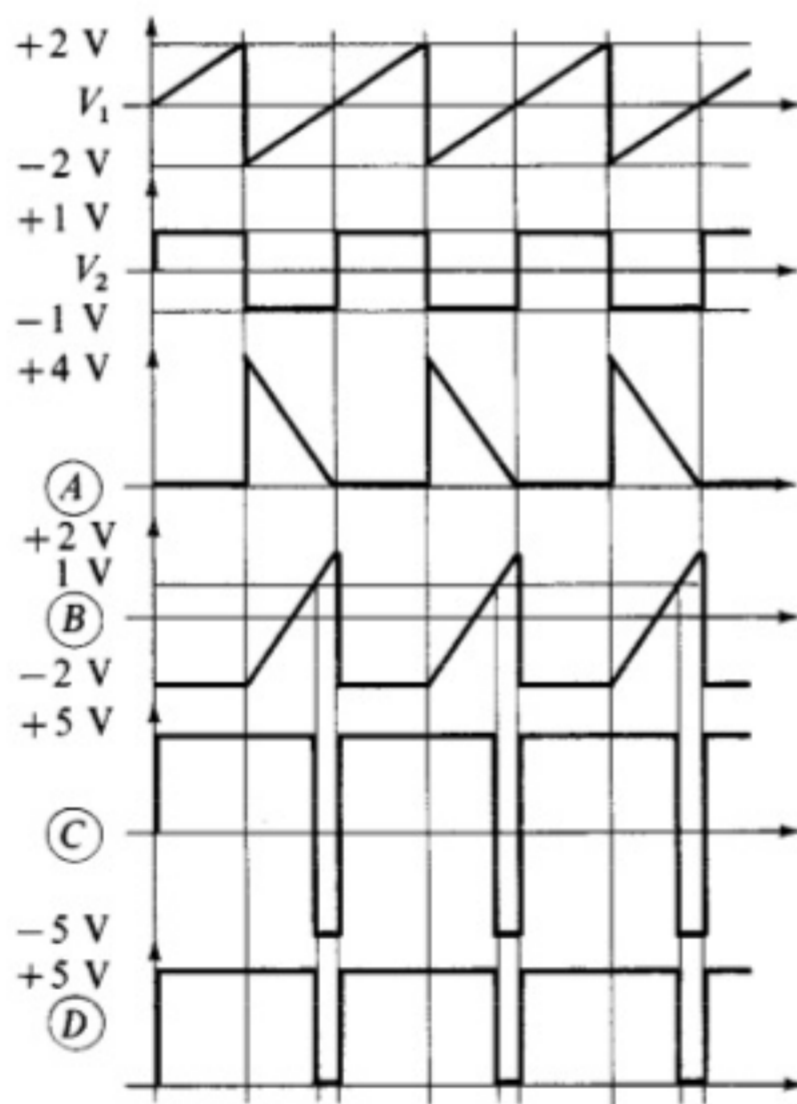


Figura 11.35. Resultados del Problema 11.22.

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

11.23. Calcular los valores de  $R_{C_1}$ ,  $R_{C_2}$  y  $R_E$  del circuito de la Figura 11.36 si la corriente de colector  $I_{C_1} = I_{C_2} = 2 \text{ mA}$  y  $V_{CE_1} = V_{CE_2} = 5 \text{ V}$ .

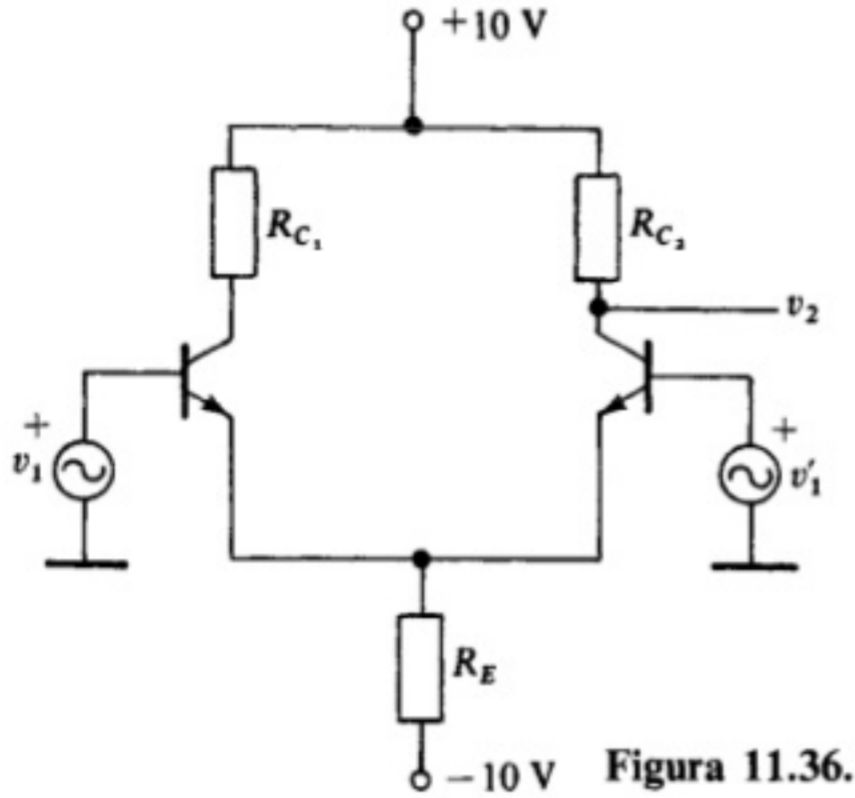


Figura 11.36.

Solución:  $R_{C_1} = R_{C_2} = 2,5 \text{ K}$ ;  
 $R_E = 2,5 \text{ K}$ .

11.24. El valor de las resistencias de colector  $R_{C_1}$  y  $R_{C_2}$  del circuito de la Figura 11.37 es de  $5 \text{ k}\Omega$  y el de la resistencia de

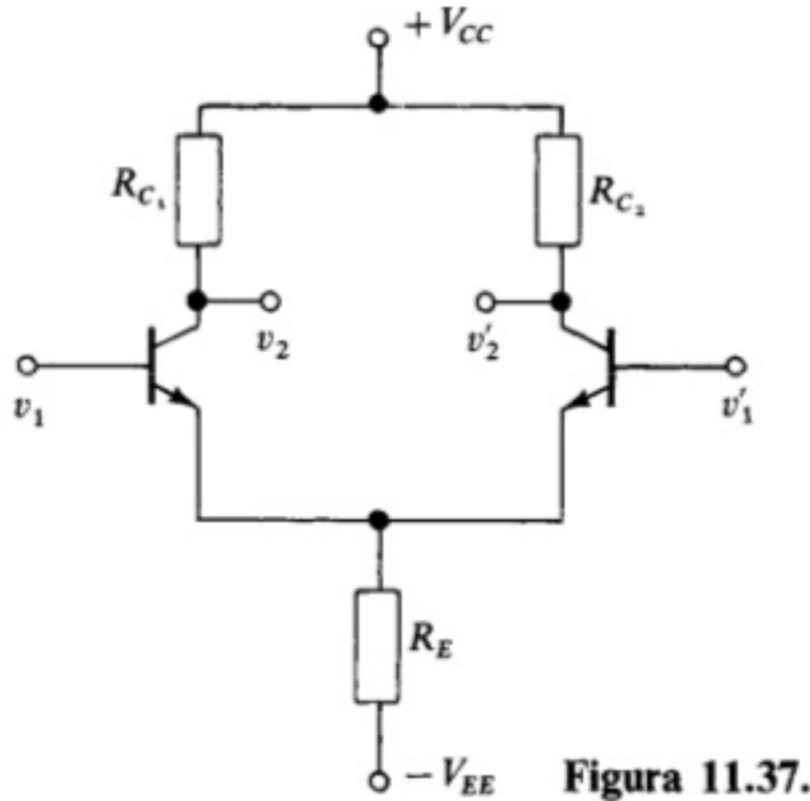


Figura 11.37.

emisor  $R_E$  es también de  $5 \text{ k}\Omega$ . Los parámetros de los transistores valen:  $h_{fe} = 80$  y  $h_{ie} = 1 \text{ k}\Omega$ . Las señales aplicadas a las entradas son:  $v_1 = 520 \text{ mV}$  y  $v_1' = 480 \text{ mV}$ . Calcular el valor de la señal de salida.

Suponiendo que la RRMC aumenta a 4 000, manteniéndose constante el valor de la ganancia diferencial, calcular de nuevo el valor de  $v_2$ .

Solución: a)  $V_o = 8,25 \text{ V}$ ;  
b)  $V_o = 8,025 \text{ V}$ .

11.25. Suponiendo que los parámetros de los transistores del circuito de la Figura 11.36 valen  $h_{fe} = 100$  y  $h_{ie} = 2 \text{ k}\Omega$  y que las señales aplicadas a las entradas son:  $v_1 = 16 \text{ mV}$  y  $v_1' = 12 \text{ mV}$ , calcular la RRMC y la tensión de salida amplificada  $v_2$ . Los valores de  $R_{C_1}$ ,  $R_{C_2}$  y  $R_E$  son los mismos que los de la Figura 11.36.

Solución: RRMC = 250;  $v_2 = 0,507 \text{ V}$ .

11.26. En el circuito de la Figura 11.38, calcular: a) El punto de funcionamiento estático de los transistores. b) La ganancia en modo diferencial. c) la ganancia en modo común. d) La CMRR.

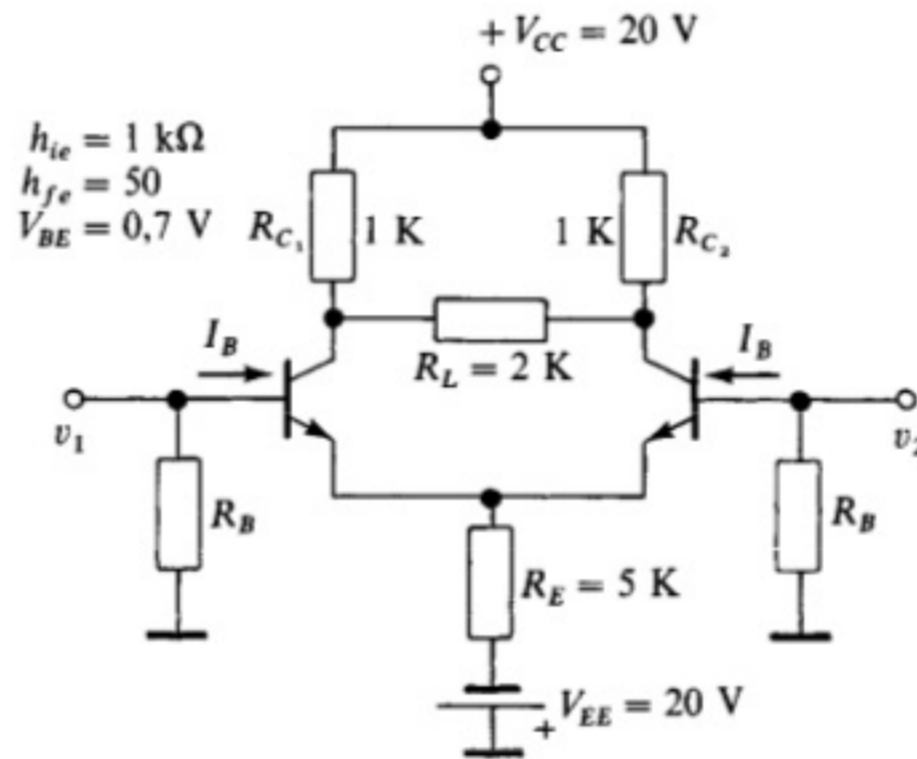


Figura 11.38.



- Solución:** a)  $I_B = 37 \text{ mA}$ ;  $I_C = 1,85 \text{ A}$ ;  $V_{CE} = 17,37 \text{ V}$ .  
 b)  $G_d = -25$ ;  
 c)  $G_c = -0,1$ ;  
 d)  $\text{CMRR} = 48 \text{ dB}$ .

**11.27.** En el circuito de la Figura 11.39 en el cual sus transistores tienen una  $h_{fe} = 100$  y un  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Calcular los valores de  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_C$  de forma que la impedancia de entrada del circuito sea de  $10 \text{ K}$  y su ganancia diferencial sea de  $40 \text{ dB}$ .

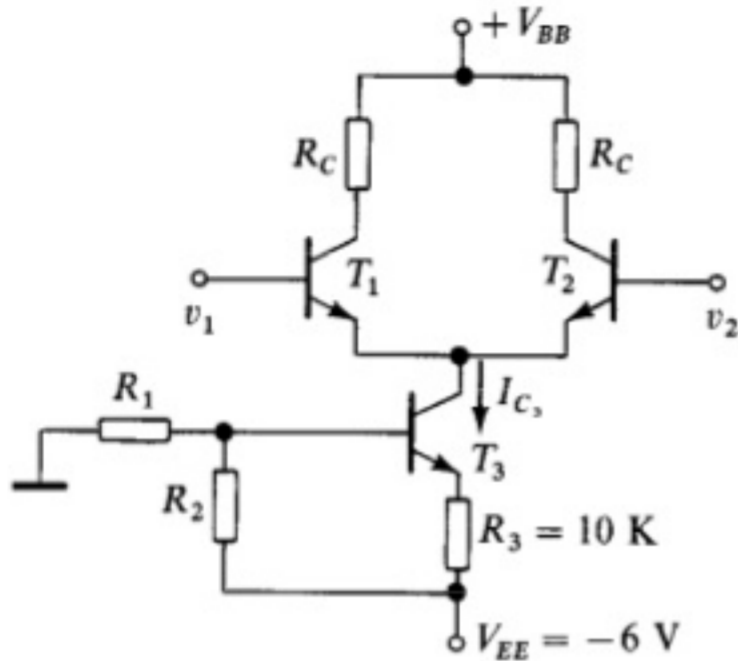


Figura 11.39.

**Solución:**  $R_C = 50 \text{ K}$ ;  $R_1$  y  $R_2$  han de verificar la siguiente relación:

$$-4,3 = \frac{-6 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

**11.28.** Diseñar un amplificador empleando el  $\mu\text{A} 741$  que adapte en tensión, sin invertir la fase, un generador de audio que poseyendo una impedancia interna de  $3,2 \text{ K}$  produce una señal de  $4 \text{ mV}$  eficaces, con un receptor de  $5 \text{ W}$  y  $20 \Omega$ . Se emplearán etapas no inversoras.

**Solución:** Se precisan dos etapas de ganancia,  $70$  y  $36$  respectivamente. Valores 1.ª etapa:  $R_1 = 1 \text{ K}$ ;  $R_2 = 75 \text{ K}$  y  $R_3 = 1 \text{ K}$ . Valores 2.ª etapa:  $R_1 = 1 \text{ K}$ ;  $R_2 = 36 \text{ K}$  y  $R_3 = 1 \text{ K}$ . Se precisa buffer adaptador con el receptor, y la tensión de alimentación ha de ser  $V_{CC} > \pm 16 \text{ V}$ .

**11.29.** Calcular la ganancia y la tensión del circuito de la Figura 11.40 cuando aplicamos una señal de entrada de  $\pm 25 \text{ mV}$ . ¿Cuál será la corriente por la carga?

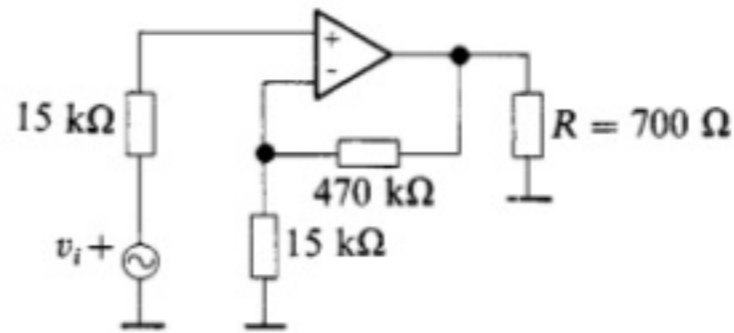


Figura 11.40.

**Solución:**  $A_{vc} = 32,33$ ;  $v_o = \pm 0,808 \text{ V}$ ;  
 $I_R = 1,15 \text{ mA}$ .

**11.30.** Calcular el valor de la tensión a la salida del circuito de la Figura 11.41, siendo las señales de entrada  $V_1 = 15 \text{ mV}$  y  $V_2 = -35 \text{ mV}$ .

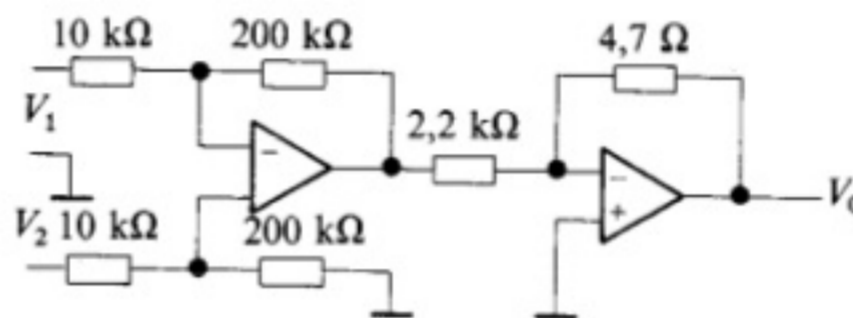


Figura 11.41.

**Solución:**  $V_o = 2,13 \text{ V}$ .

**11.31.** Calcular la tensión de salida en el circuito sumador de la Figura 11.29 si posee los siguientes valores:

$R_1 = 1,5 \text{ K}$ ;  $R_2 = 2,2 \text{ K}$ ;  $R_3 = 4,7 \text{ K}$ ;  
 $R_4 = 10 \text{ K}$ .  
 $V_1 = 0,5 \text{ V}$ ;  $V_2 = -0,75 \text{ V}$ ;  $V_3 = 1,25 \text{ V}$ .

**Solución:**  $V_o = -2,58 \text{ V}$ .

**11.32.** Describir el funcionamiento del limitador de la Figura 11.42. Calcular los niveles de tensión a la salida.

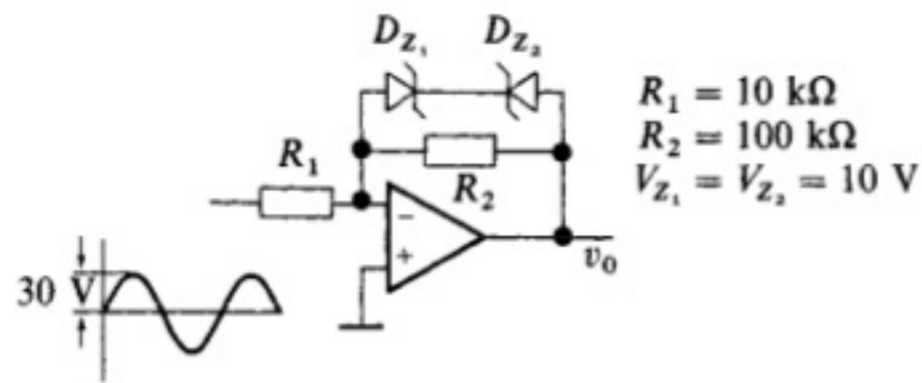


Figura 11.42.

Solución:  $v_0 \approx +11 \text{ V}$ .

11.33. Diseñar un filtro paso alto empleando el operacional  $\mu\text{A} 741$ , cuya frecuencia de corte sea de 500 Hz y que posea una ganancia de 30 dB. El generador que alimentará el filtro posee una impedancia interna de 1 k $\Omega$  y produce una señal 0,5 V de pico con una frecuencia máxima de 100 kHz.

Solución:  $R_1 = 20 \text{ K}$ ;  $R_2 = 680 \text{ K}$ ;  
 $R_3 = 20 \text{ K}$ ;  $C_1 = 16 \text{ kpF}$ .

11.34. Obtener las formas de ondas que se producen en los puntos señalados en el circuito de la Figura 11.43, cuando a las entradas  $V_1$  y  $V_2$  se aplican las ondas que aparecen en dicha figura.

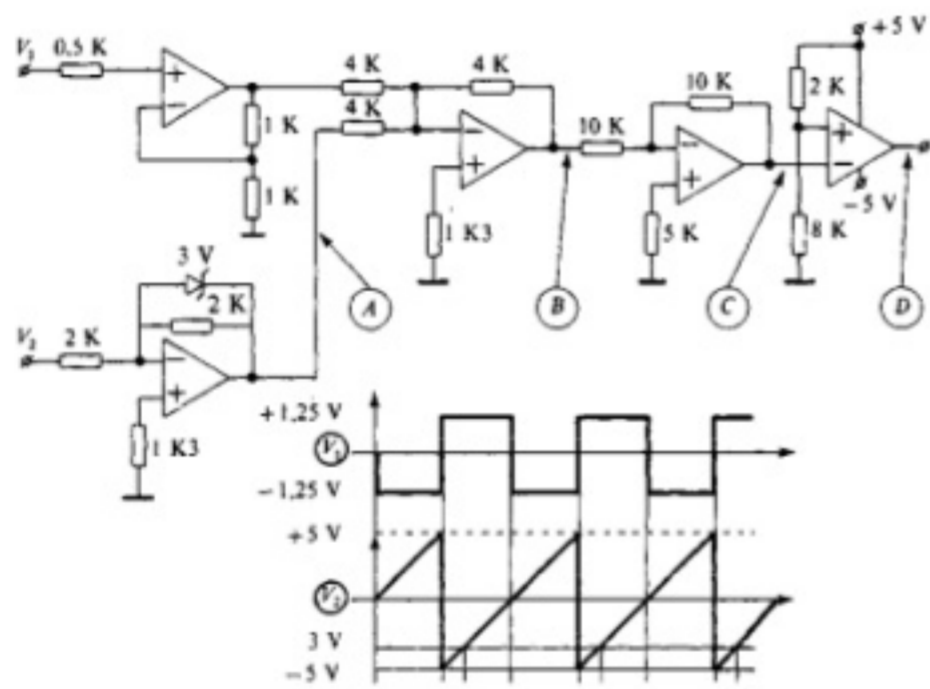


Figura 11.43.

Solución:

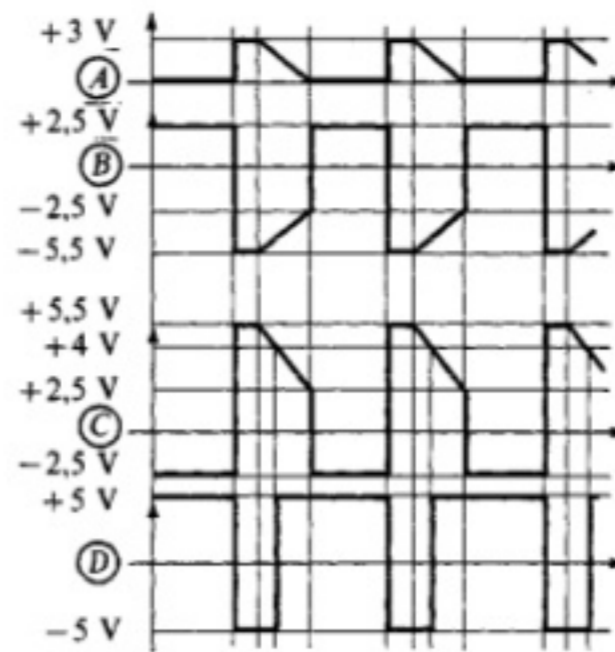


Figura 11.44. Resultado al Problema 11.34.

11.35. Obtener las formas de ondas que se producen en los puntos señalados en el circuito de la Figura 11.45, cuando a la entrada  $V_{in}$  se aplican la onda que aparece en dicha figura.

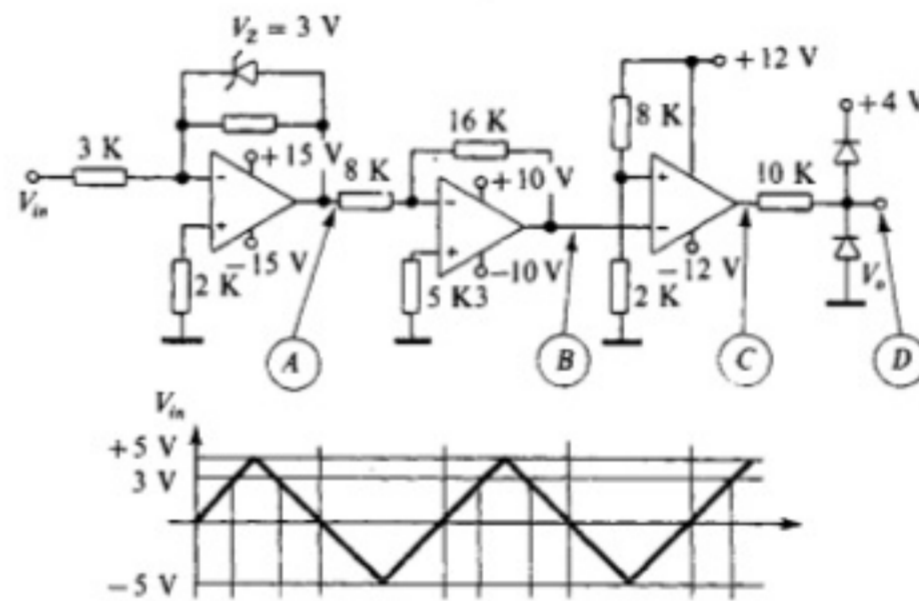


Figura 11.45.

Solución:

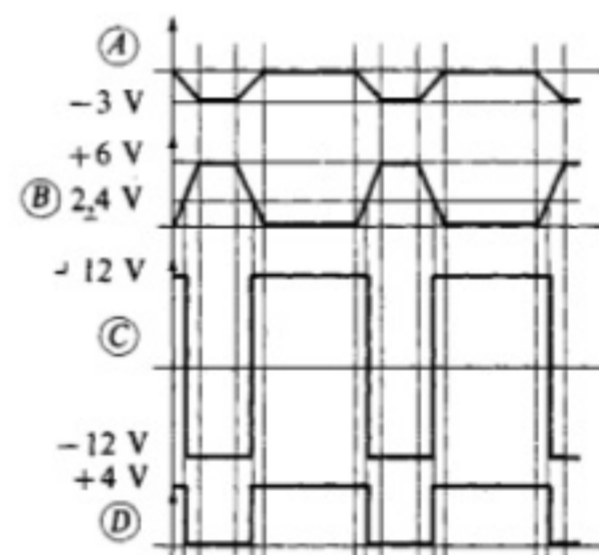


Figura 11.46. Resultado al Problema 11.35.

# CAPITULO 12

## Generadores de señal

### 12.1. OSCILADORES SENOIDALES

Los osciladores senoidales son dispositivos electrónicos constituidos básicamente por un amplificador realimentado, en el cual parte de la señal de salida se aplica a la entrada de tal manera que el desfase existente entre ambas sea nulo.

El elemento amplificador puede ser un transistor (bipolar o de efecto de campo) o un amplificador operacional.

Para que un amplificador realimentado pueda oscilar, es necesario que, en la expresión  $A' = A/(1 + AB)$ , el producto  $AB = -1$ . Esta condición es conocida como *criterio de Barkhausen*.

### 12.2. TIPOS DE OSCILADORES SENOIDALES

En la Figura 12.1 se muestra un *oscilador RC* denominado también oscilador de *cambio de fase*, cuyo elemento activo lo constituye un FET. La red de realimentación está formada por tres células idénticas formadas, cada una de ellas, por una resistencia y un condensador.

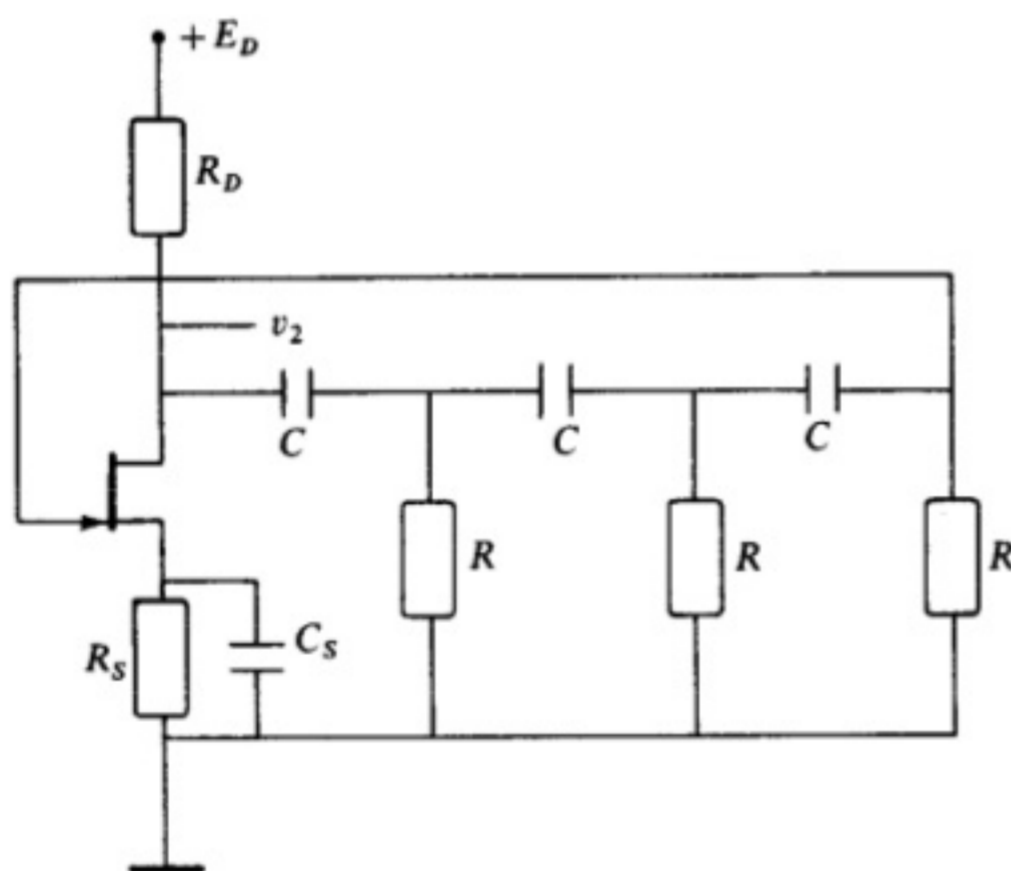


Figura 12.1.  
Oscilador RC.

El elemento activo de este dispositivo puede ser también un transistor bipolar o un amplificador operacional.

La frecuencia de oscilación se obtiene mediante la expresión:

$$f = \frac{1}{2\pi R_C \sqrt{6}}$$

En la Figura 12.2 se muestra un *oscilador de puente de Wien*, cuya frecuencia de resonancia es:

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

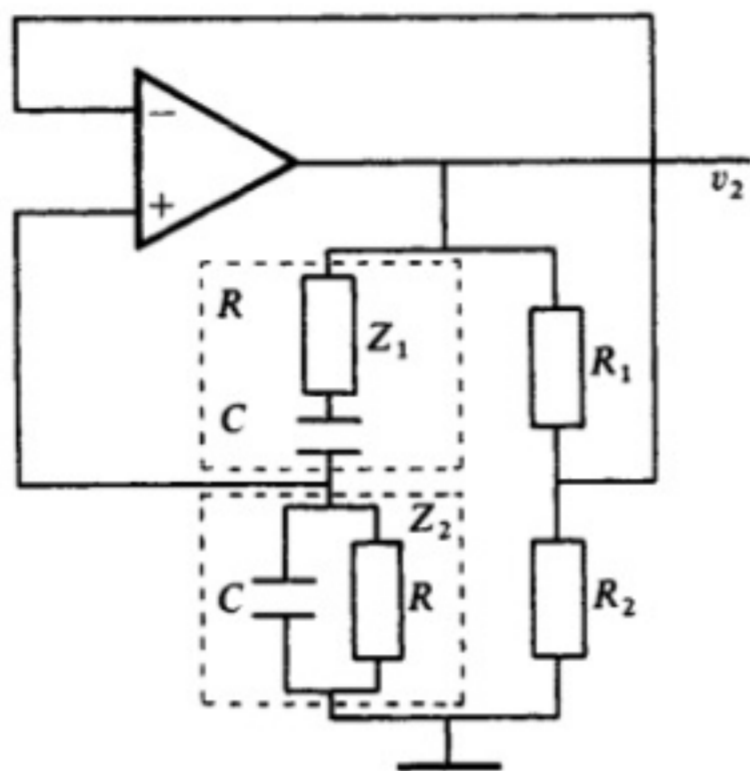


Figura 12.2. Oscilador de puente de Wien.

En las Figuras 12.3 y 12.4 se muestra la configuración de dos osciladores del tipo *LC*, conocidos como *Colpitts* y *Hartley*, respectivamente. La frecuencia de oscilación viene dada por la expresión:

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

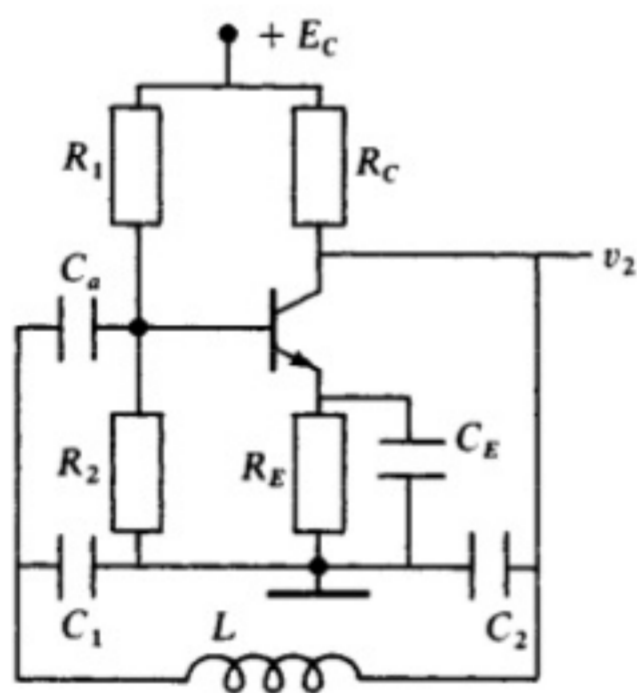


Figura 12.3. Oscilador Colpitts.

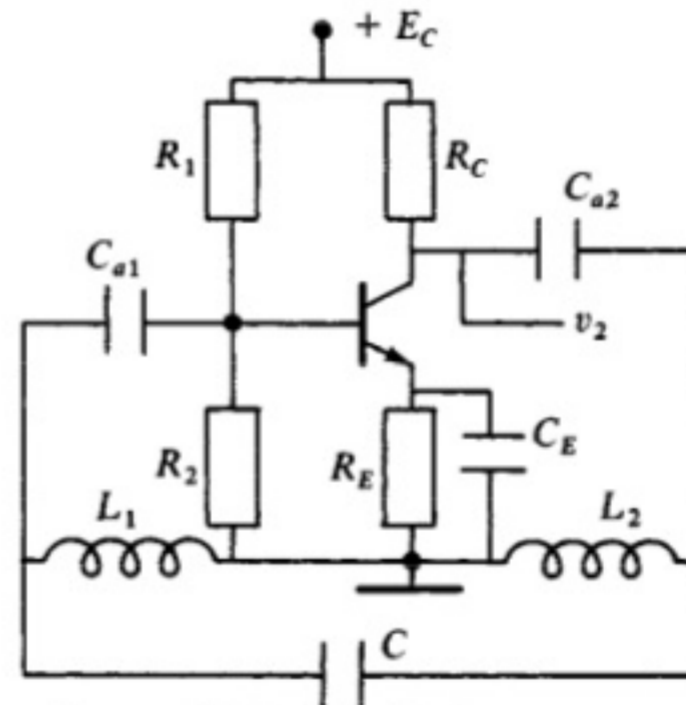


Figura 12.4. Oscilador Hartley.

En el caso del oscilador Colpitts,  $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ , y en el caso del oscilador Hartley,  $L = L_1 + L_2$ .

Cuando se desea una gran estabilidad en la frecuencia de oscilación, se emplea un *crystal de cuarzo* como circuito resonante de un oscilador. En la Figura 12.5 se muestra el circuito equivalente de un cristal de cuarzo, y en la Figura 12.6 un *oscilador Miller* con un FET que utiliza un elemento de estas características como parte de la red de realimentación.

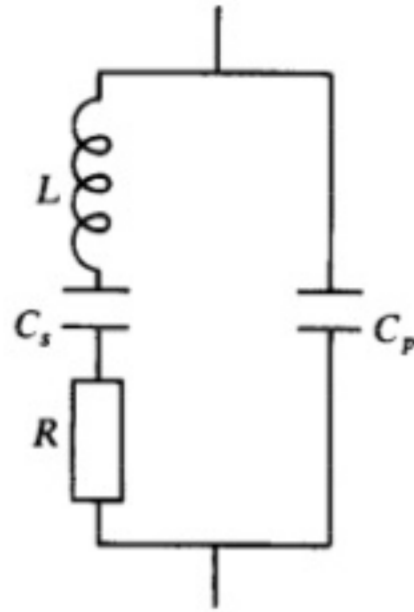


Figura 12.5. Circuito equivalente de un cristal de cuarzo.

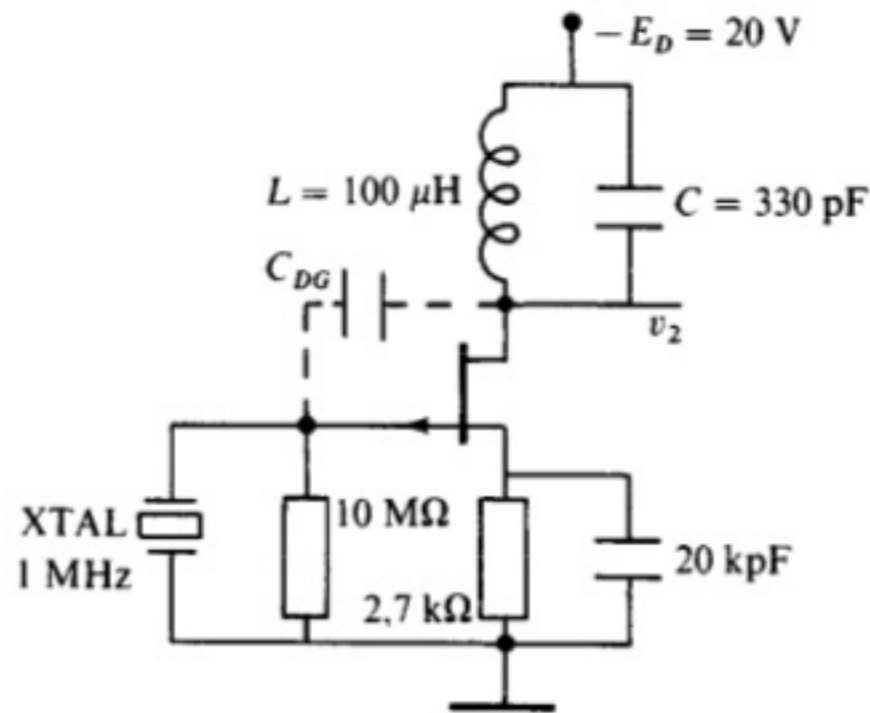


Figura 12.6. Oscilador Miller.

### 12.3. MULTIVIBRADOR ASTABLE

En la Figura 12.7 se muestra un *multivibrador astable* formado por dos transistores, capaz de generar señales cuadradas y complementarias, entre cada uno de los colectores y tierra.

El período  $T$  de la señal depende de los valores de  $R_B$  y de  $C$ . Si  $R_{B_1} = R_{B_2}$  y  $C_1 = C_2$ :

$$T = 2R_B C \ln 2$$

Si se desea una señal asimétrica, como la que se muestra en la Figura 12.8, será necesario construir un circuito con una red  $R_{B_1} C$  diferente de la  $R_{B_2} C_2$ . En este caso:

$$T_1 = R_{B_1} C_1 \ln 2 \quad ; \quad T_2 = R_{B_2} C_2 \ln 2$$

El circuito de la Figura 12.9 es un astable construido con un *amplificador operacional*. La señal de salida es simétrica y el valor de un período completo es:

$$T = 2RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

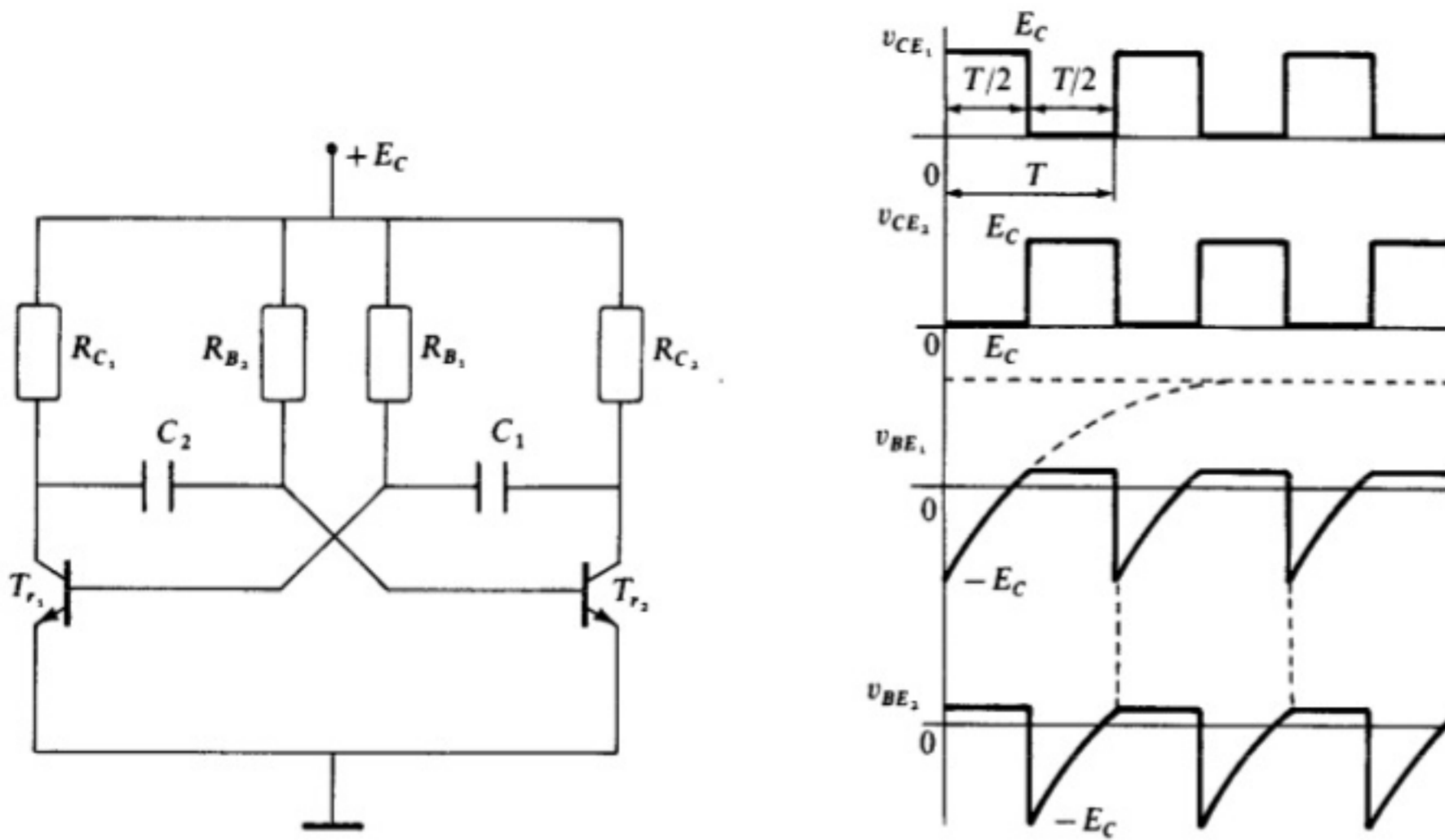


Figura 12.7. Multivibrador astable.

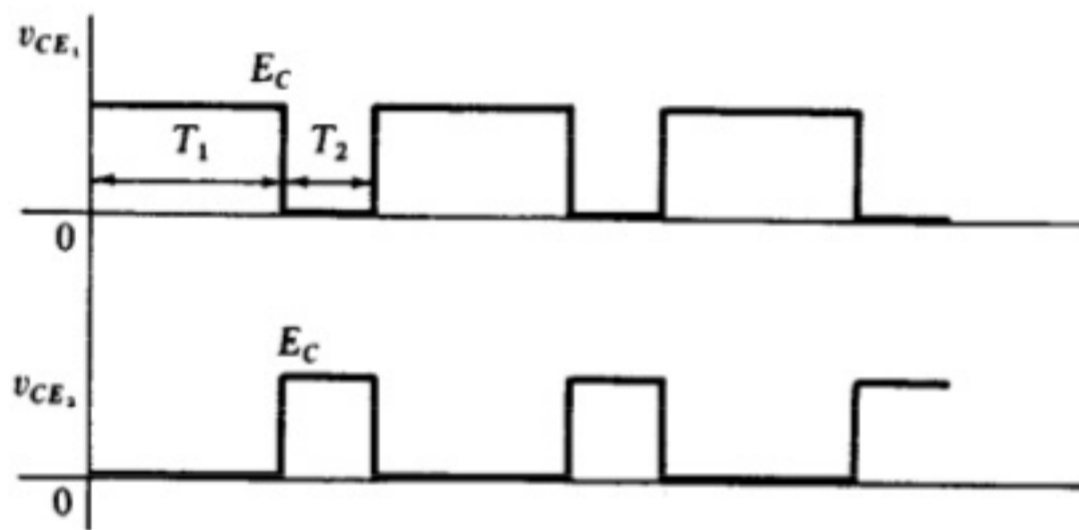


Figura 12.8. Señal asimétrica generada por un astable.

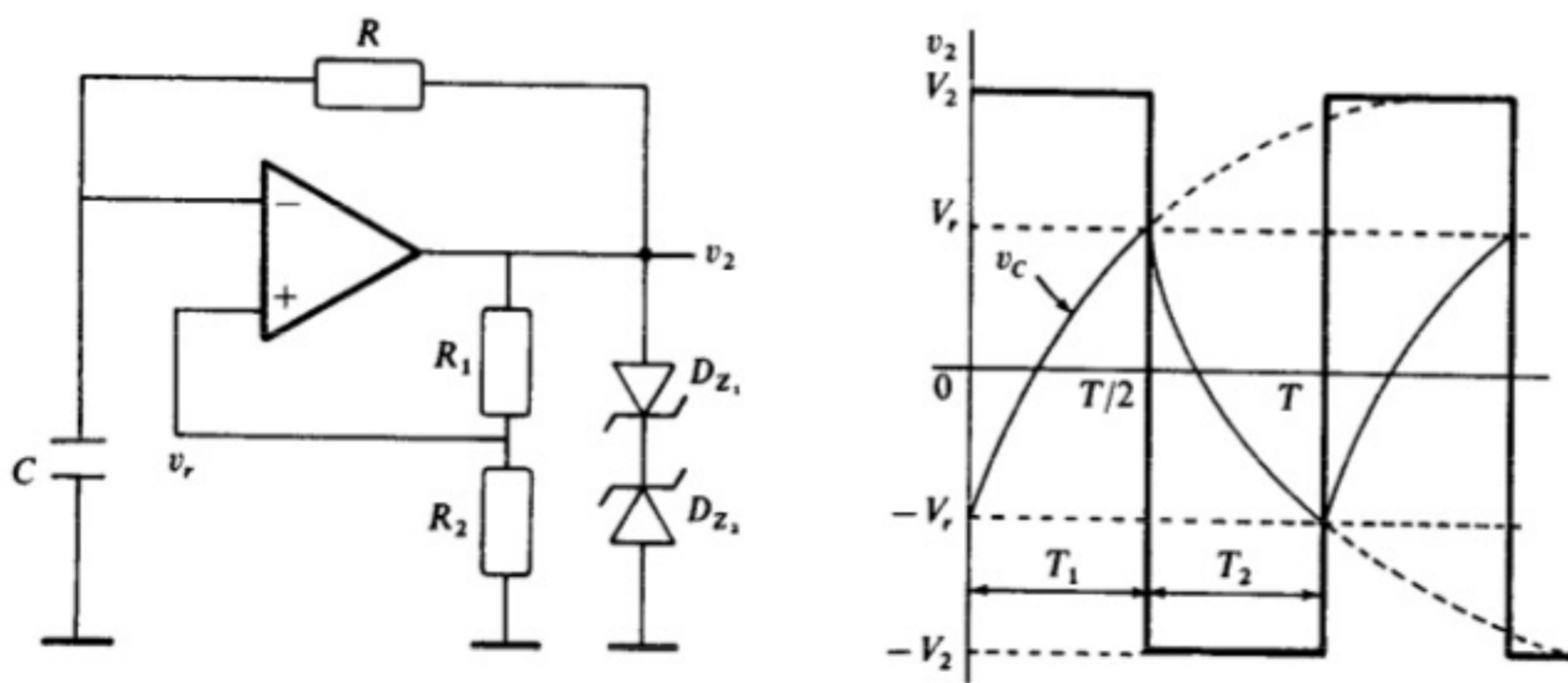
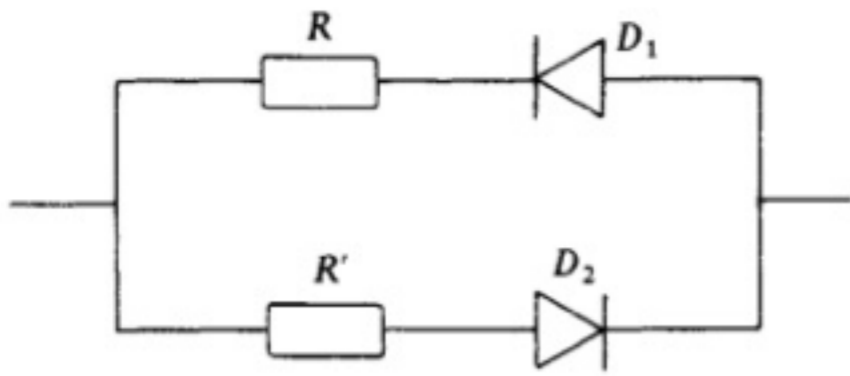


Figura 12.9. Circuito astable con amplificador operacional.

Para obtener una señal asimétrica es necesario sustituir la resistencia  $R$  del circuito por la red de la Figura 12.10. En este caso:

$$T_1 = RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) ; \quad T_2 = R'C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$



**Figura 12.10.**  
Red de un astable con AO para generar una señal asimétrica.

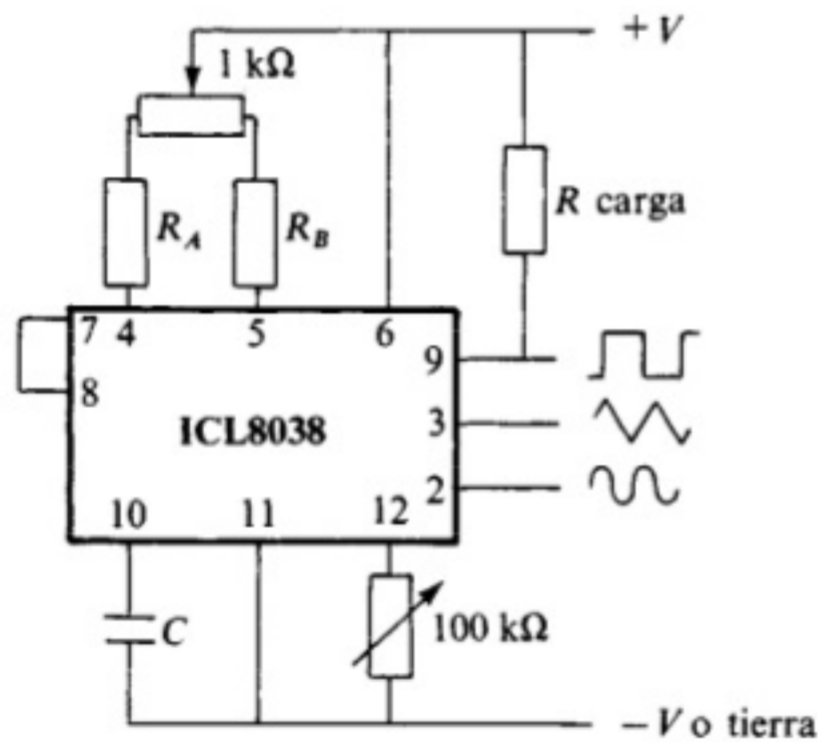
### 12.4. GENERADORES DE SEÑAL INTEGRADOS

Existe un gran número de osciladores integrados en una sola pastilla. Aquí haremos referencia exclusivamente al ICL8038, fabricado por INTELSIL, por ser uno de los que más posibilidades ofrece.

Las características más notables de este circuito son las siguientes:

- Señales de salida senoidal, cuadrada y triangular, simultáneamente.
- Distorsión del 1 por 100 (salida senoidal) y del 0,1 por 100 (salida triangular).
- Margen de frecuencias comprendido entre 0,001 Hz y 300 kHz.
- Tensión de salida comprendida entre 5 y 28 V.
- Gran estabilidad frente a las variaciones de temperatura.
- Fácil utilización.
- Posibilidad de variación de la simetría del ciclo (2 a 98 por 100).

Mediante las resistencias  $R_A$  y  $R_B$ , conectadas a las entradas 4 y 5, respectivamente, puede variarse la simetría de las señales generadas. Son varios los sistemas que se pueden utilizar, pero el más recomendable es el indicado en la Figura 12.11.



**Figura 12.11.**  
Conexión de  $R_A$  y  $R_B$  para modificar la simetría del ciclo a la salida del ICL 8038.

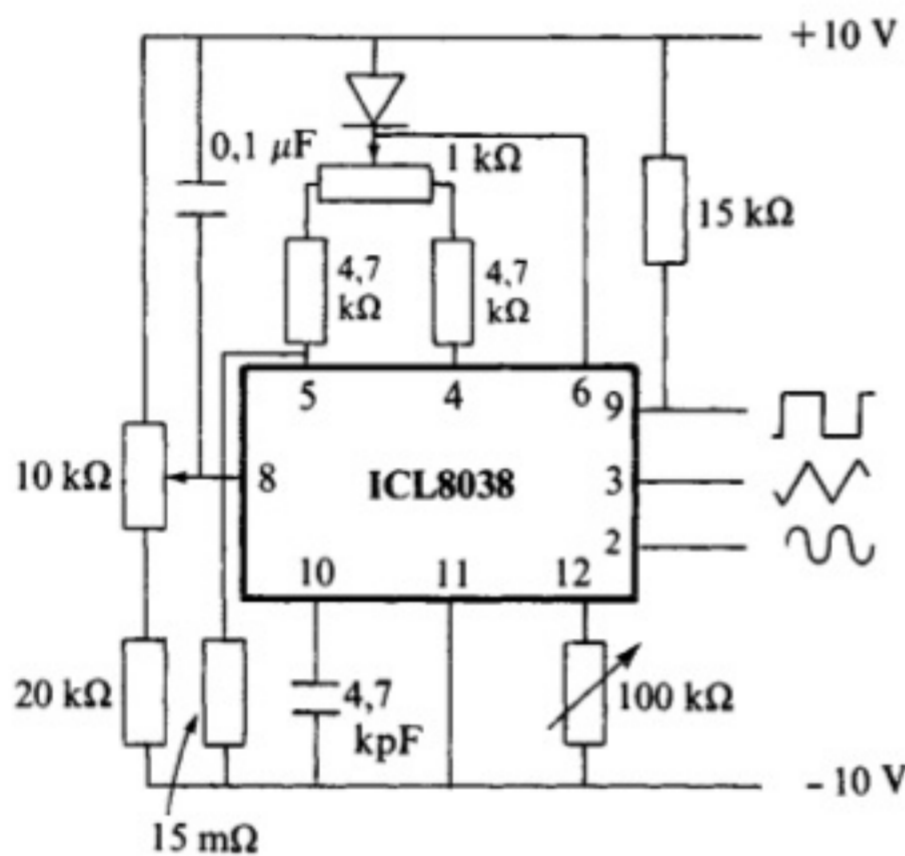
Con una resistencia de 82 kΩ conectada entre los terminales 11 y 12 se obtiene la menor distorsión posible en la onda senoidal, y con un potenciómetro de 100 kΩ puede ajustarse el valor para optimizar la fidelidad.

La frecuencia de oscilación de la señal de salida depende de los valores de las resistencias  $R_A$  y  $R_B$  y del condensador  $C$ :

$$f = \frac{1}{\frac{5}{3} R_A C \left( 1 + \frac{R_B}{2R_A - R_B} \right)}$$

Si los terminales 7 y 8 se cortocircuitan, la frecuencia de salida será fija, pero si se desea que aquélla sea variable, será necesario hacer variar la tensión aplicada al terminal 8, ya que la frecuencia es función directa de la tensión continua aplicada a dicho terminal.

En la Figura 12.12 se muestra un *circuito práctico*, indicado por el fabricante, denominado *oscilador variable de audio*, que es capaz de proporcionar una señal de salida de frecuencia variable comprendida entre 20 Hz y 20 kHz.



**Figura 12.12.**  
Oscilador de audio con variación de frecuencias comprendidas entre 20 Hz y 20 KHz.

### 12.5. TEMPORIZADORES

La temporización, en general, consiste en retardar a la conexión, a la desconexión o en ambos casos la acción de un dispositivo. En la Figura 12.13 se muestra un sencillo temporizador, cuyos elementos básicos son un transistor y un diodo zener. La duración del tiempo de retardo viene dada por la expresión:

$$T = RC \ln \frac{V_E}{V_E - (V_Z + V_{BE})}$$



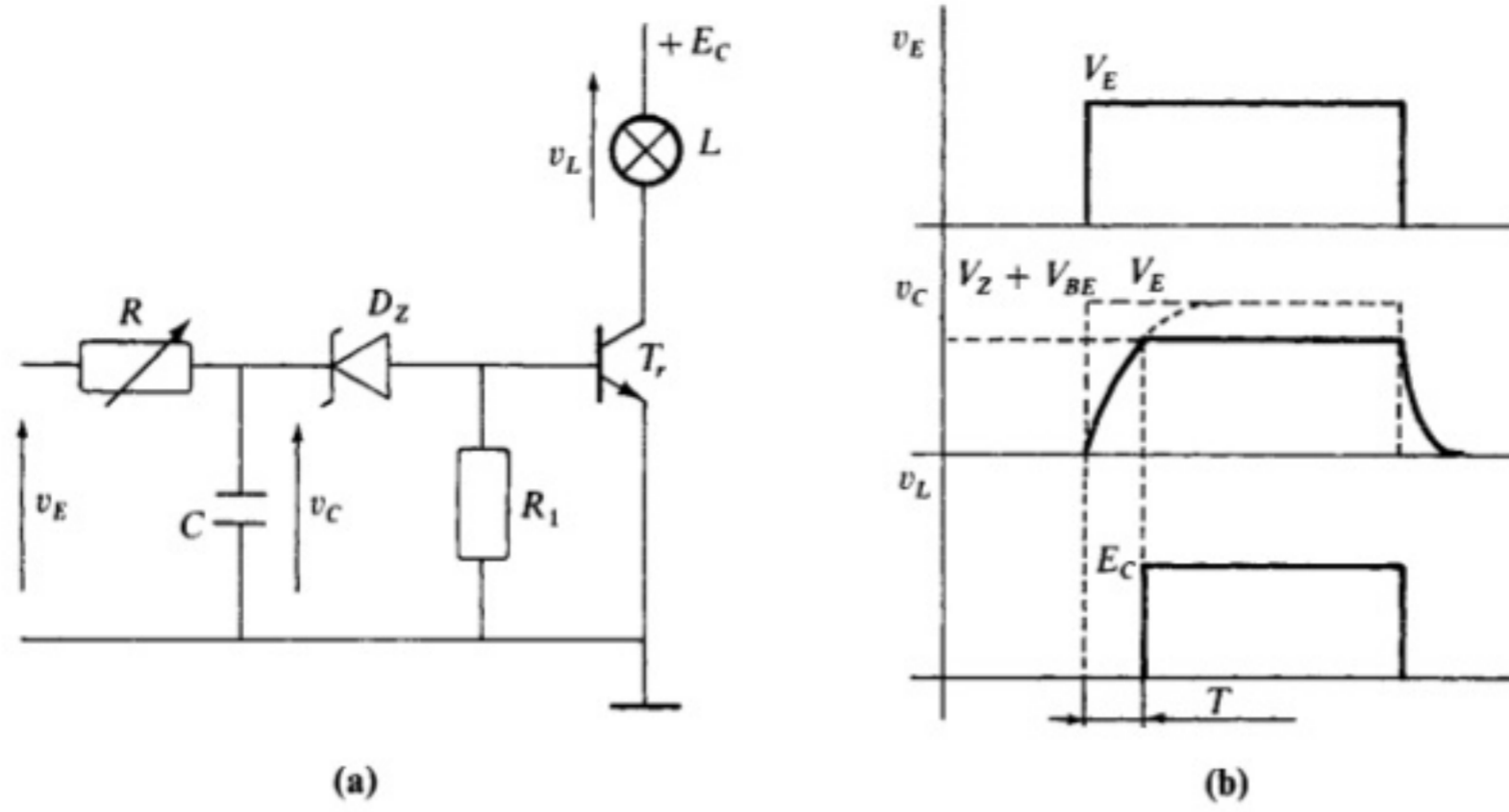


Figura 12.13. Temporizador con transistor.

El circuito de la Figura 12.14 es un *multivibrador monoestable* clásico que genera un impulso cuya duración vale

$$T = R_{B_1} C \ln 2 = 0,69 R_{B_1} C$$

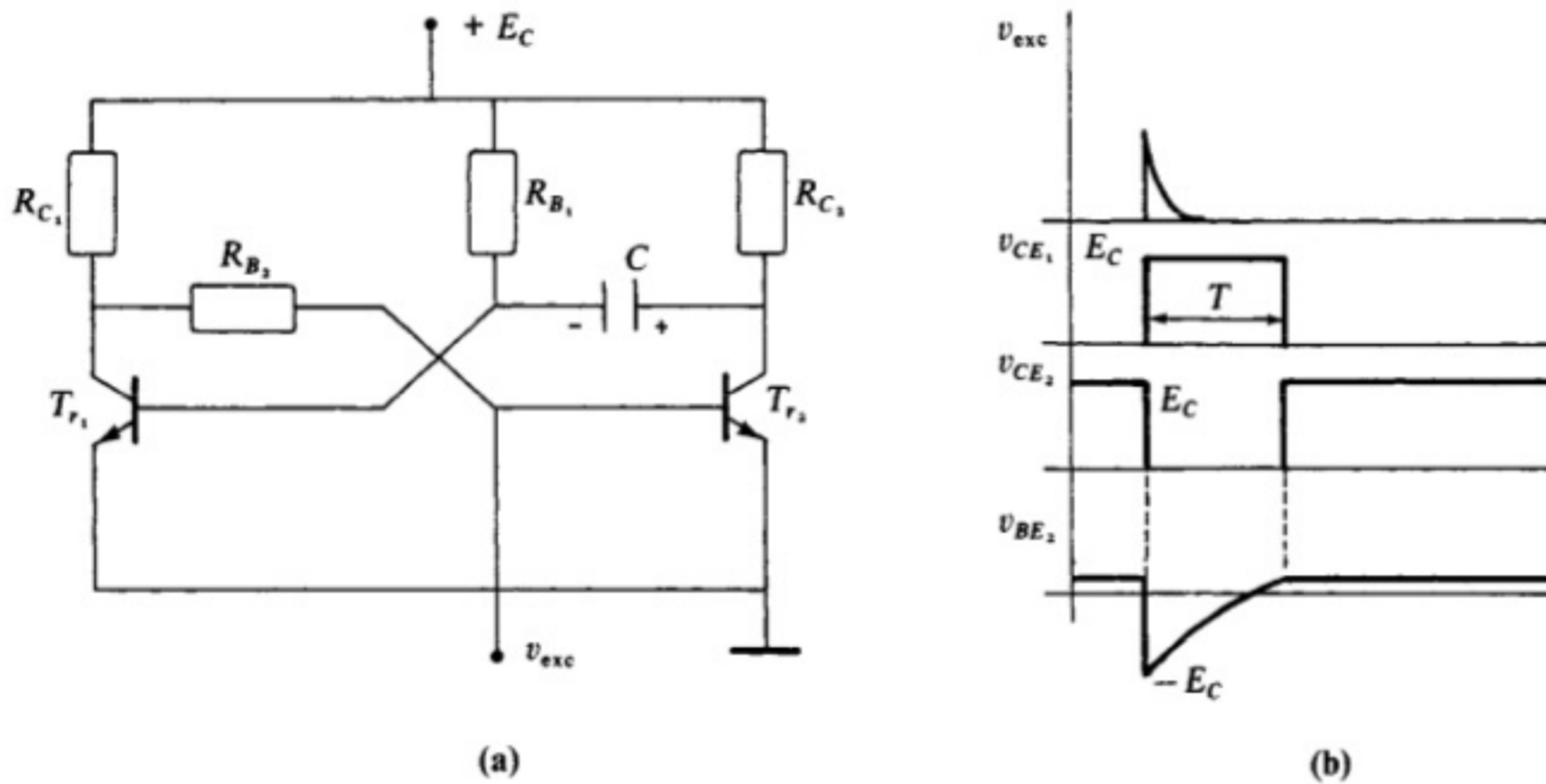


Figura 12.14. Multivibrador monoestable.

Un circuito análogo al de la Figura 12.13 es el de la Figura 12.15, formado básicamente por un amplificador operacional. El tiempo de retardo o período de la temporización vale

$$T = RC \ln \frac{V_E}{V_E - V_{R_2}} \quad \text{donde} \quad V_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

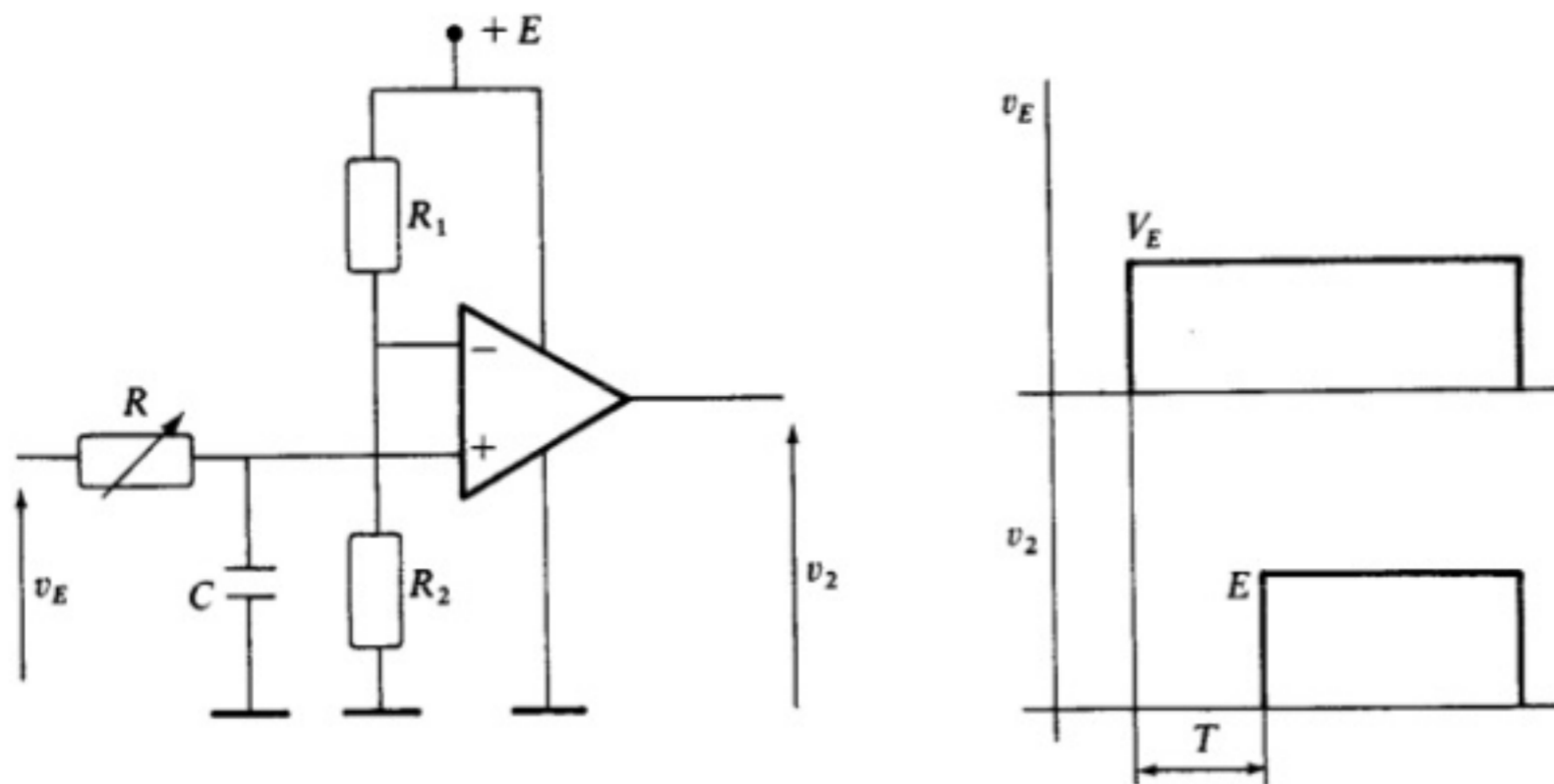


Figura 12.15. Temporizador con amplificador operacional.

### 12.6. TEMPORIZADOR ANALOGICO INTEGRADO 555

El dispositivo 555 es un circuito integrado muy estable que *temporiza* con una gran precisión y que, además, puede funcionar como *oscilador*. Las características más notables de este circuito son

- Temporización desde microsegundos hasta horas.
- Dos modalidades de funcionamiento: monoestable y astable.
- Relación del ciclo variable (funcionando como oscilador).
- Estabilidad frente a las variaciones de temperatura: 0,005 por 100/°C.

En la Figura 12.16 aparece el 555 funcionando como monoestable. El período  $T$  se puede obtener mediante la expresión

$$T = 1,1R_A C$$

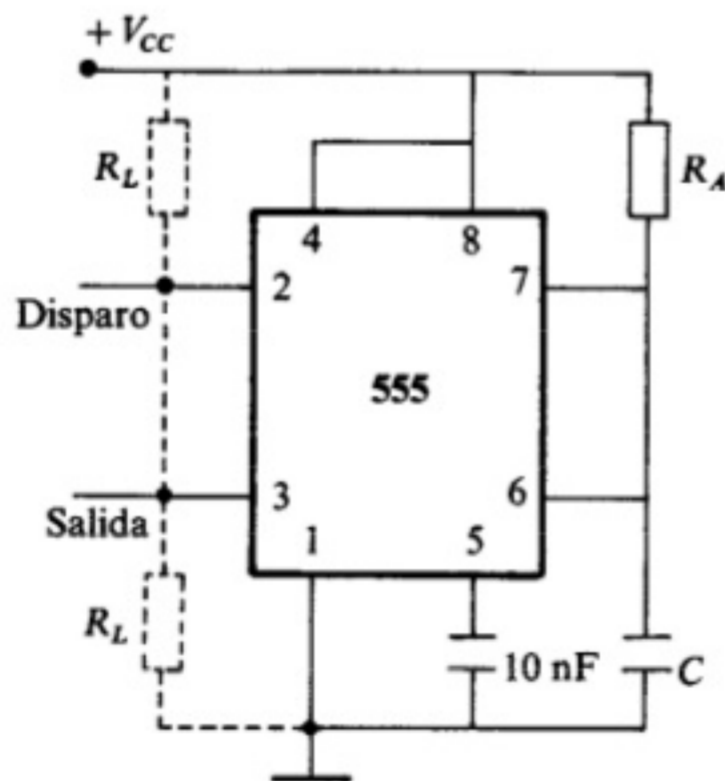


Figura 12.16. Circuito monoestable.

En la Figura 12.17 se muestra la conexión necesaria para que el 555 funcione como astable.

- El tiempo durante el cual la salida está a nivel alto (tiempo de carga de  $C$ ) viene dado por:

$$T_1 = 0,693(R_A + R_B)C$$

- El tiempo durante el cual la salida está a nivel bajo (tiempo de descarga de  $C$ ) será

$$T_2 = 0,693R_B C$$

- El tiempo total o *período* será

$$T = T_1 + T_2 = 0,693(R_A + 2R_B)C$$

- La *frecuencia de oscilación* será

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1,44}{(R_A + 2R_B)C}$$

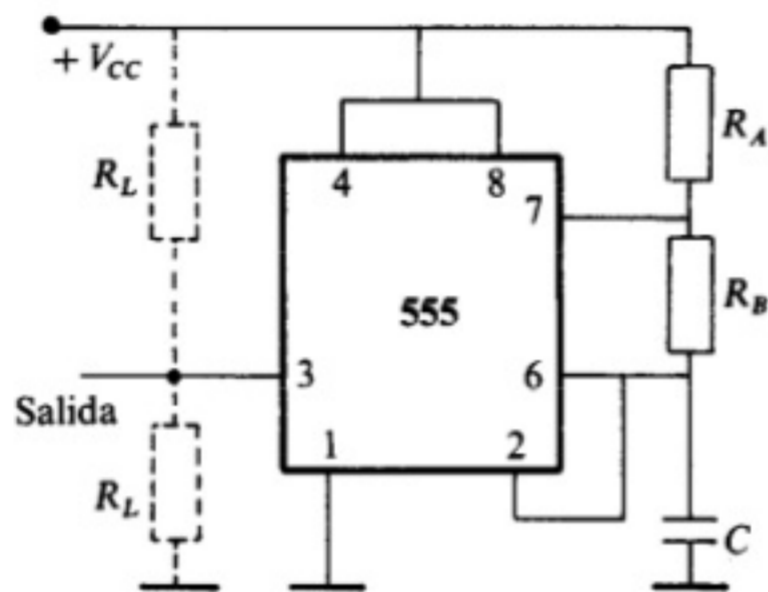


Figura 12.17. Circuito astable.

## 12.7. TEMPORIZADORES CON CONTADORES

Los contadores son dispositivos digitales (no incluidos en el presente texto), capaces de representar en un determinado *código* el número de impulsos que se aplican a su entrada de *reloj*. Los contadores son divisores de frecuencia, esto es, dividen la frecuencia de la señal aplicada a su entrada por una cantidad que depende del número de etapas que constituyen el dispositivo. Esta es la propiedad que hace de los contadores elementos fundamentales de circuitos temporizadores de larga duración.

En la Figura 12.18 se muestra el esquema básico de un temporizador de estas características, formado por un oscilador y un contador. El circuito es capaz de temporizar durante un tiempo igual a  $2^4 T_1$ , siendo  $T_1$  el correspondiente a un semiperíodo de la señal del oscilador. Si el contador fuera de 8 salidas, el tiempo máximo sería 256 veces superior a  $T_1$ . Los contadores pueden conectarse en cascada, con lo cual el período puede hacerse tan largo como se quiera.

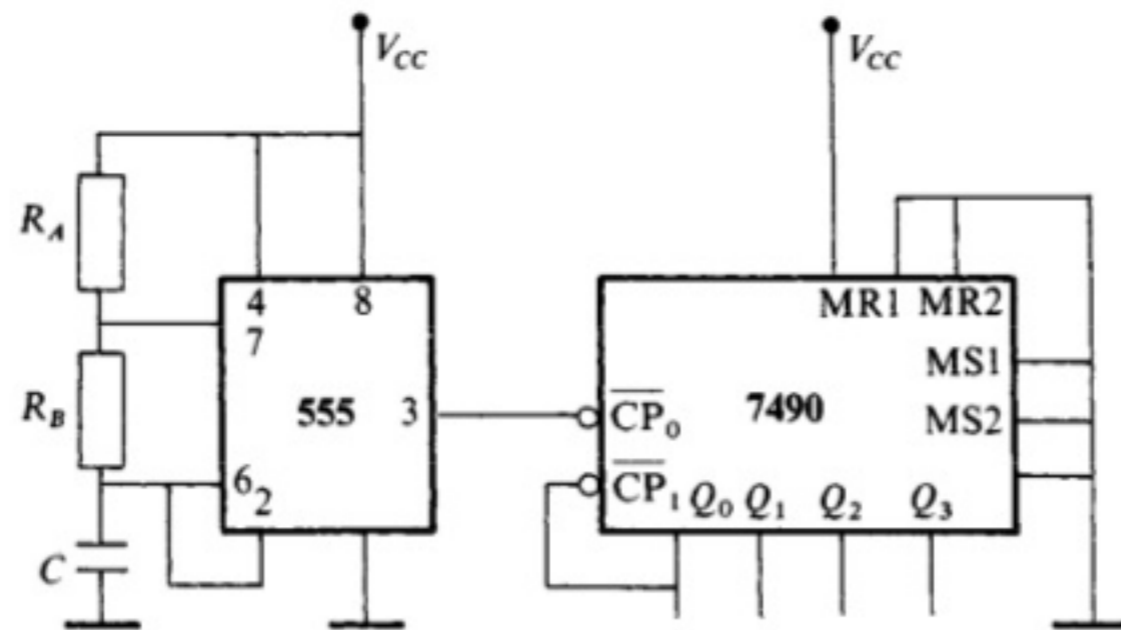


Figura 12.18. Temporizador construido con un oscilador y un contador.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 12.1. Calcular la frecuencia teórica de oscilación de un oscilador  $RC$  como el de la Figura 12.1, en el cual los valores de las resistencias y de los condensadores de la red de realimentación son  $10\text{ k}\Omega$  y  $220\text{ pF}$ , respectivamente.

**Solución:** Expresando la resistencia en ohmios y la capacidad en faradios, la frecuencia de oscilación será

$$f = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{6}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 220 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{6}} = 29\,534\text{ Hz}$$

- 12.2. La frecuencia a la que oscila un circuito como el de la Figura 12.2 (oscilador de puente de Wien) es de  $15\text{ kHz}$ . Hallar el valor de las resistencias  $R$  de las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$ , suponiendo que el valor de la capacidad de los condensadores es de  $4,7\text{ nF}$ .

**Solución:** De la expresión  $f = 1/2\pi RC$ , despejamos  $R$  y obtenemos

$$R = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9}} = 2\,260\ \Omega$$

- 12.3. ¿Cuál será la frecuencia de oscilación de un circuito Colpitts como el de la Figura 12.3, si los valores de los elementos pasivos de la red de realimentación son:  $C_1 = 47\text{ pF}$ ,  $C_2 = 220\text{ pF}$  y  $L = 150\ \mu\text{H}$ ?

**Solución:** La capacidad equivalente de  $C_1$  y  $C_2$  será

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{47 \cdot 220}{47 + 220} = 38,7\text{ pF}$$

La frecuencia de oscilación será

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{38,7 \cdot 10^{-12} \cdot 150 \cdot 10^{-6}}} = 2\,088\,908 \text{ Hz} \approx 2 \text{ MHz}$$

- 12.4.** El valor de la autoinducción  $L_1$  de un oscilador Hartley como el de la Figura 12.4 es de  $200 \mu\text{H}$ , y la capacidad del condensador  $C$  vale  $150 \text{ nF}$ . ¿Cuál será el valor de  $L_2$  para que el circuito oscile a una frecuencia de  $23\,725 \text{ Hz}$ ?

**Solución:** Despejando  $L_2$  de la expresión  $f = 1/2\pi\sqrt{C(L_1 + L_2)}$  tendremos:

$$L_2 = \frac{1}{(2\pi f)^2 C} - L_1 = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot 23\,725)^2 \cdot 150 \cdot 10^{-9}} - 200 \cdot 10^{-6} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ H} = 100 \mu\text{H}$$

- 12.5.** ¿Cuáles serán los valores de las frecuencias de resonancia serie y paralelo del circuito equivalente de un cristal de cuarzo (Fig. 12.5), siendo los valores de los elementos que componen dicho circuito:  $L = 5 \text{ H}$ ,  $C_s = 0,83 \text{ pF}$ ,  $R = 30 \text{ k}\Omega$  y  $C_p = 53 \text{ pF}$ ?

**Solución:** En primer lugar, la frecuencia de resonancia serie será

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_s}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{5 \cdot 0,83 \cdot 10^{-12}}} = 78\,127 \text{ Hz}$$

La capacidad equivalente del circuito resonante paralelo vale

$$C = \frac{C_s C_p}{C_s + C_p} = \frac{0,83 \cdot 53}{0,83 + 53} = 0,817 \text{ pF}$$

La frecuencia de resonancia paralelo será

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{5 \cdot 0,817 \cdot 10^{-12}}} = 78\,736 \text{ Hz}$$

- 12.6.** Los valores de las resistencias de colector y base de un circuito astable como el de la Figura 12.7 son  $10 \text{ k}\Omega$  y  $100 \text{ k}\Omega$ , respectivamente. Calcular las corrientes por el colector y por la base de los transistores cuando están en estado de conducción. Comprobar que los transistores están saturados suponiendo que  $h_{FE_1(\text{min})} = h_{FE_2(\text{min})} = 40$ . La tensión de alimentación del circuito  $E_C$  vale  $20 \text{ V}$ .

**Solución:** Suponiendo que  $V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$ , las corrientes de colector serán

$$I_{C_1} = I_{C_2} = \frac{E_C - V_{CE(\text{sat})}}{R_C} = \frac{20 - 0,2}{10} = 1,98 \text{ mA}$$

Las corrientes por las bases, si consideramos  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ , serán

$$I_{B_1} = I_{B_2} = \frac{E_C - V_{BE}}{R_B} = \frac{20 - 0,7}{100} = 0,193 \text{ mA}$$

Para que los transistores estén saturados, cuando se encuentran en estado de conducción, ha de cumplirse la condición  $h_{FE(\min)} I_B > I_C$ :

$$h_{FE(\min)} I_B = 40 \cdot 0,193 = 7,72 \text{ mA} > 1,98 \text{ mA} = I_C$$

Otra manera de determinar si un transistor está saturado, más sencilla aunque menos precisa, consiste en comprobar si se cumple la desigualdad  $R_B < h_{FE(\min)} R_C$ :

$$R_B = 100 \text{ k}\Omega < 40 \cdot 10 \text{ k}\Omega = 400 \text{ k}\Omega = h_{FE(\min)} R_C$$

- 12.7.** Suponiendo que los condensadores del astable del problema anterior tienen una capacidad de  $22 \mu\text{F}$ , hallar la duración de un ciclo completo de la señal generada por el circuito.

**Solución:** Como en este caso el circuito astable es simétrico, la señal generada también lo será y el periodo valdrá

$$T = 2R_B C \ln 2 = 2 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-6} \cdot 0,69 = 3 \text{ s}$$

- 12.8.** Calcular los valores de las resistencias de base y las capacidades del circuito astable de la Figura 12.7, suponiendo que las resistencias de colector valen  $R_{C_1} = R_{C_2} = 500 \Omega$  y que la tensión del generador de cc que alimenta al circuito es de 10 V. La ganancia mínima de corriente en continua  $h_{FE(\min)}$  de los transistores valen 40. La duración del periodo ha de ser de 0,5 s.

**Solución:** En primer lugar realizaremos el cálculo de  $R_{B_1}$ ,  $R_{B_2}$ ,  $C_1$  y  $C_2$  de una manera precisa y posteriormente efectuaremos un cálculo aproximado.

Cuando los transistores están saturados, suponiendo que  $V_{CE(\text{sat})} = 0,2 \text{ V}$ :

$$I_C = \frac{E_C - V_{CE(\text{sat})}}{R_C} = \frac{10 - 0,2}{500} = 0,0196 \text{ A} = 19,6 \text{ mA}$$

La corriente de base mínima será

$$I_{B(\min)} = \frac{I_C}{h_{FE(\min)}} = \frac{19,6}{40} = 0,5 \text{ mA}$$

Para esta corriente de base, las resistencias  $R_B$ , suponiendo que  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ , valdrán

$$R_{B_1} = R_{B_2} = \frac{E_C - V_{BE}}{I_{B(\min)}} = \frac{10 - 0,7}{0,5 \text{ mA}} = 18,6 \text{ k}\Omega$$

Este valor es teórico; será necesario buscar el valor inferior más próximo que sea normal. En este caso si elegimos una resistencia cuya tolerancia sea del 5%:

$$R_{B_1} = R_{B_2} = 18 \text{ k}\Omega$$

De la ecuación  $T = 2R_B C \ln 2$  podemos despejar la capacidad:

$$C = C_1 = C_2 = \frac{T}{2R_B \ln 2} = \frac{0,5}{2 \cdot 18 \cdot 10^3 \cdot 0,69} = 2,01 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 20 \mu\text{F}$$

$R_{B_1}$  y  $R_{B_2}$  se pueden calcular más rápidamente mediante un cálculo aproximado:

$$R_{B_1} = R_{B_2} \approx R_C \cdot h_{FE(\min)} = 0,5 \text{ k}\Omega \cdot 40 = 20 \text{ k}\Omega$$

- 12.9. ¿Cuál será la duración del período  $T$  de la señal generada por el circuito astable de la Figura 12.19, cuando la tensión del generador  $E_C$  sea de 14 V? Repetir el cálculo para un valor de  $E_C = 7 \text{ V}$ .

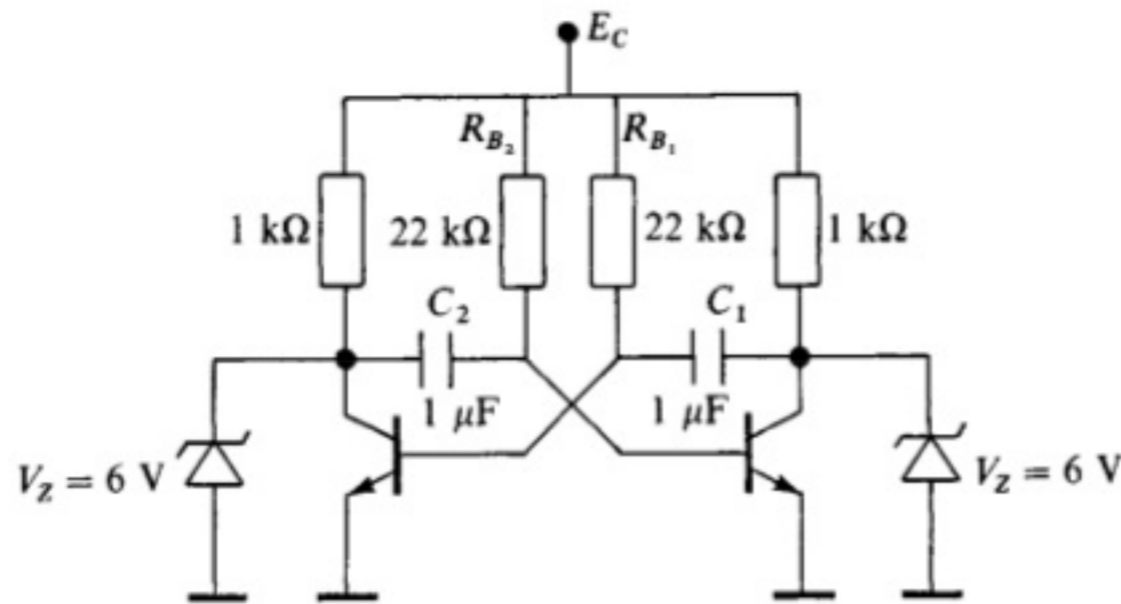


Figura 12.19.

**Solución:** La expresión del período en este caso es:

$$T = R_B C \ln \frac{E_C + V_Z}{E_C}$$

- Para  $E_C = 14 \text{ V}$ :  $T = 22 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \ln \frac{14 + 6}{14} = 7,84 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 7,84 \text{ ms}$ .
- Para  $E_C = 7 \text{ V}$ :  $T = 22 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \ln \frac{7 + 6}{7} = 13,6 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 13,6 \text{ ms}$ .

Como se puede observar, el período de la señal generada por el circuito varía con la tensión de alimentación  $E_C$ .

- 12.10. Diseñar un generador mediante transistores *pnp* que proporcione una señal simétrica de 12 V y frecuencia igual a 2 kHz.

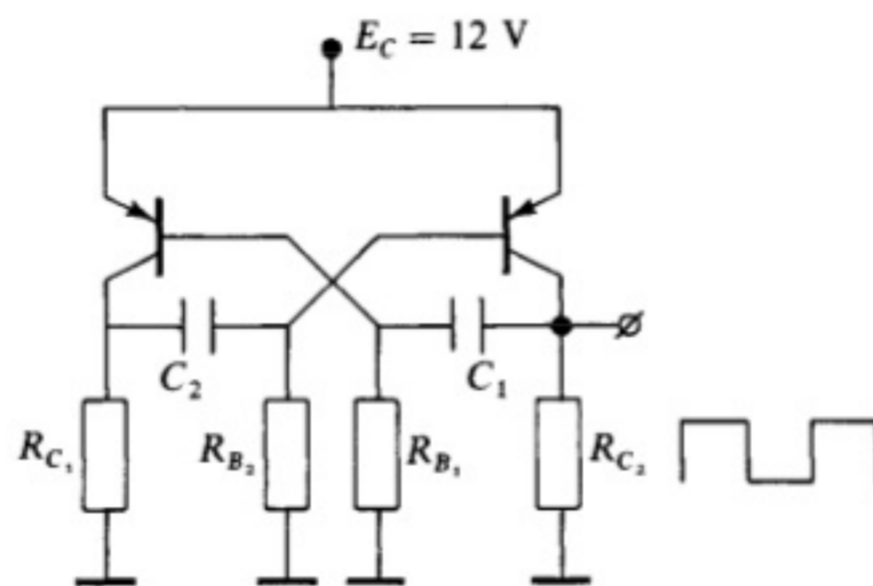


Figura 12.20.

**Solución:** La fem del generador  $E_C$  ha de ser de 12 V. Si la frecuencia deseada es de 2 kHz, el período  $T$  será

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ ms}$$

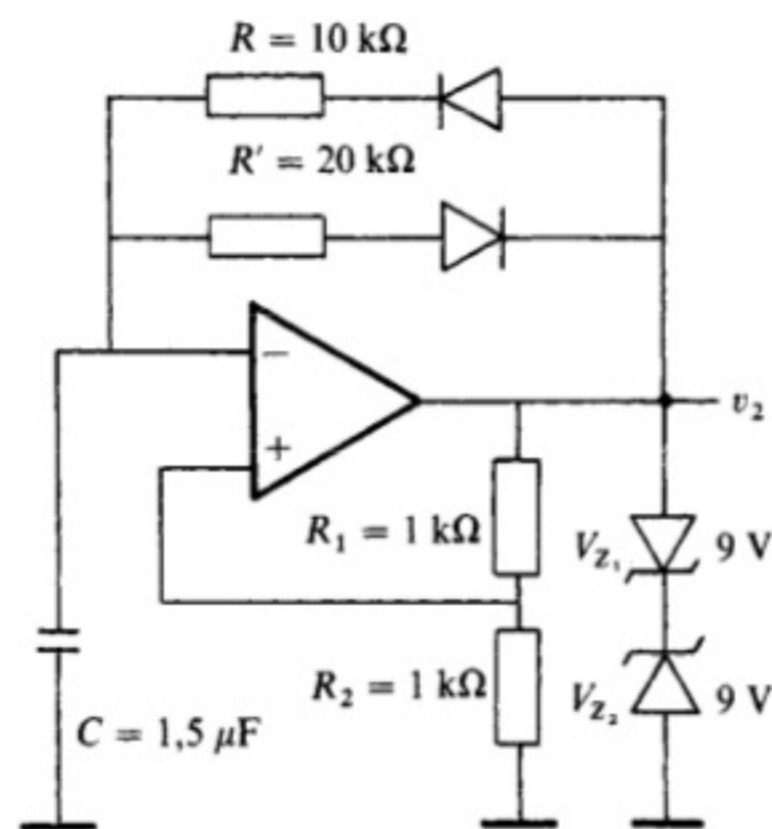
Suponiendo que  $C_1 = C_2 = 47 \text{ nF}$ , las resistencias de base serán

$$R_B = \frac{T}{C \ln 2} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{47 \cdot 10^{-9} \cdot 0,69} = 15\,417 \, \Omega \approx 15 \text{ k}\Omega$$

Si  $h_{FE_1(\min)} = h_{FE_2(\min)} = 50$ , las resistencias de colector valdrán

$$R_C \approx \frac{R_B}{h_{FE(\min)}} = \frac{15\,000}{50} = 300 \, \Omega \approx 330 \, \Omega$$

**12.11.** Calcular los tiempos  $T_1$  y  $T_2$  de la señal de salida del circuito astable de la Figura 12.21.



**Figura 12.21.**

**Solución:** La caída de tensión en la resistencia  $R_2$  será

$$V_r = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_Z = \frac{1}{1 + 1} \cdot 10 = 5 \text{ V}$$

ya que  $|V_2| = V_Z + V_D \approx 9 + 1 = 10 \text{ V}$ .

El tiempo durante el cual la señal es positiva será

$$T_1 = RC \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) = 10 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} \right) = 0,016 \text{ s} = 16 \text{ ms}$$



El tiempo durante el cual la señal es negativa será

$$T_2 = R'C \ln \left( 1 + \frac{2R_1}{R_2} \right) = 20 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot \ln \left( 1 + \frac{2 \cdot 1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} \right) = 0,032 \text{ s} = 32 \text{ ms}$$

- 12.12. Hallar el valor de las resistencias  $R_A$  y  $R_B$  de un generador como el de la Figura 12.11, que utiliza un CI ICL8038, si se desea una señal simétrica de 5 000 c/s de frecuencia. La capacidad del condensador  $C$  es de 10 kpF.

**Solución:** Si se desea una señal simétrica,  $R_A = R_B = R$ ; por tanto,

$$f = \frac{1}{\frac{10}{3} RC}$$

de donde

$$R_A = R_B = R = \frac{1}{\frac{10}{3} Cf} = \frac{1}{\frac{10}{3} \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 5\,000} = 6\,000 \, \Omega = 6 \text{ k}\Omega$$

- 12.13. Calcular la frecuencia de la señal cuadrada proporcionada por un oscilador como el de la Figura 12.11, que utiliza un ICL8038, si  $R_A = 22 \text{ k}\Omega$ ,  $R_B = 15 \text{ k}\Omega$  y  $C = 220 \text{ pF}$ .

**Solución:** La frecuencia de la señal será

$$f = \frac{1}{\frac{5}{3} R_A C \left( 1 + \frac{R_B}{2R_A - R_B} \right)} = \frac{1}{\frac{5}{3} \cdot 22 \cdot 10^3 \cdot 220 \cdot 10^{-12} \left( 1 + \frac{15 \cdot 10^3}{2 \cdot 22 \cdot 10^3 - 15 \cdot 10^3} \right)} = 81\,700 \text{ Hz}$$

- 12.14. En un circuito temporizador como el de la Figura 12.13 se utiliza un transistor *npn* cuya  $h_{FE(\text{min})} = 40$ . La lámpara consume 100 mA cuando se alimenta con 12 V. El valor de  $C$  es de 10  $\mu\text{F}$  y el diodo zener es de 6 V. Hallar el tiempo que tardará el transistor en pasar al estado de saturación desde el momento en que se aplique una señal en escalón de 12 V. Despreciar el valor de la corriente por  $R_1 = 2,2 \text{ k}\Omega$ . Suponer  $V_{BE} = 0,8 \text{ V}$ .

**Solución:** En primer lugar, es necesario hallar el valor de  $R$  para que el transistor se sature cuando entra en conducción.

La corriente de base mínima debe ser:  $I_B = \frac{I_C}{h_{FE(\text{min})}} = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ mA}$ .

El valor máximo de la resistencia será  $R = \frac{V_E - (V_Z + V_{BE})}{I_B} = \frac{12 - 6,8}{2,5} = 2 \text{ k}\Omega$ .

- El tiempo de retardo será

$$T = RC \ln \frac{V_E}{V_E - (V_Z + V_{BE})} = 2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \ln \frac{12}{12 - 6,8} = 0,0167 \text{ s} = 16,7 \text{ ms}$$

- 12.15. ¿Cuál es la duración del impulso que genera el monoestable de la Figura 12.22? Calcular las corrientes de colector y de base cuando los transistores están saturados. Suponer  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$  y  $V_{CE(sat)} = 0,2 \text{ V}$ .

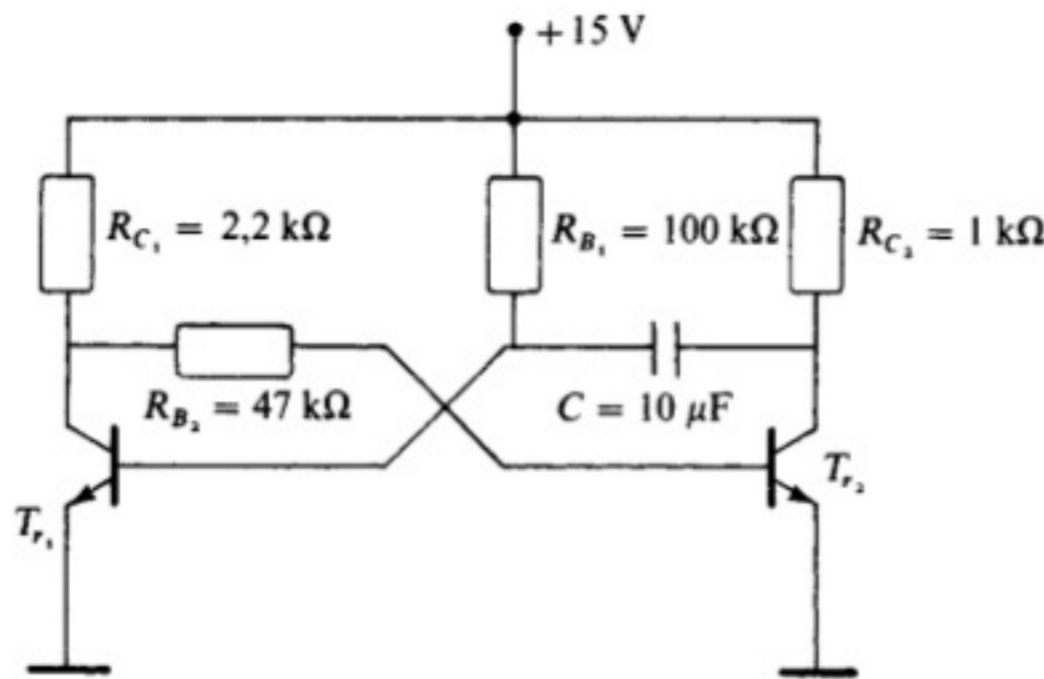


Figura 12.22.

**Solución:** La duración del periodo será

$$T = R_{B_1} C \ln 2 = 100 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,69 = 0,69 \text{ s}$$

Las corrientes por el transistor  $T_{r_1}$  serán

$$I_{C_1} = \frac{15 - 0,2}{2,2 \text{ k}\Omega} = 6,7 \text{ mA} \quad ; \quad I_{B_1} = \frac{15 - 0,7}{100 \text{ k}\Omega} = 0,143 \text{ mA}$$

Las corrientes de colector y de base de  $T_{r_2}$  valen

$$I_{C_2} = \frac{15 - 0,2}{1 \text{ k}\Omega} = 14,8 \text{ mA} \quad ; \quad I_{B_2} = \frac{15 - 0,7}{2,2 \text{ k}\Omega + 47 \text{ k}\Omega} = 0,29 \text{ mA}$$

- 12.16. Construir un monoestable con transistores *npn* cuya  $h_{FE(\text{min})} = 50$ , que genere un impulso de 50 ms y que se alimente mediante una pila de 4,5 V.

**Solución:** La configuración del circuito será como la que se muestra en la Figura 12.14. Si  $T = 50 \text{ ms}$ , el producto  $R_{B_1} C$  será

$$R_{B_1} C = \frac{T \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{\ln 2 \cdot 0,69} = 0,072 \text{ s}$$

Para un valor de  $C = 470 \text{ nF}$ , el valor de  $R_{B_1}$  será

$$R_{B_1} = \frac{0,072}{470 \cdot 10^{-9}} = 153 \, 191 \, \Omega \approx 150 \text{ k}\Omega \quad ; \quad R_{B_2} = R_{B_1}$$

Los valores de las resistencias de colector serán

$$R_{C_1} = R_{C_2} = \frac{R_{B_1}}{h_{FE(\min)}} = \frac{150}{50} = 3 \text{ k}\Omega \approx 3,3 \text{ k}\Omega$$

- 12.17.** Calcular el tiempo de retardo a la salida del circuito de la Figura 12.15, cuando se aplica una señal en escalón de 15 V a la entrada. Los valores de las resistencias y de la capacidad del condensador son:  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 22 \text{ k}\Omega$ ,  $R = 47 \text{ k}\Omega$  y  $C = 220 \text{ nF}$ . El circuito se alimenta con una tensión de 20 V.

**Solución:** La *ddp* en la resistencia  $R_2$  será

$$V_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{22}{10 + 22} \cdot 20 = 13,75 \text{ V}$$

El período de la temporización será

$$T = RC \ln \frac{V_E}{V_E - V_{R_2}} = 47 \cdot 10^3 \cdot 220 \cdot 10^{-9} \ln \frac{15}{15 - 13,75} = 0,0257 \text{ s} = 25,7 \text{ ms}$$

- 12.18.** Hallar la duración de los niveles alto y bajo de la señal generada por un oscilador formado por un circuito 555 como el de la Figura 12.17. Los valores de los elementos externos son:  $R_A = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_B = 47 \text{ k}\Omega$  y  $C = 820 \text{ kpF}$ .

**Solución:** El tiempo durante el cual la salida está a nivel alto será

$$T_1 = 0,693(R_A + R_B)C = 0,693(100 \cdot 10^3 + 47 \cdot 10^3)820 \cdot 10^{-9} = 0,0835 \text{ s} = 83,5 \text{ ms}$$

El tiempo durante el cual la salida está a nivel bajo será

$$T_2 = 0,693R_B C = 0,693 \cdot 47 \cdot 10^3 \cdot 820 \cdot 10^{-9} = 0,0267 \text{ s} = 26,7 \text{ ms}$$

- 12.19.** ¿Cuál será el tiempo máximo de temporización de un circuito como el de la Figura 12.18, si  $R_B = 470 \text{ k}\Omega$  y  $C = 470 \mu\text{F}$ ? ¿Cuál será el valor de  $R_A$ , si se desea una señal simétrica a la salida del dispositivo 555?

**Solución:** En primer lugar, si  $T_1 = T_2$  a la salida del 555:

$$R_A + R_B = R_B$$

por tanto

$$R_A = 0$$

El tiempo  $T_1$  de la señal a la salida del 555 será

$$T_1 = 0,693R_B C = 0,693 \cdot 470 \cdot 10^3 \cdot 470 \cdot 10^{-6} = 153 \text{ s}$$

El tiempo que ha de transcurrir hasta que la salida  $Q_3$  del contador 7490 pase a nivel alto será

$$T_{\text{máx}} = 16T_1 = 16 \cdot 153 = 2448 \text{ s} = 0,68 \text{ horas}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

**12.20.** Hallar el valor de la capacidad de los condensadores de un oscilador RC para que el circuito oscile a 5 kHz, suponiendo que el valor de cada resistencia  $R$  es de 4,7 k $\Omega$ .

**Solución:**  $C = 2,7$  kpF.

**12.21.** ¿Cuál será la frecuencia de oscilación del circuito de la Figura 12.2 (oscilador de puente de Wien) si  $C = 10$  nF y  $R = 2,2$  k $\Omega$ ?

**Solución:**  $f = 7\,234$  Hz.

**12.22.** En un oscilador Colpitts los condensadores del circuito LC valen:  $C_1 = 2,2$  kpF y  $C_2 = 10$  kpF. ¿Cuál ha de ser el valor del coeficiente de autoinducción de la bobina para que el circuito oscile a 1 MHz?

**Solución:**  $L = 14$   $\mu$ H.

**12.23.** ¿A qué frecuencia oscilará un circuito Hartley si  $L_1 = 25$   $\mu$ H,  $L_2 = 2,5$   $\mu$ H y  $C = 1$   $\mu$ F?

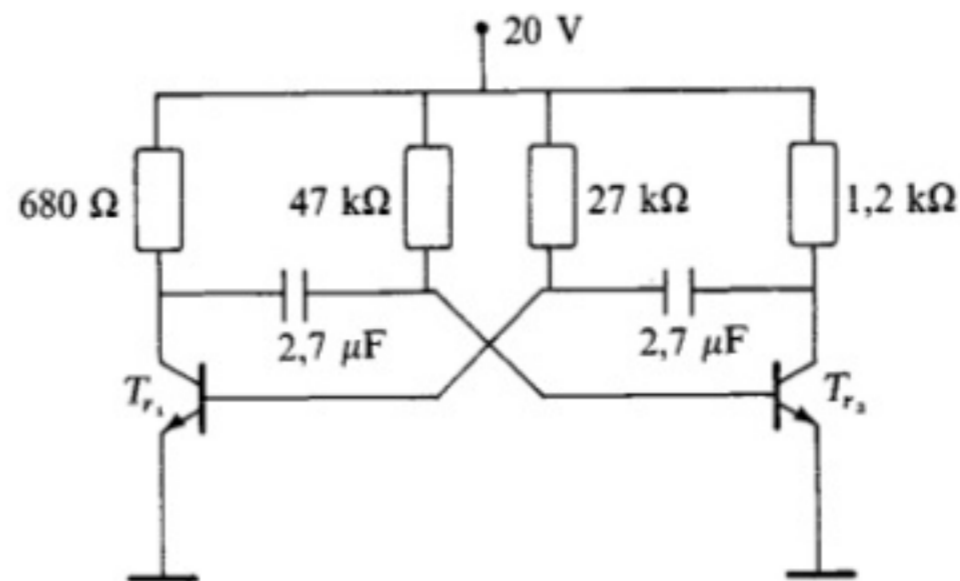
**Solución:**  $f = 30\,350$  Hz.

**12.24.** Calcular las frecuencias de resonancia serie y paralelo de un cristal de cuarzo cuyos parámetros son los siguientes:  $L = 137$  H,  $C_s = 0,0232$  pF,  $R = 15$  k $\Omega$  y  $C_p = 3,5$  pF. Suponer que la capacidad del circuito resonante paralelo es la equivalente de  $C_s$  y  $C_p$  conectadas en serie.

**Solución:**  $f_s = 89\,272$  Hz;  $f_p = 89\,659$  Hz.

**12.25.** Hallar las corrientes de base y colector de los transistores del circuito astable de la Figura 12.23. ¿Cuál será la duración de  $T_1$  y  $T_2$ ?

**Solución:**  $I_{C_1} = 29,11$  mA;  $I_{B_1} = 0,71$  mA;  
 $I_{C_2} = 16,5$  mA;  $I_{B_2} = 0,41$  mA;  
 $T_1 = 88,8$  ms;  $T_2 = 51$  ms.



**Figura 12.23.**

**12.26.** Diseñar el circuito necesario para que un diodo LED, por el cual han de circular 20 mA, funcione intermitentemente de manera que el tiempo que permanezca encendido sea igual que el que permanezca apagado e igual a 0,5 segundos. Para que el diodo LED funcione correctamente es necesario polarizarlo directamente, siendo la caída de tensión  $V_F = 1$  V. El dispositivo será alimentado con una tensión de 4,5 V.

**Solución:** Existen varias soluciones válidas.

**12.27.** Dibujar un circuito equivalente al del ejercicio anterior, pero con dos LED que se iluminen alternativamente con una frecuencia de cuatro ciclos por segundo (4 Hz). Utilizar transistores pnp y una fuente de alimentación de 6 V.

**Solución:** Existen varias soluciones válidas.

**12.28.** Construir un generador de onda alterna cuadrada con un amplificador operacional. Se desea que el valor máximo de la señal  $|V_2| = 16$  V y que el ciclo sea asimétrico de manera que  $T_1 = 10$  ms y  $T_2 = 50$  ms. ¿Cuál ha de ser el mínimo valor de la tensión de alimentación,

suponiendo que el AO es un 741C? (Véanse hojas de características.)

**Solución:**  $\pm 20$  V.

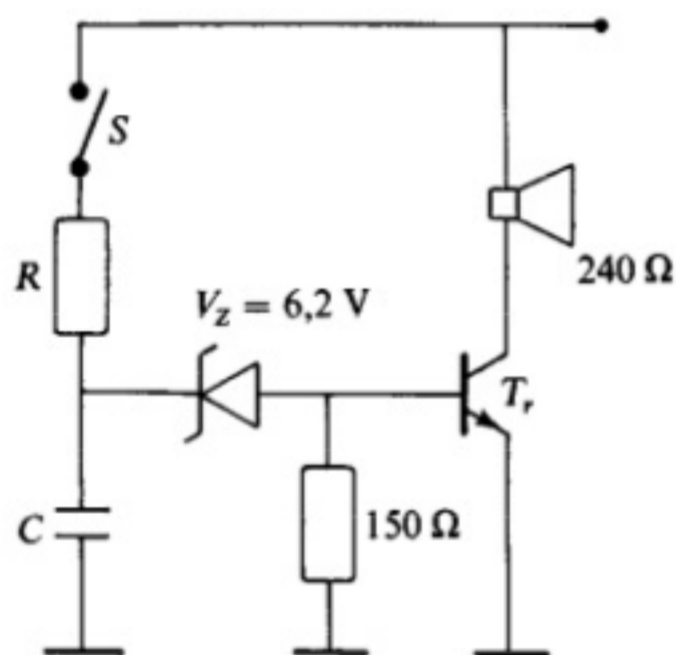
**12.29.** Calcular la frecuencia de la señal de tensión a la salida del oscilador de la Figura 12.12, suponiendo que se cortocircuitan los terminales 7 y 8 del circuito integrado ICL8038.

**Solución:**  $f = 13\,580$  Hz.

**12.30.** ¿Cuál será el valor de la capacidad que habrá que conectar a un ICL8038 para que genere una señal cuya frecuencia sea de 300 kHz? Las resistencias  $R_A$  y  $R_B$  valen  $10\text{ k}\Omega$  y  $15\text{ k}\Omega$  respectivamente.

**Solución:**  $C = 50$  pF.

**12.31.** Calcular los valores de  $R$  y  $C$  del circuito de la Figura 12.24 para que desde que se cierre el interruptor  $S$  hasta que comience a sonar la bocina transcurran cinco segundos. La ganancia de corriente en continua mínima del transistor  $T_r$  es de 50 y la caída de tensión base-emisor  $V_{BE} = 0,8$  V.

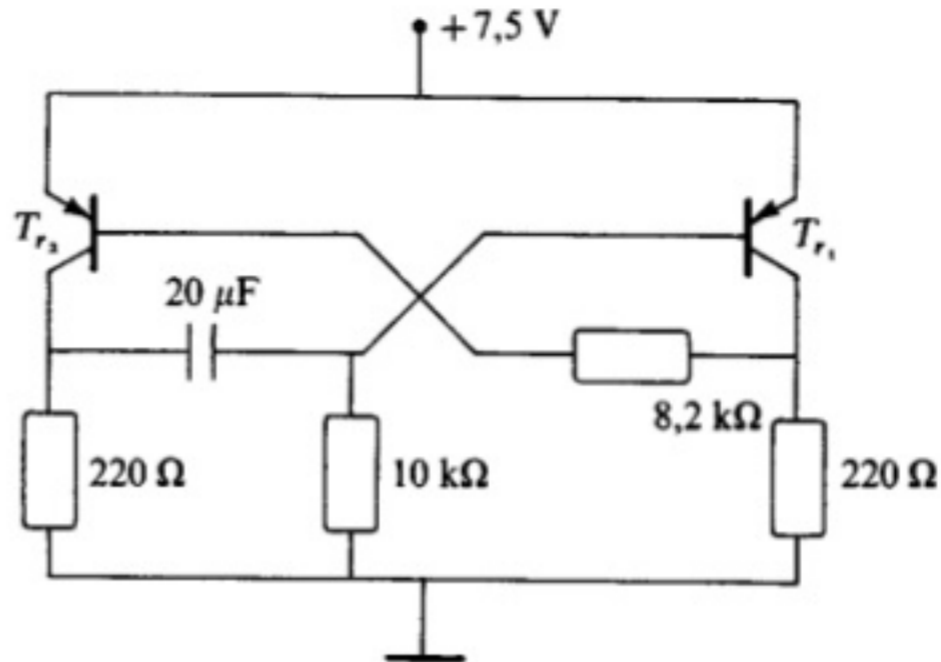


**Figura 12.24.**

**Solución:**  $RC = 9,2$  s;  $R = 5\text{ k}\Omega$ ;  $C = 1\,800\ \mu\text{F}$ .

**12.32.** Construir un temporizador con transistores, que retarde a la desconexión.

**12.33.** ¿Cuáles son las corrientes de base y colector del circuito monoestable de la Figura 12.25? Calcular la duración del impulso en el colector de  $T_{r2}$  cuando se aplica una señal de excitación en su base. Dibujar las formas de onda en los colectores y en las bases de los transistores.



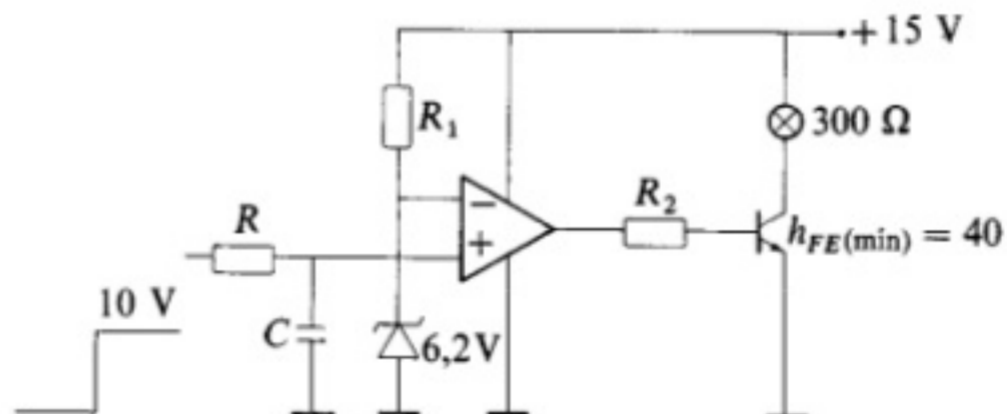
**Figura 12.25.**

**Solución:**  $I_{C1} = I_{C2} = 33$  mA;  
 $I_{B1} = 0,8$  mA;  $I_{B2} = 0,68$  mA;  
 $T = 14$  ms.

**12.34.** Diseñar un circuito temporizador con un monoestable que genere un impulso cuya duración sea de un segundo. La  $h_{FE(\text{min})}$  de los transistores vale 60 y la tensión de alimentación  $E_C = 20$  V.

**Solución:** Existen varias soluciones válidas.

**12.35.** Mediante el circuito temporizador de la Figura 12.26 se desea obtener un retar-



**Figura 12.26.**

do de cinco segundos desde que se aplica la señal de entrada hasta que se ilumina la lámpara. Calcular los valores de  $R$  y  $C$ , así como el de la resistencia  $R_1$ , suponiendo que la corriente por el diodo zener es de 10 mA. Calcular también el valor de  $R_2$  si la  $h_{FE(min)}$  del transistor vale 40 y la caída interna en el amplificador operacional cuando la tensión de alimentación  $E = 15$  V es de 3 V.

**Solución:**  $RC = 5,16$  s;  $R_1 = 800$   $\Omega$ ;  
 $R_2 \approx 9,2$  k $\Omega$ .

**12.36.** Dibujar el circuito de un monoestable con un temporizador analógico 555

y calcular la duración del período si  $R_A = 100$  k $\Omega$  y  $C = 200$  kpF.

**Solución:**  $T = 22$  ms.

**12.37.** Construir un oscilador con un 555 que genere una señal asimétrica tal que  $T_1 = 50$  s y  $T_2 = 20$  s. Calcular  $R_A$  y  $R_B$ , suponiendo que  $C = 200$   $\mu$ F y dibujar el circuito.

**Solución:**  $R_A \approx 215$  k $\Omega$ ;  $R_B \approx 144$  k $\Omega$ .

**12.38.** Auxiliados por el circuito de la Figura 12.18, diseñar un temporizador de doce horas. Calcular los valores de  $R_A$  y  $R_B$ , suponiendo que la señal a la salida del 555 es simétrica y que  $C = 2\,000$   $\mu$ F.

**Solución:**  $R_B \approx 2$  M $\Omega$ ;  $R_A = 0$ .

# **APENDICE:**

## **Características del regulador LM78XX**







## LM78XX Series Voltage Regulators

### General Description

The LM78XX series of three terminal regulators is available with several fixed output voltages making them useful in a wide range of applications. One of these is local on card regulation, eliminating the distribution problems associated with single point regulation. The voltages available allow these regulators to be used in logic systems, instrumentation, HiFi, and other solid state electronic equipment. Although designed primarily as fixed voltage regulators these devices can be used with external components to obtain adjustable voltages and currents.

The LM78XX series is available in an aluminum TO-3 package which will allow over 1.0A load current if adequate heat sinking is provided. Current limiting is included to limit the peak output current to a safe value. Safe area protection for the output transistor is provided to limit internal power dissipation. If internal power dissipation becomes too high for the heat sinking provided, the thermal shutdown circuit takes over preventing the IC from overheating.

Considerable effort was expended to make the LM78XX series of regulators easy to use and minimize the number

of external components. It is not necessary to bypass the output, although this does improve transient response. Input bypassing is needed only if the regulator is located far from the filter capacitor of the power supply.

For output voltage other than 5V, 12V and 15V the LM117 series provides an output voltage range from 1.2V to 57V.

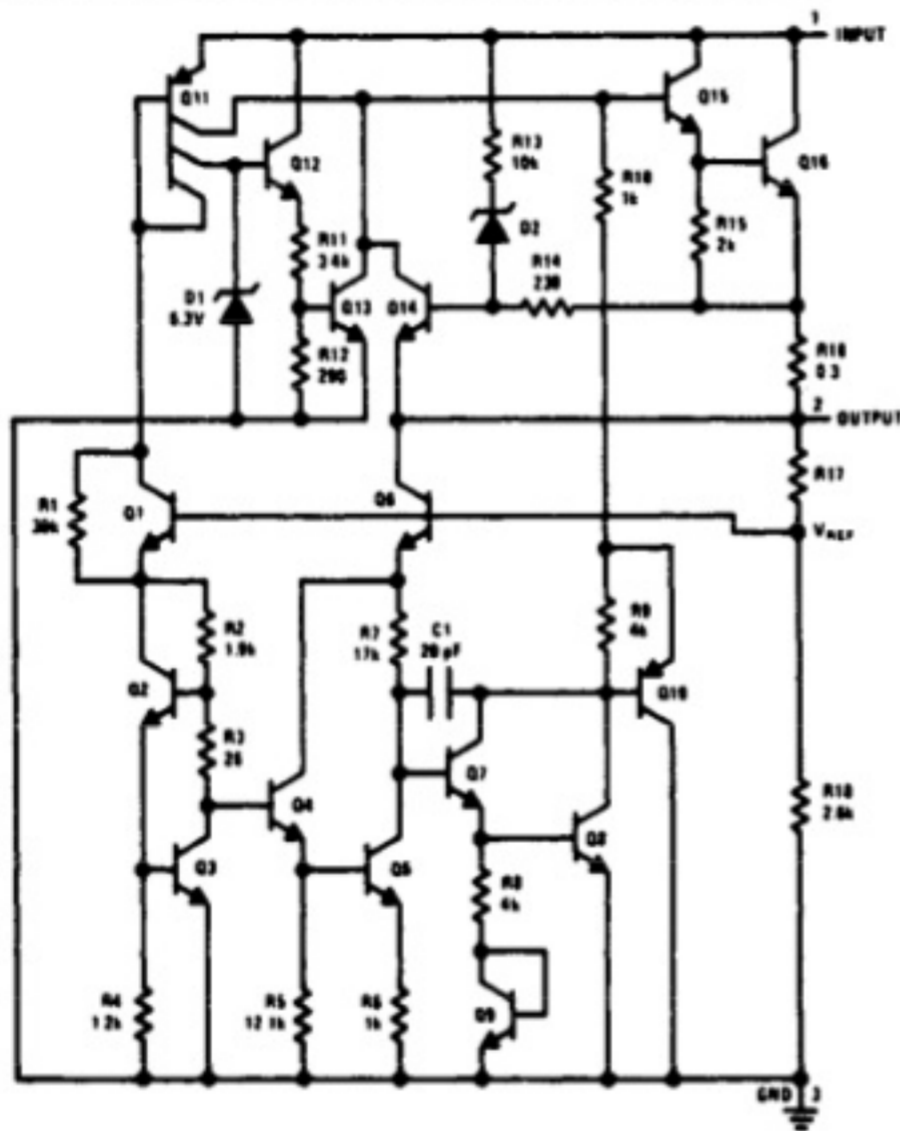
### Features

- Output current in excess of 1A
- Internal thermal overload protection
- No external components required
- Output transistor safe area protection
- Internal short circuit current limit
- Available in the aluminum TO-3 package

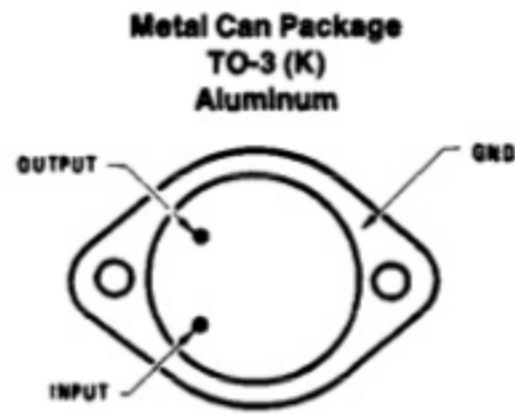
### Voltage Range

LM7805C	5V
LM7812C	12V
LM7815C	15V

### Schematic and Connection Diagrams



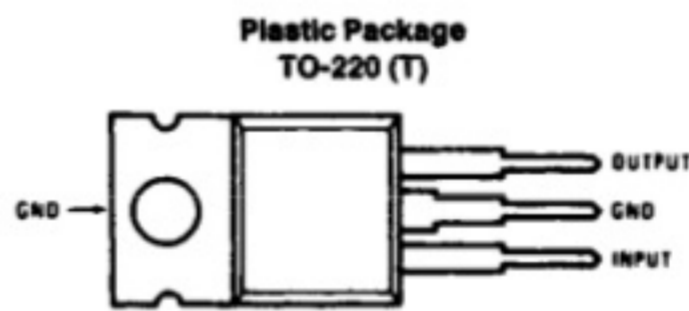
TL/H/7746-1



TL/H/7746-2

Bottom View

Order Number LM7805CK,  
LM7812CK or LM7815CK  
See NS Package Number KC02A



TL/H/7746-3

Top View

Order Number LM7805CT,  
LM7812CT or LM7815CT  
See NS Package Number T03B

### Absolute Maximum Ratings

If Military/Aerospace specified devices are required, contact the National Semiconductor Sales Office/Distributors for availability and specifications.

Input Voltage ( $V_O = 5V, 12V$ and $15V$ )	35V
Internal Power Dissipation (Note 1)	Internally Limited
Operating Temperature Range ( $T_A$ )	$0^\circ\text{C}$ to $+70^\circ\text{C}$

Maximum Junction Temperature	
(K Package)	$150^\circ\text{C}$
(T Package)	$150^\circ\text{C}$
Storage Temperature Range	$-65^\circ\text{C}$ to $+150^\circ\text{C}$
Lead Temperature (Soldering, 10 sec.)	
TO-3 Package K	$300^\circ\text{C}$
TO-220 Package T	$230^\circ\text{C}$

### Electrical Characteristics LM78XXC (Note 2) $0^\circ\text{C} \leq T_j \leq 125^\circ\text{C}$ unless otherwise noted.

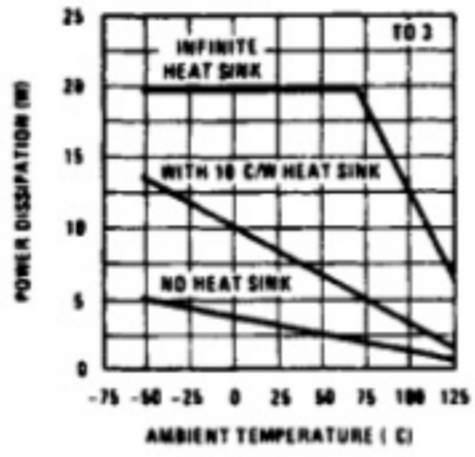
		Output Voltage			5V			12V			15V			Units
		Input Voltage (unless otherwise noted)			10V			19V			23V			
Symbol	Parameter	Conditions			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
$V_O$	Output Voltage	$T_j = 25^\circ\text{C}, 5\text{ mA} \leq I_O \leq 1\text{ A}$			4.8	5	5.2	11.5	12	12.5	14.4	15	15.6	V
		$P_D \leq 15\text{ W}, 5\text{ mA} \leq I_O \leq 1\text{ A}$			4.75		5.25	11.4		12.6	14.25		15.75	V
		$V_{\text{MIN}} \leq V_{\text{IN}} \leq V_{\text{MAX}}$			(7.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 20$ )			(14.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 27$ )			(17.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 30$ )			V
$\Delta V_O$	Line Regulation	$I_O = 500\text{ mA}$	$T_j = 25^\circ\text{C}$			3	50		4	120		4	150	mV
			$\Delta V_{\text{IN}}$			(7 $\leq V_{\text{IN}} \leq 25$ )			(14.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 30$ )			(17.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 30$ )		
		$I_O \leq 1\text{ A}$	$0^\circ\text{C} \leq T_j \leq +125^\circ\text{C}$				50			120			150	mV
			$\Delta V_{\text{IN}}$			(8 $\leq V_{\text{IN}} \leq 20$ )			(15 $\leq V_{\text{IN}} \leq 27$ )			(18.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 30$ )		
		$I_O \leq 1\text{ A}$	$T_j = 25^\circ\text{C}$				50			120			150	mV
			$\Delta V_{\text{IN}}$			(7.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 20$ )			(14.6 $\leq V_{\text{IN}} \leq 27$ )			(17.7 $\leq V_{\text{IN}} \leq 30$ )		
$\Delta V_O$	Load Regulation	$T_j = 25^\circ\text{C}$	$5\text{ mA} \leq I_O \leq 1.5\text{ A}$			10	50		12	120		12	150	mV
			$250\text{ mA} \leq I_O \leq 750\text{ mA}$				25			60			75	mV
		$5\text{ mA} \leq I_O \leq 1\text{ A}, 0^\circ\text{C} \leq T_j \leq +125^\circ\text{C}$				50			120			150	mV	
$I_O$	Quiescent Current	$I_O \leq 1\text{ A}$	$T_j = 25^\circ\text{C}$				8			8			8	mA
			$0^\circ\text{C} \leq T_j \leq +125^\circ\text{C}$				8.5			8.5			8.5	mA
$\Delta I_O$	Quiescent Current Change	$5\text{ mA} \leq I_O \leq 1\text{ A}$				0.5			0.5			0.5	mA	
		$T_j = 25^\circ\text{C}, I_O \leq 1\text{ A}$				1.0			1.0			1.0	mA	
		$V_{\text{MIN}} \leq V_{\text{IN}} \leq V_{\text{MAX}}$			(7.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 20$ )			(14.8 $\leq V_{\text{IN}} \leq 27$ )			(17.9 $\leq V_{\text{IN}} \leq 30$ )			V
		$I_O \leq 500\text{ mA}, 0^\circ\text{C} \leq T_j \leq +125^\circ\text{C}$				1.0			1.0			1.0	mA	
$V_N$	Output Noise Voltage	$T_A = 25^\circ\text{C}, 10\text{ Hz} \leq f \leq 100\text{ kHz}$			40			75			90		$\mu\text{V}$	
		$\frac{\Delta V_{\text{IN}}}{\Delta V_{\text{OUT}}}$	Ripple Rejection	$I_O \leq 1\text{ A}, T_j = 25^\circ\text{C}$ or $I_O \leq 500\text{ mA}$			62	80		55	72		54	70
$f = 120\text{ Hz}$				62			55			54		dB		
$0^\circ\text{C} \leq T_j \leq +125^\circ\text{C}$				(8 $\leq V_{\text{IN}} \leq 18$ )			(15 $\leq V_{\text{IN}} \leq 25$ )			(18.5 $\leq V_{\text{IN}} \leq 28.5$ )			V	
$R_O$	Dropout Voltage	$T_j = 25^\circ\text{C}, I_{\text{OUT}} = 1\text{ A}$			2.0			2.0			2.0		V	
	Output Resistance	$f = 1\text{ kHz}$			8			18			19		$\text{m}\Omega$	
	Short-Circuit Current	$T_j = 25^\circ\text{C}$			2.1			1.5			1.2		A	
	Peak Output Current	$T_j = 25^\circ\text{C}$			2.4			2.4			2.4		A	
	Average TC of $V_{\text{OUT}}$	$0^\circ\text{C} \leq T_j \leq +125^\circ\text{C}, I_O = 5\text{ mA}$			0.6			1.5			1.8		$\text{mV}/^\circ\text{C}$	
$V_{\text{IN}}$	Input Voltage Required to Maintain Line Regulation	$T_j = 25^\circ\text{C}, I_O \leq 1\text{ A}$			7.5			14.6			17.7		V	

Note 1: Thermal resistance of the TO-3 package (K, KC) is typically  $4^\circ\text{C}/\text{W}$  junction to case and  $35^\circ\text{C}/\text{W}$  case to ambient. Thermal resistance of the TO-220 package (T) is typically  $4^\circ\text{C}/\text{W}$  junction to case and  $50^\circ\text{C}/\text{W}$  case to ambient.

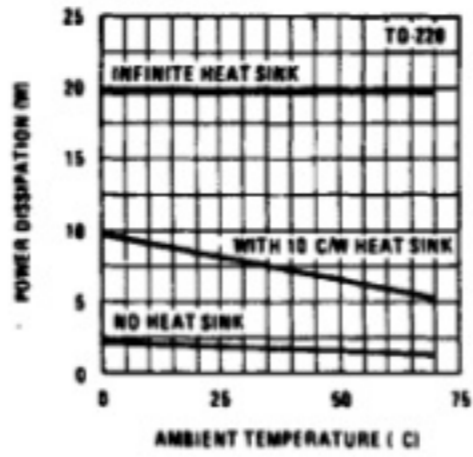
Note 2: All characteristics are measured with capacitor across the input of  $0.22\ \mu\text{F}$ , and a capacitor across the output of  $0.1\ \mu\text{F}$ . All characteristics except noise voltage and ripple rejection ratio are measured using pulse techniques ( $t_w \leq 10\text{ ms}$ , duty cycle  $\leq 5\%$ ). Output voltage changes due to changes in internal temperature must be taken into account separately.

Typical Performance Characteristics

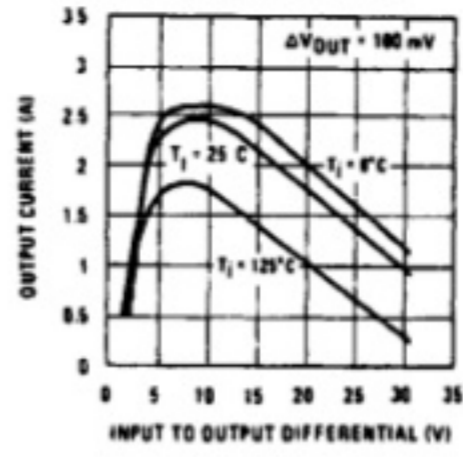
Maximum Average Power Dissipation



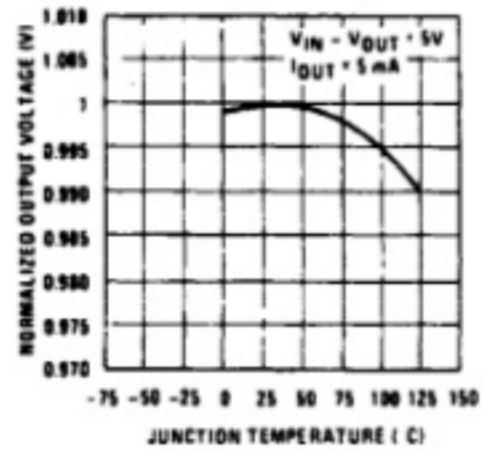
Maximum Average Power Dissipation



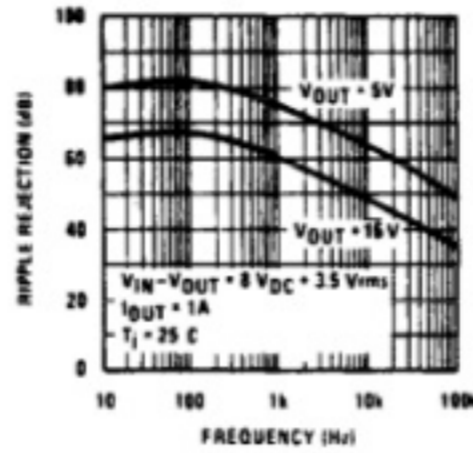
Peak Output Current



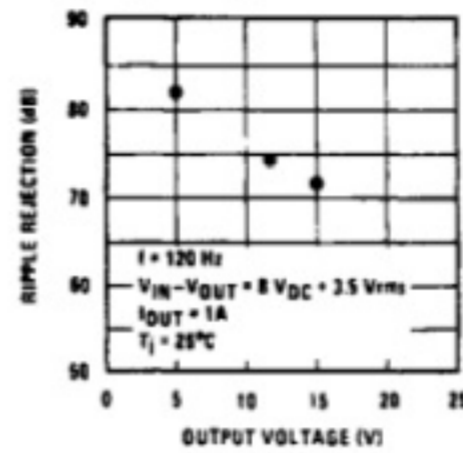
Output Voltage (Normalized to 1V at  $T_j = 25^\circ\text{C}$ )



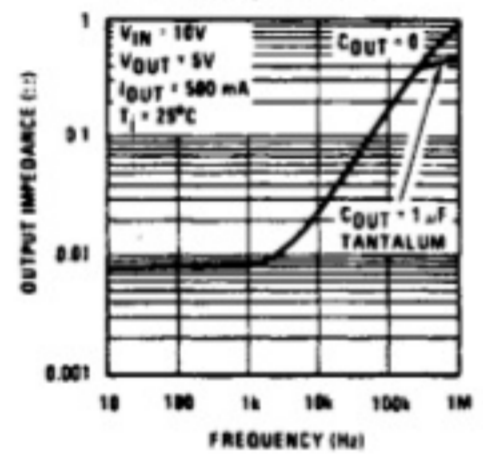
Ripple Rejection



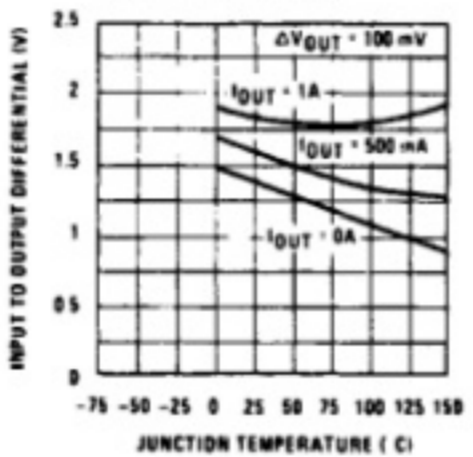
Ripple Rejection



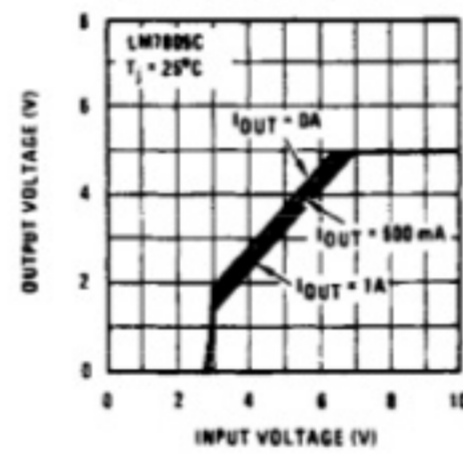
Output Impedance



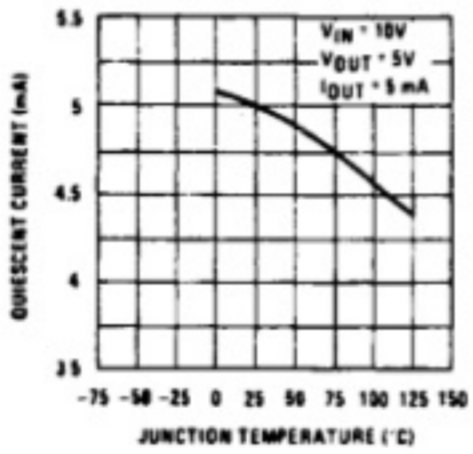
Dropout Voltage



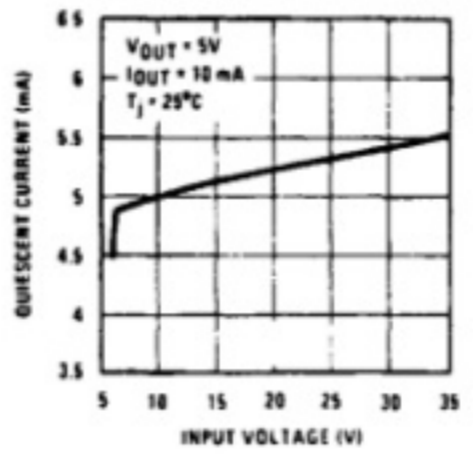
Dropout Characteristics



Quiescent Current



Quiescent Current



*Schaum*

# ELECTRONICA ANALOGICA

**Análisis de circuitos • Amplificación  
Sistemas de alimentación**

